



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA – IMEF
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



**PERSPECTIVAS TEÓRICO-PEDAGÓGICAS SOBRE O ENSINAR
GEOMETRIA A PARTIR DO DISCURSO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA**

THIAGO AVILA POUZADA

ORIENTADORA:

PROF^a. DR^a. TANISE PAULA NOVELLO

RIO GRANDE – RS

2017



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA – IMEF
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



**PERSPECTIVAS TEÓRICO-PEDAGÓGICAS SOBRE O ENSINAR
GEOMETRIA A PARTIR DO DISCURSO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA**

THIAGO AVILA POUZADA

Trabalho de Conclusão de Curso de
Licenciatura em Matemática, apresentado à
Universidade Federal do Rio Grande -
FURG, como requisito parcial para obtenção
de conclusão.

Orientadora:

Prof^ª. Dr^ª. Tanise Paula Novello

RIO GRANDE – RS

2017

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por ter me dado condições para desenvolver este trabalho e corresponder à minha fé em todos os momentos.

À minha namorada Mônica, pela parceria ao longo de minha segunda graduação. Pelo apoio, força e palavras de incentivo. Pela paciência nos momentos de maior dificuldade. Por todo o amor compartilhado e pelo entendimento de que o crescimento em conjunto com quem se ama faz mais sentido ao longo da caminhada da vida.

À minha família, em especial à minha mãe Luiza, por me proporcionar todas as condições necessárias para a realização de mais este trabalho e, de uma forma mais generalizada, de mais esta graduação.

À minha orientadora, Prof.^a Dr.^a Tanise Paula Novello, pela paciência e oportunidade de trabalho em conjunto, por me indicar o caminho a seguir em uma jornada nova para mim e por me auxiliar ao longo da minha formação educacional.

À Universidade Federal do Rio Grande – FURG, por meio dos professores do Curso de Especialização para Professores de Matemática no âmbito da Universidade Aberta do Brasil (UAB), pela acolhida como tutor do curso ao longo do ano de 2017, propiciando diversos aprendizados e originando as reflexões que embasaram este trabalho.

Ao Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF), em especial aos professores do mesmo, pela acolhida e pelos ensinamentos compartilhados ao longo de mais esta caminhada.

Por fim, mas não menos importante, a todos os meus amigos e colegas de curso que, de uma forma ou de outra, contribuíram direta ou indiretamente ao longo da realização deste trabalho.

RESUMO

A geometria é um conteúdo de extrema importância no campo da Matemática, sendo o ensino desta o ponto de partida de diversas discussões e problematizações no âmbito educacional. Este trabalho objetiva compreender o discurso de professores de Matemática, pós-graduandos de um curso de Especialização em Matemática, sobre o ensinar geometria, a partir da análise de atividades propostas ao longo de uma disciplina que é parte de sua grade curricular, a disciplina de Geometria Analítica e Dinâmica. A análise foi feita a partir da leitura das interações dos pós-graduandos em três atividades propostas ao longo da disciplina, considerando os discursos e agrupando-os por aproximação temática, resultando em dois tópicos: o primeiro tratando das tecnologias digitais no ensino de geometria, trazendo as potencialidades, desafios e dificuldades presentes; e o segundo abordando os conceitos, construções e abstrações presentes no ensino de geometria. Cada tópico será discutido a partir do entremear dos discursos dos pós-graduandos e alguns autores que abordam o ensino de geometria, num processo de escrita que evidencia as percepções dos professores no que diz respeito à forma com a qual a geometria é abordada em sala de aula. Percebeu-se que a contextualização da geometria utilizando recursos tecnológicos em sala de aula pode auxiliar no aprender, mas para tanto, repensar a formação inicial e continuada dos professores é fundamental. Ficou evidenciado que os erros detectados nas construções geométricas, quando compreendidos com cautela, podem ser um potencializador no processo de ensinar.

Palavras-chave: geometria; matemática; professores.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1** – Mapa da sede do Curso de Especialização para Professores de Matemática da FURG e seus polos à distância, com os respectivos números de alunos matriculados no segundo semestre de 2017..... 16
- Figura 2** – Construção do triângulo retângulo feita de forma incorreta, a partir do *software* GeoGebra, para a atividade 2..... 20

LISTA DE SIGLAS

FURG	Universidade Federal do Rio Grande – FURG
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NH	Polo de Novo Hamburgo
PPC	Projeto Pedagógico do Curso
PRD	Programa de Residência Docente
SAP	Polo de Santo Antônio da Patrulha
SSP	Polo de São Sepé
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
TPCK	<i>Technological Pedagogical Content Knowledge</i>
UAB	Universidade Aberta do Brasil

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. UMA APROXIMAÇÃO AO TEMA: GEOMETRIA E TECNOLOGIAS DIGITAIS	10
3. METODOLOGIA	14
3.1. O Curso de Especialização para Professores de Matemática: Conhecendo a Proposta	15
3.2. Olhando para o Curso: Estudantes e Proposta Pedagógica.....	17
4. REFLEXÕES SOBRE O ENSINAR GEOMETRIA	22
4.1. Tecnologias Digitais para Ensinar Geometria: Potencialidades, Dificuldades e Desafios	22
4.2. O Ensino de Geometria: Conceitos, Construções e Abstrações	31
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
6. REFERÊNCIAS	43

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência que tem aplicações em muitas áreas e está presente no cotidiano das pessoas, direta ou indiretamente. Por mais que seja um ramo do conhecimento pouco adorado, muito pelo mito criado de que a Matemática é essencialmente difícil e parece não fazer sentido, não há como ignorar a sua importância na evolução da humanidade.

Desta forma, é imprescindível que o Ensino de Matemática esteja de acordo com as necessidades sociais em que vivemos. É importante que o processo de ensinar busque contextualização, aproximando o aluno da sua realidade e visando a aprendizagem, a partir da ideia de que tudo o que se estuda em Matemática tem uma razão própria para assim ser feito e uma importância particular no nosso dia-a-dia.

No contexto da Matemática, um dos conteúdos que mais tem aplicações diretas e relações com outros conteúdos na própria disciplina é a geometria. As construções geométricas estão presentes desde os primórdios da humanidade, sendo fundamentais os conhecimentos construídos pelos povos antigos para a base Matemática que temos nos dias de hoje.

Sendo a geometria um ramo tão importante do conhecimento, ela precisa ser tratada com uma atenção especial, no que diz respeito ao seu ensino. Lorenzato (1995) afirma que o ensino de geometria tem sido deixado de lado nas escolas, problematizando que os professores têm abandonado as construções geométricas em prol de outros conteúdos matemáticos, julgados mais importantes. Considerando tal importância, a formação continuada de professores de Matemática precisa se preocupar com o ensinar da geometria.

Nesse sentido, este trabalho objetiva compreender o discurso de professores de Matemática, pós-graduandos de um curso de Especialização em Matemática, sobre o ensinar geometria, a partir da análise de atividades propostas ao longo de uma disciplina que é parte de sua matriz curricular, a disciplina de Geometria Analítica e Dinâmica.

A investigação neste campo empírico foi proporcionada devido à atuação do autor desta pesquisa como tutor na disciplina, possibilitando refletir e analisar os relatos dos

pós-graduandos do curso, devido ao acompanhamento durante o semestre no qual a disciplina foi ofertada. Tal análise foi feita a partir das interações dos pós-graduandos em fóruns de discussão, como parte da avaliação feita. Foram escolhidas três atividades que problematizaram o ensinar da geometria: a primeira atividade questionou os pós-graduandos a respeito das suas concepções sobre o uso de tecnologias digitais para ensinar geometria, além de questionar se a construção geométrica feita no papel seria diferente da construção geométrica utilizando um *software*; a segunda atividade problematizou um erro hipotético em uma construção geométrica, a partir de um *software*, questionando os pós-graduandos sobre qual seria a origem do erro; e a terceira atividade partiu da afirmação de Lorenzato (1995) de que o ensino de geometria seria deixado de lado nas escolas em prol de outros conteúdos matemáticos.

Sendo assim, o presente trabalho é organizado em cinco capítulos. O primeiro apresenta uma introdução geral ao tema e à pesquisa realizada; o segundo traz um mapeamento sobre o que é pesquisado em termos de ensinar geometria a partir das tecnologias digitais; o terceiro aborda a metodologia utilizada, passando por uma visão geral do curso de Especialização para Professores de Matemática, dos professores que são pós-graduandos do mesmo e das três atividades escolhidas para compor a análise dos seus discursos; o quarto apresenta alguns destes discursos, dialogando com diversos autores da área da educação e propondo uma reflexão sobre o ensinar da geometria; por fim, o quinto capítulo trata das considerações finais a respeito do tema.

2. UMA APROXIMAÇÃO AO TEMA: GEOMETRIA E TECNOLOGIAS DIGITAIS

O ato de ensinar geometria, assim como o de ensinar a Matemática, é bastante complexo, pois o processo de ensino envolve uma série de fatores. Entre eles, podemos citar, por exemplo: formação inicial qualificada dos professores no contexto da geometria; preocupação dos docentes para com os alunos e turmas, uma vez que cada situação deve ser tratada individualmente; condições físicas e estruturais da escola; entre outros.

Nesse sentido, as tecnologias digitais surgem como um importante aliado no ensinar de geometria, pois permitem aos alunos manipular as construções geométricas e podem propiciar a visualização e experiencição de conceitos matemáticos. Elas complementam tecnologias mais tradicionais, como o lápis, régua e compasso, pois a interatividade manipulativa estimula uma melhor compreensão por parte dos alunos, fugindo da abstração geométrica presente no material concreto.

Para evidenciar a importância do uso das tecnologias digitais no ensino de geometria, foi feita uma busca através de palavras-chave relacionadas com geometria e tecnologias digitais no ensino de geometria. Os principais encontros e congressos consultados foram: 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra, realizada no Uruguai em 2012; VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, ocorrido em Canoas/RS, 2013; III Congresso Nacional de Educação, em Salvador/BA, 2016; XII Encontro Nacional de Educação Matemática, em São Paulo/SP, 2016; XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, realizado em Curitiba/PR, 2016. Foram consultados ainda os seguintes periódicos: Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Educação Matemática em Revista, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), e Educação Matemática em Pesquisa.

A seleção dos trabalhos e pesquisas foi baseada nos seguintes critérios: publicações e pesquisas mais atuais (foram selecionados trabalhos de 2012 até o presente ano); trabalhos e pesquisas que abordassem o uso de *softwares* e do GeoGebra, especificamente; e o potencial contributivo que as pesquisas trariam para o presente

trabalho. Desta forma, vamos apresentar resumidamente os trabalhos selecionados, trazendo algumas contribuições dos seus autores, a partir da utilização de tecnologias digitais e *softwares* educacionais relacionados à geometria.

Cotic (2012)¹ expôs uma experiência na capacitação de um grupo de graduandos em Matemática que participaram de um curso de GeoGebra, objetivando a transferência dos seus conhecimentos específicos e metodológicos aos alunos. Foram apresentadas algumas atividades sequenciais, como parte de um estudo mais complexo sobre o saber geométrico que é gerado em sala de aula.

Nascimento (2012)² propôs a utilização de novas tecnologias digitais para auxiliar o Ensino de Matemática a partir de uma pesquisa experimental. Foram apresentados aos alunos e professores de Matemática que participaram da pesquisa os recursos e a potencialidade do GeoGebra para auxiliar no ensino de geometria, refletindo em uma grande aceitação por parte dos mesmos.

Carlos e Müller (2013)³ apresentam um estudo que defende a contribuição do *software* GeoGebra na aprendizagem dos conceitos geométricos no estudo das pirâmides em uma turma de Ensino Médio, abordando a relação existente entre a informática e a Educação Matemática. As autoras realizaram observações em uma pesquisa qualitativa, problematizando as contribuições do GeoGebra na aprendizagem significativa dos seus alunos.

Silva e Santos (2013)⁴ verificaram as potencialidades da aprendizagem de Geometria Plana utilizando o GeoGebra. Para tal, foram aplicadas atividades em sala de aula e na sala de tecnologia de uma escola. A utilização do *software* no desenvolvimento da atividade proposta promoveu um ambiente de aprendizagem com interatividade, pois proporcionou aos alunos da escola a manipulação das construções geométricas, aumentando a participação deles na construção dos seus conhecimentos.

¹ GeoGebra na Formação Docente.

Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/9499/7057>

² Avaliação do Uso do *Software* GeoGebra no Ensino de Geometria: Reflexão da Prática na Escola. Disponível em: <http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/67.pdf>

³ A Contribuição do *Software* GeoGebra na Aprendizagem dos Conceitos Geométricos no Estudo das Pirâmides. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/576/154>

⁴ O Uso do *Software* GeoGebra no Ensino de Geometria Plana.

Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1341/901>

Nascimento *et. al.* (2015)⁵ apresentou algumas experiências vivenciadas no contexto escolar utilizando o *software* GeoGebra no estudo introdutório da Geometria Analítica. Os seus resultados indicaram que o GeoGebra viabiliza uma compreensão conceitual mais aguçada, estimulando o interesse e a curiosidade dos estudantes, apontando para a importância da presença dos recursos tecnológicos no exercício docente, no planejamento e delineamento de atividades mais dinâmicas e diversificadas.

Santos *et. al.* (2015)⁶ realizou algumas oficinas com o GeoGebra, com alunos do Ensino Fundamental e Médio, apresentando alguns tópicos de Geometria Plana, a partir de uma experiência desenvolvida por um grupo de pesquisa de iniciação científica do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Pará de Minas.

Vieira (2015)⁷ apresentou reflexões acerca das experiências vivenciadas pelos professores do Programa de Residência Docente (PRD) do Colégio Pedro II, Escola Federal do Município do Rio de Janeiro, em uma proposta de formação sobre o ensino de geometria com o uso de tecnologias digitais. A prática pedagógica abordou a utilização do *software SketchUp* em atividades de familiarização do aplicativo e de investigação das propriedades das figuras planas e espaciais. Tal processo formativo favoreceu o aprimoramento do conhecimento profissional docente e o processo de apropriação das tecnologias digitais, uma vez que possibilitou aos professores a reconstrução de conceitos geométricos e a mobilização dos conhecimentos tecnológicos.

Idem (2016)⁸ buscou identificar os conhecimentos mobilizados por professores e graduandos de Licenciatura em Matemática envolvidos em um curso de formação, no qual os participantes exploraram atividades de Geometria Plana e Espacial, utilizando o *software* GeoGebra. O curso propiciou a mobilização de conhecimentos docentes, conceituais e tecnológicos, envolvendo atividades com o *software* e entrevistas com os participantes.

⁵ O Uso do *Software* GeoGebra no Ensino de Geometria Analítica: Experiências Vivenciadas no Contexto Escolar. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/458/pdf>

⁶ Tecnologia a Favor da Educação Matemática: GeoGebra e suas Aplicações. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/TECNOLOGIA-A-FAVOR-DA-EDUCA%C3%87%C3%83O-MATEM%C3%81TICA-GEOGEBRA-E-SUAS-APLICA%C3%87%C3%95ES.pdf>

⁷ Ensino de Geometria com Tecnologias Digitais: Experiências dos Professores do Programa de Residência Docente do Colégio Pedro II.

Disponível em: <http://cp2.g12.br/ojs/index.php/midiaseeducacao/article/view/509/439>

⁸ Explorando o GeoGebra na Formação de Professores de Matemática: Uma Articulação entre o Construcionismo e os Conhecimentos Docentes.

Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd6_rita_idem.pdf

Leite e Oliveira (2016)⁹ realizaram uma pesquisa qualitativa que teve como sujeitos graduandos de Licenciatura em Matemática. A investigação, organizada em torno dos pressupostos do *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPCK), objetivou identificar de que forma os potenciais professores de Matemática se apropriam de conhecimentos relativos ao Teorema de Tales, dos pontos de vista epistemológico e didático, considerando o uso de tecnologias digitais (em específico, o *software* GeoGebra).

Os resultados apresentados pelos trabalhos anteriormente citados demonstram o potencial das tecnologias digitais, como o *software* GeoGebra, no ensinar de geometria. Os estudos dos autores neste trabalho evidenciam que as tecnologias digitais agregam uma visualização menos abstrata das construções geométricas, além de estimular a curiosidade tanto de alunos quanto de professores em formação, que têm contato com alguns *softwares* educacionais. Logo, concluímos que a presença das tecnologias digitais em sala de aula pode ser um potencializador no processo de construção do conhecimento por parte dos alunos.

No capítulo a seguir, será descrita a metodologia adotada para este trabalho, evidenciando o campo empírico desse estudo, que é o Curso de Especialização para Professores de Matemática, detalhando as três atividades escolhidas para serem analisadas ao longo do mesmo.

⁹ Formação de Professores e GeoGebra: Uma Proposta para Compreender e Ensinar o Teorema de Tales. Disponível em: http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5241_2609_ID.pdf

3. METODOLOGIA

A metodologia consistiu na análise de três atividades propostas durante a disciplina de Geometria Analítica e Dinâmica, em que os professores são pós-graduandos do Curso de Especialização para Professores de Matemática, ofertado pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG, no âmbito da Universidade Aberta do Brasil (UAB), na modalidade à distância. Neste capítulo, primeiramente, será apresentada a proposta do curso e a seguir será mostrado o perfil dos estudantes do curso, que são os sujeitos dessa pesquisa.

Na sequência, serão descritas as três atividades propostas na disciplina que foram analisadas. A primeira propôs a discussão sobre o potencial das tecnologias digitais no ensino da geometria, abordando questões como a formação inicial e continuada e condições físicas; a segunda trouxe um erro hipotético na construção geométrica de um triângulo retângulo e a partir dessa construção problematizou como tratar o erro pedagogicamente, propiciando a discussão sobre o conceito de triângulo retângulo e a construção geométrica utilizando um recurso tecnológico digital; e a terceira atividade propôs uma reflexão sobre o descaso com o ensino de geometria, tendo como ponto de partida uma afirmação de Lorenzato (1995) nesse mesmo sentido. Estas três atividades foram denominadas, respectivamente, de atividade 1, 2 e 3, para fins de detalhamento e análise que seguem neste trabalho.

Na disciplina de Geometria Analítica e Dinâmica, os pós-graduandos participaram de fóruns de discussão como forma de avaliação nas três atividades analisadas. Foram analisados os discursos dos pós-graduandos, de forma a selecionar os relatos pelo sentido de falas que traziam pontos de vista diversificados, contextos vivenciados nas suas práticas docentes e discursos que não se tornassem repetitivos, uma vez que vários mencionavam situações e experiências semelhantes.

A partir da seleção realizada, foram escolhidos os 11 relatos mais significativos que atenderam aos critérios de seleção citados anteriormente. Estes relatos foram colocados por seis alunas e cinco alunos do curso, sendo os 11 alunos denominados por pós-graduandos, independentemente de gênero e acompanhados de um número, a fim de garantir o anonimato nesta pesquisa. As partes mais significativas de cada relato foram

sublinhadas nas caixas de texto, a fim de evidenciar os pontos mais relevantes que serão suscitados na análise.

3.1. O Curso de Especialização para Professores de Matemática: Conhecendo a Proposta

De acordo com o seu endereço eletrônico¹⁰, o curso de Especialização para Professores de Matemática, no âmbito da Universidade Aberta do Brasil (UAB), tem como objetivo oportunizar a formação continuada de docentes matemáticos que estão em exercício, assim como aos recém graduados em cursos de Licenciatura em Matemática, uma atualização de seus conhecimentos, utilizando tecnologias da informação e comunicação, considerando as tendências de pesquisa e ensino na área da Matemática. Ainda, segundo o seu endereço eletrônico, visa:

Fornecer embasamento teórico em tópicos de Matemática; identificar e aplicar novas tecnologias de ensino e pesquisa na área da Matemática; utilizar a informática como um instrumento para melhorar a qualidade do Ensino Básico (Fundamental e Médio); usar a internet para o ensino à distância, bem como para a comunicação e divulgação de pesquisa e estudos; discutir conteúdos matemáticos dos Ensinos Fundamental e Médio, bem como alternativas metodológicas de ensino; produzir material científico e didático no âmbito da proposta curricular do curso, com vista à difusão e ampliação do conhecimento na área da educação e Matemática; estimular o raciocínio matemático, pela habilidade de resolver problemas contextualizados; buscar soluções para problemas reais, recorrendo a conceitos matemáticos; entre outros.

O curso é composto por quatro módulos, cada um com duração de um semestre. Essa organização possibilita a discussão e a experimentação de conhecimentos teórico-práticos através de leituras, debates, realização e apresentação de trabalhos, fóruns, listas de discussão e atividades *online* e *offline*, de acordo com a proposta pedagógica de cada disciplina que os compõem. Nesta concepção de curso, um módulo é compreendido como um conjunto didático-pedagógico, sistematicamente organizado em disciplinas que auxiliam no desenvolvimento de competências profissionais para articular, mobilizar e colocar em ação valores, conhecimentos e habilidades necessários para o desempenho de atividades profissionais. As interações acontecem no ambiente virtual (Plataforma

¹⁰ <http://www.espproformat.uab.furg.br/>

Moodle), utilizando *web* conferências, fóruns de debate, atividades, entre outros meios. Também são previstos encontros presenciais com estudantes, professores e tutores nos polos presenciais.

O curso tem, atualmente¹¹, 61 alunos regularmente matriculados, lotados em três polos de apoio presencial, conforme mostra a figura 1 a seguir.

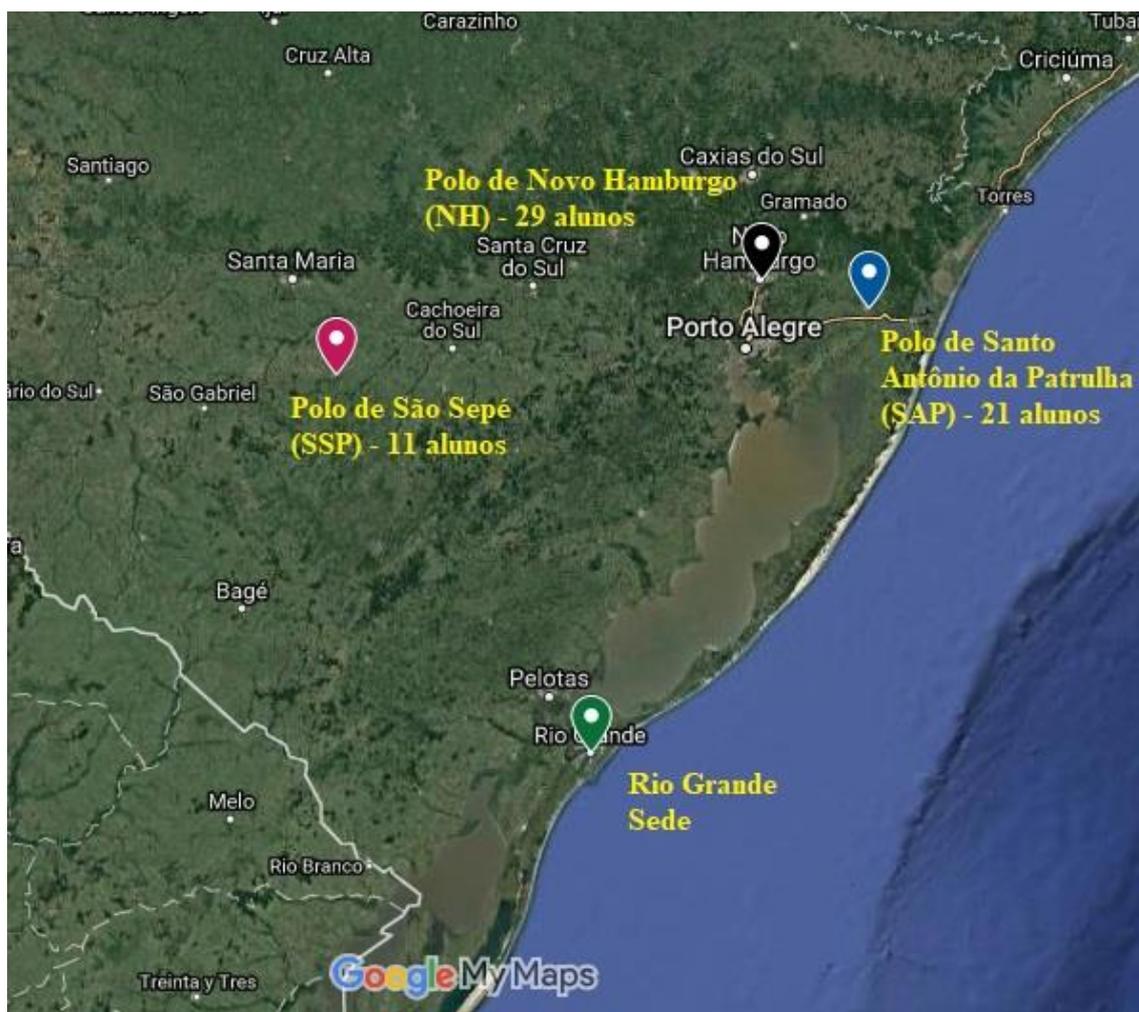


Figura 1 – Mapa da sede do Curso de Especialização para Professores de Matemática da FURG e seus polos à distância, com os respectivos números de alunos matriculados no segundo semestre de 2017.

Fonte: Google Maps.

A estrutura das disciplinas do curso é implementada da seguinte forma: no primeiro módulo, são previstas as ofertas das disciplinas de Tecnologias Digitais para o

¹¹ Segundo semestre de 2017.

Ensino de Matemática e Metodologia de Pesquisa em Matemática; no segundo módulo, as disciplinas de Fundamentos de Álgebra e Geometria Analítica e Dinâmica; no terceiro módulo, as disciplinas de Números Reais e Complexos, Métodos de Contagem e Estatística e Projeto de Ação Matemática; no quarto e último módulo, somente há previsão de oferta para a disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso.

Neste contexto, a disciplina de Geometria Analítica e Dinâmica foi ofertada no primeiro semestre do ano de 2017 e é objeto de estudo desse trabalho. Essa, conforme a proposta do curso de especialização do qual ela faz parte, busca fomentar discussões e reflexões acerca do papel do professor de Matemática enquanto educador, abordando questões conceituais de geometria e entrelaçando-as com tecnologias educacionais e aspectos que envolvem a educação, tais como o papel do professor no ensinar geometria, reflexões acerca de estratégias pedagógicas, entre outros. Esta disciplina foi ofertada sob responsabilidade de dois professores e acompanhada por dois tutores à distância, sendo o autor desta pesquisa um deles. Em conformidade com as concepções do curso, foram propostas diversas atividades reflexivas, a serem problematizadas e discutidas em fóruns e tarefas avaliativas que compuseram a nota da disciplina.

3.2. Olhando para o Curso: Estudantes e Proposta Pedagógica

No primeiro semestre de 2017, no qual a disciplina de Geometria Analítica e Dinâmica foi ofertada, o curso contou com um total de 75 pós-graduandos regularmente matriculados. A defasagem atual de alunos do curso se deve à desistência ou reprovação de alguns pós-graduandos. A disciplina contou com o seguinte número de alunos por polo: 33 alunos do Polo de Novo Hamburgo, 25 alunos do Polo de Santo Antônio da Patrulha e 17 alunos do Polo de São Sepé.

Segundo informado pelos alunos do curso em seus perfis na Plataforma *Moodle*, do total de 61 pós-graduandos regularmente matriculados no segundo semestre de 2017, 23 são professores da rede estadual de ensino, 13 são professores das suas respectivas redes municipais, uma professora atua no Instituto Federal de Educação em sua cidade, dois professores trabalham em escolas para alunos portadores de necessidades especiais

(escolas para surdos) e cinco professores atuam em escolas particulares. Alguns pós-graduandos se enquadram em mais de um dos casos citados anteriormente, sendo professores nas redes municipal e estadual, ou mesmo na rede pública e privada simultaneamente. Os demais pós-graduandos não informaram se são atuantes na área da docência e, quando o fizeram, não informaram os seus tempos de atuação. Em geral, eles mostram-se bastante interessados nos potenciais que as tecnologias digitais proporcionam ao ensinar, participando ativamente das discussões e problematizações propostas e trazendo várias das suas experiências profissionais e pessoais vivenciadas em seus meios escolares.

Os pós-graduandos são heterogêneos, no que diz respeito aos seus tempos de formação e atuação profissional na docência: 36 são formados há menos de dez anos em suas licenciaturas; nove são formados há mais de dez anos, dos quais três exercem há 20 anos ou mais a profissão; também há dez pós-graduandos que não exercem a profissão, buscando no curso uma continuidade em suas formações, nutrindo interesse em atuar profissionalmente na docência. Os demais pós-graduandos não informaram os seus tempos de formação e atuação profissional na docência. Estas diferenças existentes entre os tempos formação e de atuação profissional dos pós-graduandos tornaram ainda mais interessante a análise dos relatos, pois permitiram mapear diferentes experiências, vivências e reflexões em contextos distintos de ensino.

O presente trabalho analisou as considerações, percepções, experiências e vivências dos pós-graduandos matriculados na disciplina, a partir dos registros em três atividades propostas ao longo da mesma, descritas a seguir.

Atividade 1: O Potencial da Tecnologia no Ensino da Geometria: esta atividade abordou os potenciais das tecnologias digitais no ensino da geometria, apresentando como objeto de partida para a discussão o artigo “O uso do *software* GeoGebra no ensino de Geometria Analítica: experiências vivenciadas no contexto escolar¹²”, de Nascimento *et.*

¹² O artigo esboça experiências vividas no contexto escolar a partir da utilização do *software* GeoGebra no estudo introdutório de Geometria Analítica. Os resultados obtidos atestam em favor da importância e presença dos recursos tecnológicos no exercício docente, pois a utilização do *software* em questão proporcionou a exemplificação e demonstração do conteúdo matemático, viabilizando uma compreensão conceitual mais aguçada a partir do estímulo à curiosidade e ao interesse dos estudantes.

al. (2015)¹³. Em um fórum de discussões no ambiente virtual *Moodle*, os pós-graduandos foram instigados a responder os seguintes questionamentos:

1) Qual a sua concepção em relação ao uso de tecnologias (dispositivos móveis, *softwares*, simuladores, entre outros...) no ensino da geometria?

2) Construir o triângulo retângulo e suas medidas utilizando o *software* GeoGebra é diferente do que usando o papel, régua e compasso? Por quê?

Atividade 2: Erro no Ensino da Geometria: esta atividade tratou do erro no ensino da geometria, apresentando como objeto de partida para a discussão uma situação para ser analisada e respondida no fórum criado para a tarefa. Foi uma atividade hipotética, criada somente para ser problematizada pedagogicamente, sem ter acontecido de fato. Ela consistiu na seguinte situação: uma aluna diz que construiu um triângulo retângulo. O professor, ao observar no *software* o triângulo construído pela aluna, perguntou se de fato era um triângulo retângulo, porém ela não soube responder. Utilizando uma ferramenta do *software* GeoGebra e medindo o ângulo que estava afirmando ser reto, verificou-se que o mesmo media $89,38^\circ$ e não 90° , conforme pode ser visualizado na figura 2 a seguir.

¹³ Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/458/pdf>

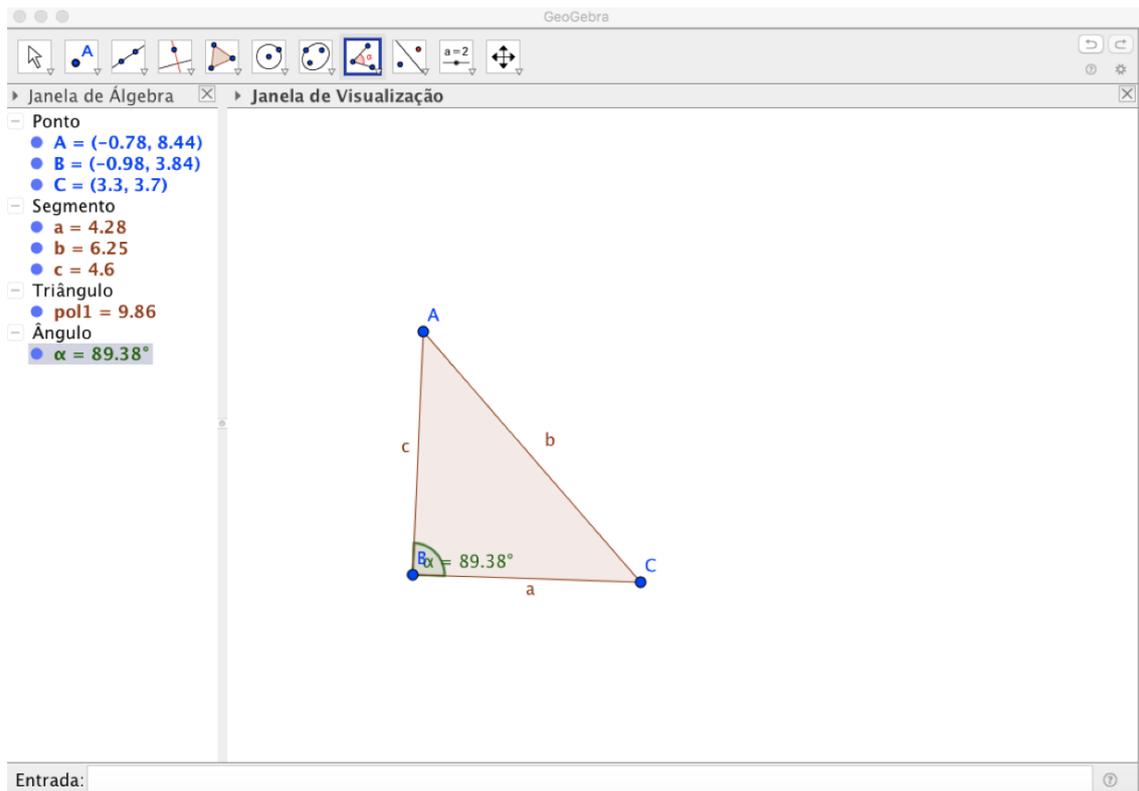


Figura 2 – Construção do triângulo retângulo feita de forma incorreta, a partir do *software* GeoGebra, para a atividade 2. Fonte: Plataforma *Moodle*.

Os pós-graduandos responderam, em um fórum de discussões no ambiente *Moodle*, os seguintes questionamentos:

- 1) O que fazer a partir desta situação? Que tipo de mediação pedagógica assumir?
- 2) De que forma você, como professor, pode explorar o erro da estudante para construir o conceito com ela?

Atividade 3: Problematizando o Ensino de Geometria: esta atividade apresentou como ponto de partida as reflexões de Lorenzato (1995), afirmando que ensino de geometria, quando comparado com o ensino de outras áreas da Matemática, tem sido deixado de lado, até mesmo antes do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Os pós-graduandos responderam, em um fórum de discussões no ambiente *Moodle*, o seguinte questionamento: “Qual a sua percepção sobre a afirmação de Lorenzato? Que fatores podem ter contribuído para Lorenzato apontar isso?”

A partir destas três atividades, os discursos dos pós-graduandos foram analisados, buscando refletir sobre o ensino de geometria. Tais discursos apontam em várias direções, fomentando a troca de experiências docentes e diversas reflexões sobre o papel do professor de Matemática nesse sentido. No capítulo seguinte, são apresentados alguns destes discursos, com a finalidade de refletir sobre a prática docente no contexto do ensinar de geometria.

4. REFLEXÕES SOBRE O ENSINAR GEOMETRIA

A partir dos discursos dos pós-graduandos analisados, foi possível refletir sobre o ensinar geometria, sob vários aspectos. Podem ser citados como exemplos: o papel do professor de Matemática no contexto do ensino de geometria, o papel das tecnologias digitais como facilitadoras no processo de ensino e aprendizagem, bem como os desafios e dificuldades que surgem neste processo, entre outros.

Desta forma, nas três atividades houveram discursos complementares, muitas vezes ressaltando alguns pontos recorrentes em comum nas situações estudadas. Nesse sentido, podem ser definidas duas categorias, que abrangem os discursos suscitados: os desafios, dificuldades e potencialidades presentes no ensino de geometria a partir do uso de tecnologias digitais; e o ensino de geometria a partir de conceitos, construções e abstrações.

4.1. Tecnologias Digitais para Ensinar Geometria: Potencialidades, Dificuldades e Desafios

Nas últimas décadas, as tecnologias digitais têm se tornado cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas, com um aumento enorme na quantidade de recursos tecnológicos disponíveis. Desta forma, os estudantes, jovens que são inseridos desde muito cedo neste meio tecnológico, são extremamente acostumados a utilizar as tecnologias mais diversas em seu dia-a-dia. Prensky (2001) difundiu o termo “nativos digitais” para as pessoas nascidas a partir da década de 1980, evidenciando a presença das tecnologias digitais na vida das mesmas nos últimos anos. Aproveitando essa presença maciça, existe um grande potencial na utilização de tecnologias digitais no ensino, conforme defende Kenski (2003, p. 3), “Toda aprendizagem, em todos os tempos, é mediada pelas tecnologias disponíveis.”.

A aprendizagem matemática, particularmente, está diretamente associada à forma como o estudante visualiza e interpreta o problema proposto a ele, conforme defende Borba *et. al.* (2011, p. 69):

Na Matemática, a visualização está associada à habilidade de interpretar e entender informações figurais. Para tanto, podem ocorrer dois processos: interpretar uma imagem visual ou criá-la a partir de uma informação não figural. A visualização é considerada, ainda, como um “processo de formação de imagens” (mentalmente, com papel e lápis, ou com outras tecnologias), usada com intuito de obter um melhor entendimento matemático e estimular o processo de descoberta matemática.

Logo, o estudante precisa construir a sua própria visualização a partir do que o problema propõe, com a finalidade de entender melhor os conceitos trabalhados e desenvolver a interpretação adequada, além de poder estabelecer conexões com o conhecimento previamente construído por ele. As tecnologias digitais apresentam-se como grandes colaboradores nesse sentido. Borba *et. al.* (2011, p. 89) afirma que:

O lápis e o papel moldam a maneira como uma demonstração em Matemática é feita; a oralidade realiza processo análogo quando uma ideia é amadurecida; e um *software* gráfico, ou uma planilha eletrônica qualquer que gera tabelas e gráficos, pode transformar o modo como um determinado assunto, ou como um tópico específico, no contexto da Matemática, por exemplo, é abordado.

Quando o assunto é o ensino de geometria, mais se fazem presentes os recursos tecnológicos, principalmente os chamados *softwares* educacionais. Eles têm importância no processo de ensino e aprendizagem por várias razões como, por exemplo, o acréscimo visual na construção geométrica. Conforme defende Nascimento (2012), a visualização geométrica é bastante facilitada a partir do uso de *softwares* de geometria dinâmica. A habilidade de visualizar se desenvolve à medida que o aluno passe a dispor de materiais de apoio didáticos que se baseiam em elementos concretos representativos da figura geométrica proposta.

Nesse sentido, os pós-graduandos entenderam ser fundamental o uso das tecnologias digitais no ensino de geometria, sendo um facilitador do mesmo, aproximando o problema da realidade e agregando um caráter visual à questão. Tais constatações podem ser percebidas no discurso do pós-graduando 1:

“O aluno que estuda geometria atualmente está acostumado com *smartphones*, aplicativos, jogos digitais e outras tecnologias que tornam muitas das atividades diárias mais dinâmicas e mais realistas. Logo, faz muito sentido a aplicação das TICs no ensino de geometria. Quando usamos *softwares* como o GeoGebra, o aluno pode ficar atento a cada etapa do processo de construção de um objeto (reta, polígono, gráfico, etc.). E o resultado é automático e preciso. Este fator é fundamental numa sociedade como a nossa, que exige resultados em tempo real e precisos.”

Borba e Penteadó (2005) entendem que a inserção das tecnologias digitais no ambiente educativo vem sendo vista como um potencializador das ideias, buscando quebrar a hegemonia construída nas disciplinas e incentivar a interdisciplinaridade. Nesse sentido, os autores apontam algumas pesquisas envolvendo *softwares* de geometria dinâmica, propiciando a articulação da modelagem matemática a algumas outras áreas como a Biologia, a Física, a História e a Geografia. Assim sendo, o pós-graduando 2 compartilhou as suas reflexões:

“O uso de tecnologias digitais em sala de aula facilita e agiliza o entendimento dos conceitos geométricos, pois o aluno pode ver sólidos geométricos por exemplo, por todos os lados e ângulos, em três dimensões. Além disso, o aluno pode usar outras ferramentas para conferir se seus cálculos, gráficos ou conclusões estão corretas.”

O pós-graduando declara já ter utilizado *softwares* e aplicativos de celular em sala de aula, obtendo resultados positivos, fazendo-o acreditar que esta interação também seja necessária para mostrar aos alunos o lado educativo da tecnologia. O pós-graduando 3 vai ao encontro do mesmo argumento:

“A construção do triângulo retângulo e suas medidas utilizando o *software* GeoGebra é diferente da construção utilizando o papel, régua e compasso, pois na criação a partir do GeoGebra, o aluno tem de conhecer não somente o conceito matemático para criar o triângulo retângulo, mas também tem de ter conhecimento de como funciona a manipulação no *software* que está utilizando.”

O pós-graduando embasou seu depoimento no artigo de Nascimento *et. al.* (2015, p. 46), utilizando os seguintes trechos:

Consideramos que as atividades desenvolvidas pelo professor, e mediadas pelo uso de *softwares* matemáticos, possibilitam novos aportes exploratórios no processo de ensino/aprendizagem, contribuindo na busca pelo conhecimento qualificado, ultrapassando uma visão reducionista do ensino, pautada na memorização de regras e conceitos estáticos, sem vínculos com o contexto escolar e social, provocando desestímulo e desinteresse, culminando em sentimentos de apatia e rejeição aos saberes matemáticos. [...] Como o mediador que adota estratégias de ensino para despertar o interesse dos educandos, contribuindo, desta forma, para a efetivação da aprendizagem matemática.

Logo, a utilização de um *software* matemático para construções geométricas é, de fato, diferenciada da utilização de papel, régua e compasso, que são ferramentas mais tradicionais. Ficam evidenciados os benefícios presentes na utilização dos *softwares* no ensino, propiciando diversas possibilidades.

No entanto, para que estes *softwares* sejam utilizados com finalidade pedagógica, é essencial que os professores detenham familiaridade com eles, para que os seus alunos se sintam seguros ao perceber que o professor domina a ferramenta tecnológica e esteja apto a auxiliá-los em todas as suas dúvidas – que, neste ponto, podem ser tanto conceituais quanto procedimentais, no que diz respeito ao uso do *software*.

Ainda que alguns pós-graduandos se mostrassem um pouco resistentes ao uso das tecnologias digitais, eles se mostraram abertos a aprender esta forma moderna de mediar o conhecimento em um ambiente escolar. Os pós-graduandos que apresentaram maior dificuldade em utilizar tecnologias digitais e pouca familiaridade com os recursos tecnológicos, em geral, são os mais resistentes à utilização das mesmas. Tal resistência pode ter origem no comodismo ou na ausência de motivação por parte dos pós-graduandos, frente às inúmeras dificuldades impostas nas suas práticas docentes. Mesmo nos casos de maior resistência às tecnologias digitais, não foi questionada a sua importância, o que seria uma contradição enorme, partindo do princípio que o objeto de estudo são alunos de uma especialização oferecida à distância.

Cabe uma reflexão acerca destes paradigmas existentes e que podem ser rompidos, ainda que a dificuldade desta ação exija muito do docente. Estes paradigmas, por sua vez, podem estar atrelados à falta de familiaridade, de motivação, o comodismo e a dificuldade na utilização das tecnologias digitais como barreiras a ser rompidas, favorecendo uma

prática pedagógica mais direcionada às necessidades do aluno e da época que vivemos. A questão é, como se tornar receptivo a algo que nos é estranho ou não faz parte diretamente de nossas vidas?

Outro problema no processo de inserção das tecnologias digitais no ambiente escolar é a falta de versatilidade dos professores com as mesmas, novamente observando o que foi discutido anteriormente: um professor que não se utiliza de tecnologias digitais em seu dia-a-dia tende a não saber usar ou não gostar das mesmas. Talvez isto seja explicado por uma percepção de que o ser humano tende a temer aquilo que não conhece, refutando de imediato. A partir da experimentação é possível modificar a primeira impressão construída sobre algo. Logo, se o professor passar a ter contato com as tecnologias digitais em seu cotidiano, poderá construir uma visão diferente das mesmas, incorporando-as e vislumbrando as contribuições que elas podem trazer às suas práticas docentes.

A ausência ou o desgosto pelas tecnologias digitais foi apontada pelos pós-graduandos como um fator recorrente em seus ambientes escolares, com vários de seus colegas professores, tornando mais difícil o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que os alunos não são instigados a ver a geometria de uma forma mais ampla. Silveira (2017, p. 47) aborda a questão da presença das tecnologias na formação de professores da seguinte forma:

Se a formação priorizar a efetivação de práticas e técnicas que contemplem o operar dos artefatos tecnológicos, acreditamos que as disciplinas podem se tornar espaços para pensar, organizar, analisar, interagir, refletir e tomar decisões sobre a futura profissão. Isso pode originar uma mudança na cultura, que não nega os artefatos anteriores, mas cria uma recorrência na forma de agir que inclui às tecnologias digitais, construindo uma cultura digital.

Os pós-graduandos demonstraram entender que as tecnologias digitais precisam se fazer presentes na qualificação profissional, tanto em suas graduações, quanto na formação continuada dos professores. Tais impressões ficam nítidas em alguns depoimentos, como o relato do pós-graduando 1, que colocou as suas ideias da seguinte forma:

“É necessário que o professor esteja plenamente qualificado no uso de tecnologias digitais para poder preparar estratégias com base nas dificuldades que sua turma apresenta e tornar o processo de aprendizagem com TICs o mais completo possível, abordando questões que teria dificuldades de trabalhar ao realizar o aprendizado de forma manual. Lembro também que o computador é apenas um entre os recursos tecnológicos disponíveis, podemos dispor de muitos outros que se encaixem no perfil dos alunos e na necessidade do professor.”

Percebe-se uma defasagem grande no que diz respeito ao preparo dos professores com o uso de ferramentas tecnológicas desde a sua formação inicial. Tal formação, por sua vez, mostra-se solidificada no tempo, ignorando o acréscimo educacional que as tecnologias digitais podem oferecer, como discute Gatti (2010, p. 1357):

Adentramos o século XXI em uma condição de formação de professores nas áreas disciplinares em que, mesmo com as orientações mais integradoras quanto à relação “formação disciplinar/formação para a docência”, na prática ainda se verifica a prevalência do modelo consagrado no início do século XX para essas licenciaturas [...].

O despreparo dos professores com relação à manipulação de ferramentas tecnológicas digitais decorre do fato de muitos destes não as utilizarem em seu dia-a-dia, principalmente comparando com a forma com a qual estas ferramentas são utilizadas pelos estudantes desta geração digital. Vários pós-graduandos manifestaram opiniões corroborando com estas ideias, como o pós-graduando 4:

“Importante destacar, neste contexto, que muitos professores ainda não estão preparados para usar as tecnologias digitais, tais como: computadores, lousa digital, por exemplo; e outros muitos não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas.”

Esta falta de familiaridade e despreparo que ficam evidenciados em muitos professores não é dada somente pelo desuso das tecnologias digitais em seus cotidianos, mas também pela ausência delas dentro dos ambientes escolares, logo, tal ausência pode tornar-se um complicador no processo de aprender. Como discute Costa *et. al.* (2016), as

condições encontradas nas escolas públicas acabam desmotivando os professores e também os alunos.

Muitos dos pós-graduandos citaram ser este o principal problema encontrado por eles em seus ambientes de trabalho; por vezes existe a boa vontade por parte do professor e até a familiaridade do mesmo com as tecnologias digitais, mas ele esbarra na falta de recursos que a escola provém.

Além das escolas disporem aos seus professores e alunos as condições necessárias em termos de infraestrutura, também se faz necessário que os professores façam bom uso dos recursos disponíveis. Os pós-graduandos concordaram que fazer uso de tecnologias digitais não é somente utilizar um computador, mas especificamente tratando-se de geometria, que é a disciplina em questão, a forma visual que um *software* como o GeoGebra proporciona dificilmente é equiparada por um desenho abstrato em um quadro negro.

O GeoGebra, sendo um *software* matemático bastante difundido no meio educacional devido às suas inúmeras interfaces de aplicação entre vários conteúdos matemáticos, propicia uma visualização mais clara das construções geométricas e as suas conexões com outros conceitos matemáticos. Carlos e Müller (2013) analisam as contribuições do GeoGebra na aprendizagem dos conceitos geométricos, como as pirâmides, defendendo que a utilização deste *software* propicia uma aprendizagem mais prazerosa e interativa aos alunos. Nascimento (2012) também reflete sobre o uso do GeoGebra no ensino de geometria, entendendo que a ferramenta é bastante útil, especialmente pela facilidade manipulativa que ela apresenta, além de ser de fácil acesso (gratuito e disponível para baixar *online*)¹⁴.

No entanto, outro problema recorrente citado pelos pós-graduandos seria a falta de domínio do GeoGebra por parte dos estudantes, extrapolando a questão conceitual. Desta forma, caberia como solução uma retomada nas funções do *software*, estimulando os estudantes a trabalharem de outras formas com ele, com a finalidade de dominar os comandos básicos e assim manipular as características presentes na construção da figura em questão.

¹⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/download>

Neste ponto, cabe ressaltar a seguinte questão, levantada anteriormente. Para que a retomada a partir do *software* seja adequada e efetiva, é primordial que o professor esteja preparado para tal, apresentando amplo domínio do mesmo. Uma vez que haja o preparo do professor, ele poderá auxiliar de forma mais efetiva os seus alunos nas questões procedimentais que envolvam a utilização da tecnologia digital. Assim sendo, o pós-graduando 3 colocou as suas ideias da seguinte maneira:

“Outro caso que pode ter induzido ao erro é: não ser o não entendimento do conteúdo sobre o tema de triângulos retângulos, e sim no manuseio do *software* para a criação do objeto solicitado. A aluna pode saber o conteúdo, mas não entender como é realizada a construção no GeoGebra e, por esse motivo, acabar errando a construção pedida. Neste caso, o professor poderia perguntar para a aluna se ela teve alguma dificuldade no manuseio e criação do que foi solicitado, buscando entender onde ela está tendo dificuldades para poder corrigir e retomar como é feita a construção no *software*. Outra forma de trabalhar o problema seria solicitar à aluna, após a retomada do conteúdo, que ela construísse o triângulo retângulo à mão livre, com papel e lápis, depois constatando o erro que foi cometido no *software* e refazê-lo no GeoGebra de maneira correta após a análise realizada no papel.”

A importância do GeoGebra não é restrita à Educação Básica. Na formação inicial dos professores de Matemática, este *software* pode apresentar-se como uma importante ferramenta de construções geométricas mais avançadas. Alguns autores discutem os benefícios da utilização do GeoGebra na formação de professores de Matemática. Cotic (2012) coloca este *software* educacional como um facilitador na construção geométrica, fugindo de aspectos mais teóricos e imprecisos em termos de visualização, defendendo o seu potencial e a importância que este seja abordado desde a formação inicial dos professores, evitando que os mesmos não se sintam familiarizados com o recurso.

Leite e Oliveira (2016) também atestam em favor do GeoGebra na formação inicial, investigando de que forma os professores em formação se apropriam do conhecimento geométrico a partir do GeoGebra. Idem (2016) identificou diversos conhecimentos mobilizados a partir da utilização do GeoGebra em um curso de extensão, direcionado a professores em formação.

No entanto, o questionamento que surge é o seguinte: será que nas formações de professores é dada a devida atenção à utilização de *softwares* e tecnologias digitais educacionais, mais especificamente, o GeoGebra na Educação Matemática? Segundo o pós-graduando 11, o GeoGebra, apesar de todo o potencial que tem, é pouco explorado:

“Utilizar o GeoGebra seria interessante, pois estudei com ele durante a faculdade e agora na especialização; porém, de todas as escolas que já lecionei, desde 2013 quando iniciei, apenas em uma vi uma professora fazer uso deste *software*, com turmas de nono ano e só. Não lembro de nenhum livro didático que relate ser possível trabalhar com o GeoGebra, portanto, onde encontramos planos de aulas com tais relações?”

Podemos citar também outras ferramentas tecnológicas, que não sejam particularmente o GeoGebra ou mesmo um *software* educacional. Alguns pós-graduandos colocaram que existe um potencial em diversas tecnologias digitais que por vezes nem são consideradas educativas, ou ao menos não tem finalidade pedagógica para a área da Matemática. O pós-graduando 10 compartilhou exatamente estas ideias:

“Já para as séries finais e o Ensino Médio, o uso de tecnologias de *softwares*, a elaboração de vídeos, o processo de criação de desenhos e a fotografia são recursos interessantes para auxiliarem o ensino da geometria. Não podemos deixar em segundo plano uma das áreas que mais contribui de forma concreta para o mundo que conhecemos à nossa volta. Se faz necessário incluir sempre a geometria.”

Dessa forma, percebe-se que é importante que o professor, desde o seu processo de formação inicial, esteja preocupado com a contextualização no ensinar da geometria, uma vez que a representação desta área do conhecimento no nosso dia-a-dia é enorme. Para isto, é preciso que ele tenha contato com as tecnologias digitais desde a sua formação, além de importar-se com o potencial educacional presente nelas. Não significa que as tecnologias digitais precisam, necessariamente, substituir outros recursos mais tradicionais como o quadro, giz, régua, compasso e lápis. Uma abordagem interessante seria ponderar a utilização mútua de ambos tipos de ferramentas, entendendo que há inúmeros pontos positivos nas duas formas de trabalhar.

Além disso, a geometria é um conteúdo com diversos pontos em comum com outros tópicos, podendo ser trabalhada de uma forma mais ampla e em conjunto com a álgebra, aritmética, entre outros. Ensinar a geometria como um conteúdo à parte, ignorando estas importantes intersecções existentes com as demais áreas da Matemática, torna o seu aprendizado mais desinteressante para os alunos, sem citar o decréscimo em termos de contextualização e conexões da geometria com os outros assuntos.

4.2. O Ensino de Geometria: Conceitos, Construções e Abstrações

Para o ensino de geometria, como ocorre com qualquer conteúdo matemático ou, de um modo mais generalizado, qualquer ciência, é importante que seja considerada a maneira com a qual os alunos estabelecem conexões com o conhecimento previamente apropriado por eles. Desta forma, faz-se necessária uma constante reflexão por parte do professor sobre o entendimento que os seus alunos vão construindo acerca dos tópicos trabalhados em sala de aula.

A falta de apropriação do conhecimento geométrico por parte dos alunos foi um ponto discutido por vários pós-graduandos nesta pesquisa. A solução apontada por muitos seria a retomada do conteúdo, conceituando uma vez mais alguns tópicos fundamentais, buscando a aprendizagem.

Quando o aluno não consegue apropriar-se do conteúdo, seja por uma lacuna conceitual ou um problema na metodologia educacional adotada, frequentemente são detectados erros. Fusiger *et. al.* (2016, p. 2) coloca a questão do erro da seguinte maneira:

Alguns professores não gostam de usar a palavra erro ou consideram que ela pode causar algum problema na relação aluno-professor. No entanto, acredita-se que o estudo dos erros deveria fluir naturalmente no sistema educacional, uma vez que o professor só conhece de fato as dificuldades dos seus alunos quando se preocupa com os erros que eles cometeram. Sendo assim, acertar os exercícios nem sempre significa ter o conhecimento do conteúdo.

O entendimento do erro por parte do professor, portanto, é fundamental para que a estratégia de ensino seja repensada, uma vez que, ao corrigir um exercício ou problema, o professor deve usar os erros cometidos pelos alunos para um replanejamento das estratégias de ensino, usando a análise do erro como uma metodologia de investigação (SILVA *et. al.*, 2016).

Uma das formas para o professor entender o erro detectado pode partir de uma reflexão do próprio aluno, quebrando um paradigma existente de que a verdade absoluta é proveniente do professor. De acordo com Kamii (1987), a fonte definitiva de retroalimentação educativa está dentro do próprio aluno. Portanto, se há uma discordância entre vários alunos acerca de uma questão proposta, eles são estimulados a reexaminar as suas próprias ideias utilizadas para obter a solução do problema. Por exemplo, se uma criança discute que $2 + 4 = 5$, ela tem a oportunidade de refletir sobre a correção do seu pensamento, afim de convencer os seus colegas de que ela está certa. Isto evidencia a importância da confrontação social entre eles.

Além disso, o erro no âmbito educacional pode ser visto sob dois pontos de vista: do professor e do aluno. O primeiro pode entender o erro cometido pelo aluno como um alerta para replanejar as suas estratégias pedagógicas, refletindo sobre de que forma ele poderia repensá-las. Já o segundo, pode entender o erro como algo negativo, sem perceber a potencialidade de aprendizagem presente no contexto, podendo sentir-se constrangido ou desmotivado por ter cometido um equívoco em seu processo de aprendizagem.

Em geometria, que é o objeto de estudo deste trabalho, os erros nas construções geométricas são relativamente frequentes quando analisamos a dificuldade que os alunos têm na visualização das figuras geométricas. A reflexão acerca das estratégias de ensino, perante a análise do erro, também é abordada por Fuck (2013, p. 16):

Considera-se que um dos entraves para o avanço dos alunos nesse ramo está na ausência de compreensão de seus erros por parte do professor. Frequentemente, o docente corrige suas avaliações, procurando somente identificar as questões certas e erradas, sem analisar o tipo de erro cometido. Tal atitude reduz as possibilidades de modificar o ensino de geometria e, por conseguinte, de orientar os alunos para o desenvolvimento de capacidades cognitivas que o estudo desse ramo proporciona.

Os pós-graduandos, em geral, entenderam que o erro em geometria pode ser considerado pelo professor com uma conotação positiva, buscando estratégias de ensino

em prol de uma apropriação adequada dos conhecimentos geométricos por parte dos alunos. Nesse sentido, o pós-graduando 5 compartilhou o seguinte relato:

“Inicialmente, é necessário destacar que não devemos levar o erro como algo que sirva para contar mais um acerto ou não, mas como uma estratégia para perceber as dificuldades da aluna e tentar mediar o estudo para que este se dê de forma significativa para o estudante. Tendo isso em mente, é importante destacar o fato de a aluna não saber se o triângulo é retângulo. Nesse sentido, seria necessário lembrar com a aluna as características que fazem de um triângulo, retângulo, ressaltando as questões conceituais e trabalhando as imagens conceituais que ela tem sobre o triângulo retângulo. Creio que o erro pode possibilitar o estudo de ângulos, o estudo de retas perpendiculares, e assim o estudo das características do triângulo retângulo. Além disso, essa construção apresentada pela aluna não parece ser com os pontos fixos. Logo, ao mexer com o vértice B , o triângulo deixa de ser retângulo (se em algum momento foi). Assim, podemos buscar estratégias para como a construção desse triângulo seria um triângulo retângulo fixo, ou seja, que não se alterassem as características ao mexermos com os vértices A e C .”

Além de utilizar o erro de uma maneira construtiva, é necessário entender os fatores que levam os alunos a cometer erros nas construções geométricas. A partir da causa, o professor pode tratar adequadamente a consequência. De acordo com a identificação destes fatores, o professor pode traçar novas estratégias de ensino, visando uma melhor apropriação do conhecimento por parte dos seus alunos. As considerações do pós-graduando 6 corroboram isso:

“Nessa situação, devemos parar e analisar todas as situações e o que de fato a aluna não compreendeu, para então decidirmos o melhor ou possível caminho para ampliar essas construções. Em várias situações escolares durante os nossos planejamentos nos deparamos com inúmeros problemas relacionados com a aprendizagem matemática. Nesses momentos devemos fazer uma análise crítica de como funcionaram ou não nossas mediações e então o que é necessário modificarmos. Por exemplo, nesse caso, será preciso uma retomada nos conteúdos sobre: ângulos retos, triângulos retângulos, catetos, hipotenusa e o Teorema de Pitágoras. Após todas as análises e retomadas nos conteúdos teóricos, teremos condições de aplicar novamente no GeoGebra essa nova construção da aluna e então analisar a sua evolução. Penso que não se deve continuar o estudo de novos métodos e os já trabalhados ou discutidos pelos alunos e professores sem antes todos obterem uma aprendizagem sobre, por exemplo, a trigonometria ou os demais conteúdos matemáticos.”.

A identificação de tais fatores que originam o erro nas construções geométricas deve ser feita com bastante cautela por parte dos professores. A própria palavra “erro” possui, a princípio, uma conotação negativa; se o professor não mediar de forma adequada os erros que os seus alunos apresentam, pode causar um constrangimento, desalento e desmotivação nos mesmos.

Nesse contexto de mediar o erro, é importante que seja mantida uma boa relação pessoal entre o professor e os seus alunos, facilitando o diálogo e uma abordagem construtiva das lacunas conceituais detectadas nas construções geométricas. O pós-graduando 7 colocou as seguintes considerações:

“Nessa situação, provavelmente a aluna não compreendeu a principal característica do triângulo retângulo, que é a de possuir um ângulo de, exatamente, 90° . Antes de definir quais estratégias devem ser tomadas, o professor deve dialogar com sua aluna, problematizando seu erro, afim de obter um diagnóstico de sua aprendizagem acerca desse tema. Caso perceba que a aluna realmente não compreendeu, deve retomar o conceito de ângulo, contextualizando-o com situações práticas. O uso de *softwares* de Geometria Analítica pode auxiliá-lo no ensino dessa temática. Além disso, discutir o porquê de, por exemplo, a altura de um prédio em relação ao solo, dever ser de 90° . O erro pode ser concebido como ponto de partida para explorar problemas e realizar experimentações, o que é potencialmente interessante com o uso do GeoGebra, por exemplo. A partir desse recurso, pode-se simular, fazer experimentos, afim de comparar resultados. Nesse sentido, o erro é concebido como uma ferramenta construtiva.”

O diálogo construído entre o professor e os seus alunos permite, na identificação dos fatores de erro, detectar qual foi o tipo de erro na construção geométrica feita pelos alunos. Em se tratando do uso de um *software* educacional voltado ao ensino de geometria, o erro pode ser conceitual ou procedimental, evidenciando a dificuldade apresentada pelo aluno na manipulação do recurso tecnológico.

Caso o erro apresentado seja de caráter conceitual, cabe ao professor buscar outras estratégias de ensino que permitam a retomada do conteúdo e dos tópicos abordados, tentando dentro do possível aproximar mais o conceito do aluno, pois a primeira mediação resultou em uma lacuna conceitual. Do contrário, se o erro apresentado for procedimental com o *software* educacional, o professor pode buscar uma metodologia que propicie uma mediação do uso do recurso tecnológico, para que o aluno tenha apropriação sobre a manipulação do mesmo. O pós-graduando 8 aponta que:

“Questionando sobre os passos de sua construção, o professor pode perceber em qual dos casos a aluna se enquadra. Se o problema foi com relação às características de um triângulo retângulo, podemos esclarecer a partir daí as dúvidas da aluna. Mas se for um problema de construção e de uso correto das ferramentas do *software*, é preciso mostrar a importância do uso de algumas ferramentas que nos darão certeza de uma construção correta e que mesmo com movimentação esta construção não sofrerá deformações. Existe mais de uma forma de fazer estas construções no GeoGebra, podemos explorar formas diferentes para que o aluno compreenda melhor. Respondendo à pergunta sobre de que forma eu, como professor, posso explorar o erro da estudante para construir o conceito com ela, eu pediria que ela fizesse outros triângulos na mesma tela, sem apagar o que estava errado e pediria que a aluna movimentasse cada um deles, aumentando, diminuindo, deslocando eles de lugar e observasse em cada um deles o ângulo reto. Dessa forma, a aluna poderia perceber que o triângulo que foi construído corretamente não perderia sua principal característica ao ser movimentado e o que foi construído de forma errada sofreria várias transformações, nas quais não manteria o ângulo de 90° .”

No entanto, fica a seguinte reflexão: teria o objetivo da atividade falhado, ou mesmo a preparação para a sua realização? Alguns pós-graduandos refletiram sobre a metodologia de ensino ter falhado e propuseram uma alternativa, visando uma melhor aprendizagem, independentemente de ser conceitual ou sobre o recurso tecnológico em si, por parte da aluna, ao final evidentemente reconstruindo o triângulo e novamente avaliando se o objetivo foi atingido, com a mudança proposta.

Um outro questionamento que surge a partir das reflexões feitas diz respeito à noção de medida e à precisão em Matemática. Os *softwares* como o GeoGebra são precisos, evidenciando erros procedimentais por parte do aluno. Mas, quando este utiliza tecnologias como lápis, régua e compasso, a precisão absoluta inexistente, pois sempre haverá um erro, por menor que seja, devido à precisão na construção manual feita pelo ser humano ser limitada nesse sentido.

No que diz respeito às formas propostas de mediar o conteúdo a partir da retomada conceitual, os relatos dos pós-graduandos foram diversificados. Alguns colocaram a necessidade de revisar os conceitos sobre o triângulo retângulo e as suas propriedades,

entre elas o ângulo reto oposto ao maior lado, a hipotenusa; outros atestaram em favor da necessidade de revisão de outros conceitos geométricos, como as condições de perpendicularidade entre retas, a fim de entender o conceito de um ângulo reto, que define o triângulo retângulo. Nesse sentido, o pós-graduando 10 afirma que:

“O erro é algo importante no olhar que o professor deve ter do aprendizado do aluno. É através dele, que podemos verificar em qual estágio de conhecimento o aluno se encontra e tomar como base para elaborar a estratégia, para que o mesmo corrija o erro e totalize seu aprendizado. Analisando o erro proposto, a estudante construiu uma figura que não possui um ângulo de 90° , com a qual demonstra desconhecer as propriedades do triângulo retângulo. Verificando também a janela de álgebra, vemos que ela não utilizou todas as ferramentas necessárias e disponíveis no *software* para elaborar o triângulo corretamente. Vemos dois problemas aqui, o desconhecimento das propriedades do triângulo retângulo e o pouco conhecimento do *software*. Para uma estratégia de mediação, retomaria com a estudante as propriedades de um triângulo retângulo, a construção de retas perpendiculares, o eixo cartesiano e a marcação dos pontos. Utilizaria lápis, régua e o caderno. Com base nisso, elaboraria um roteiro para ela retomar a atividade, incluiria um tutorial do *software*, a construção de retas s e r perpendiculares, uso dos eixos cartesianos e malha quadriculada, a escolha correta dos pontos A , B e C , sendo um deles a interseção das retas e, por fim, a inserção dos segmentos entre os pontos para finalizar o triângulo. Acredito que, desta forma, a estudante poderá ter segurança e autonomia para pensar e aplicar corretamente o conteúdo usando o *software*. A melhor forma que vejo para construção definitiva do conceito é propondo à estudante que escreva no caderno uma reflexão sobre as duas construções que ela realizou, a do primeiro triângulo e a do segundo triângulo. Desta forma, refletindo e comparando os dois resultados alcançados, o erro e o acerto podem fazer com que ela se aproprie verdadeiramente do conteúdo.”.

Sendo assim, de um modo geral, os pós-graduandos concordam que o conceito de triângulo retângulo e as suas características deveriam ser revistas, de uma forma ou de outra, concordando com a afirmação feita por Lorenzato (1995), que colocou o abandono da geometria nas escolas em prol de diferentes áreas da Matemática. O que variou ao

longo dos relatos foi o motivo pelo qual isto ocorre. Muitos apontaram a falta de interesse por parte dos professores para ensinar geometria, colocando-a como um tópico complicado de ser trabalhado por diversos fatores: dificuldade na visualização das figuras geométricas e em trabalhar conceitos abstratos como planificações, áreas e perímetros, falta de afinidade de parte dos professores, entre outros. Por isso, acaba havendo um descaso com esta importante área da Matemática.

Um problema recorrente apontado por vários dos pós-graduandos seria originado pelas falhas conceituais presentes nos professores, desde as suas formações iniciais. Se os cursos formadores de professores não se preocupam adequadamente com as questões geométricas, o professor carrega uma lacuna conceitual desde a sua graduação, culminando na preparação deficitária e conseqüentemente no ensino inadequado aos seus alunos. O pós-graduando 3 coloca as suas impressões nesse mesmo sentido:

“O ensino da geometria é deixado de lado pelo fato dos educadores não terem o domínio necessário no conteúdo, pois é um assunto que requer muita abstração para poder enxergar.”

O pós-graduando 7 também atesta a favor destas reflexões:

“Muitos professores não foram preparados para o ensino dessa área, o que torna o processo de ensino e aprendizagem ainda mais difícil de ocorrer. E quando não se domina bem um conteúdo, deixa-se ou evita-se de ensiná-lo. Ainda, o ensino de geometria pode ter sido deixado de lado por ser considerado de pouca importância para a formação dos alunos e devido à dificuldade de perceber a sua real importância na formação desses sujeitos.”

Torna-se ainda mais grave o problema no descaso com a geometria se for analisada a sua importância no cotidiano e o nível de exigência que os seus conteúdos demandam, tanto dos alunos quanto dos professores que a ensinam. A dedicação aos estudos conceituais dentro da geometria requer uma atenção especial, conforme colocam Resende e Mesquita (2013, p. 216):

Sabe-se que a geometria exige dos professores e dos próprios alunos uma dedicação maior, pois a sua essência extrapola o plano bidimensional e vai até o tridimensional, requerendo, assim, além do entendimento, a capacidade de visualização e construção do raciocínio.

Lorenzato (1995) afirma que o dilema do professor é tentar ensinar geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. Para haver o seu ensino, é preciso que o ele estude e tente concretizar cada assunto abordado, buscando tornar o abstrato em visual, tátil e manipulável, a fim de dar sentido ao conceito. Outro fator relevante são as altas jornadas de trabalho dos professores que afetam o bom rendimento dele sobre o estudo necessário que necessita ser realizado para o entendimento desta área.

Outros pós-graduandos colocaram um ponto importante pelo qual a geometria é abandonada, fazendo uma conexão com as discussões anteriores. Pela dificuldade de visualização espacial, apontada anteriormente, o ensino de geometria acaba sendo uma das áreas mais beneficiadas com a utilização de recursos tecnológicos, como o GeoGebra, por exemplo. Tal fato nos remete ao que foi tratado anteriormente, em que muitas vezes a ausência desses recursos nas escolas interfere consideravelmente na forma como a geometria é trabalhada – quando, inclusive, é ensinada, de fato.

Alguns pós-graduandos apontaram a importância da geometria na Matemática, não gostando da ideia de deixá-la de lado. Para tanto, colocaram como básica a necessidade de estabelecer conexões entre a geometria e as diferentes áreas da Matemática, trabalhando de forma integrada e não reduzindo a importância de nenhuma delas.

Muitos pós-graduandos citaram a necessidade de preparação dos professores para tal, uma vez que muitos deles declararam não saber estabelecer as devidas conexões ou trabalhar com a geometria, pois entendem que o descaso com esta área no Ensino Básico é puro reflexo do que ocorre no Ensino Superior. No âmbito acadêmico, a geometria também é vista de maneira superficial, segundo eles – ao menos no que diz respeito ao ensino de geometria. O pós-graduando 11 apresentou o seguinte relato:

“Se a formação fosse feita com mais ênfase na aplicabilidade, com certeza muita coisa seria diferente. Para muitos de nós de fato é, mas reitero que é por vontade e dedicação do professor que pesquisa e vai atrás de melhores condições para as suas aulas.”

No entanto, Lorenzato (1995) problematizou há mais de 20 anos o descaso com a geometria nas escolas. Surge então, naturalmente, o questionamento: não estariam tais percepções desatualizadas, equivocadas pela diferença social existente entre duas épocas

em plena era tecnológica? Alguns pós-graduandos entenderam que talvez sim, haveria a necessidade de uma análise acerca da veracidade desta afirmação nos dias atuais. O pós-graduando 7, por exemplo, aponta que:

“Levando em conta a época em que Lorenzato fez tal afirmação, em 1995, há mais de 20 anos, acredito que seja necessário realizar novas pesquisas para verificar se tal afirmação ainda faz sentido, se já houve alguma mudança no ensino de geometria na Educação Básica.”

Em sua maioria, os pós-graduandos concordaram que a afirmação fazia todo sentido, principalmente na época em que ela foi feita. Ainda hoje ela parece bastante atualizada, evidenciando a necessidade de melhorar a formação continuada dos professores, no sentido de prepará-los adequadamente na área do ensino de geometria, no que diz respeito ao campo conceitual e também ao campo do interesse, contextualizando e dando a devida importância à geometria. A percepção que fica é de que as afirmações de Lorenzato são ainda bastante atuais pois, à medida que as tecnologias digitais evoluem muito rapidamente, implicando cada vez mais nas suas aplicações em campos como o da educação, a forma como o ser humano pensa, reflete e se comporta perante aos novos recursos tecnológicos não evolui na mesma proporção.

Portanto, concluímos que é fundamental que haja uma formação inicial adequada aos professores, atribuindo a devida importância ao ensinar da geometria e atrelando-a ao uso das tecnologias digitais. Além disso, o erro nas construções geométricas precisa ser tratado com cautela, em uma conotação positiva e construtiva, permitindo o desenvolvimento de novas estratégias de ensino a partir da compreensão de sua real natureza. Desta forma, os professores de Matemática se sentirão mais seguros ao ensinar geometria, não tratando-a com descaso, permitindo que os seus alunos tenham contato com conceitos geométricos e possam se apropriar devidamente do conhecimento nestas áreas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho partiu da reflexão de que é fundamental o uso de tecnologias digitais no ensino de geometria, devido ao potencial educativo que elas oferecem na visualização das construções geométricas. Percebeu-se que a contextualização da geometria, utilizando recursos tecnológicos em sala de aula, pode auxiliar no aprender, mas para tanto, repensar a formação inicial e continuada dos professores é fundamental. Sendo assim, é importante que os professores estejam preparados para manipular os recursos tecnológicos digitais em sala de aula, desde a sua formação inicial.

Para uma preparação adequada na formação inicial de professores, as licenciaturas precisam dispor de disciplinas que potencializem os graduandos a ensinarem a geometria. A partir dessa concepção de ensino, os professores poderão mediar os conhecimentos geométricos de uma forma mais apropriada, desde a preocupação com o erro e o tratamento adequado a ele, até uma abordagem mais contextualizada dos tópicos geométricos, de uma forma mais aproximada dos alunos. Ficou evidenciado que os erros detectados nas construções geométricas, quando compreendidos com cautela, podem ser um potencializador no processo de ensinar.

As discussões originadas na disciplina de Geometria Analítica e Dinâmica do Curso de Especialização para Professores de Matemática transcenderam os conceitos geométricos, de uma forma mais pura; elas consistiram também nas reflexões acerca das práticas docentes com relação à geometria, uma vez que os pós-graduandos são, em sua grande maioria, professores de Matemática atuantes na área.

Desta forma, entendemos que o objetivo geral do presente trabalho foi alcançado. As reflexões e considerações dos pós-graduandos evidenciaram a importância dos recursos tecnológicos digitais no ensino de geometria, além de problematizar a infraestrutura como um agravante na ausência das ferramentas tecnológicas digitais em muitas escolas públicas.

Os relatos dos pós-graduandos também trataram dos potenciais das tecnologias digitais, diferenciando o ensino de geometria feito a partir delas de uma abordagem mais

tradicional, com régua, compasso, lápis, papel, quadro e giz. Ambas abordagens têm seus potenciais e falhas, sendo complementares no processo de aprendizagem dos alunos.

Ainda que certas percepções, como a de Lorenzato, tenham sido feitas há vários anos, ainda é verificada a perenidade das mesmas. O ensinar geometria envolve, primordialmente, uma preocupação com a importância deste conteúdo, abordando-o devidamente em sala de aula. Se faz necessária uma investigação mais profunda se, de fato, o ensino de geometria ainda é deixado de lado nas escolas, como foi afirmado há 22 anos por Lorenzato.

Além disso, também esperamos inspirar trabalhos futuros. Buscando contribuições como os relatos a partir da atividade hipotética proposta sobre o erro na construção do triângulo retângulo, uma ideia nesse sentido seria propor aos alunos uma atividade abordando o conceito de triângulos pitagóricos, proporcionando a descoberta dos números irracionais e expandindo o conceito de medida para o Conjunto dos Números Reais. Nesse caso, poderiam ser trabalhados também tópicos de noções de medida, números incomensuráveis e o questionamento sobre a precisão destes números. Outra sugestão para uma atividade proposta aos alunos seria a reflexão sobre a possibilidade de construir um triângulo a partir de três medidas quaisquer, explorando o conceito de desigualdade triangular.

Por fim, esperamos que as falas apresentadas neste trabalho, em conjunto com as reflexões originadas e a partir de alguns referenciais teóricos consultados, evidenciem a importância da geometria em sala de aula e de ensinar a geometria, desde a formação básica dos professores, até a apropriação do conhecimento por parte dos alunos, mediada pelo professor.

6. REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; *et. al.* **Educação à Distância Online**. 3ª edição, Autêntica, Belo Horizonte, 2011.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Autêntica, Belo Horizonte, 2005.

CARLOS, M. L.; MÜLLER, T. J. **A Contribuição do Software GeoGebra na Aprendizagem dos Conceitos Geométricos no Estudo das Pirâmides**. In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, outubro de 2013.

COSTA, V. A. F.; *et. al.* **O Ensino da Matemática e a Falta de Infraestrutura nas Escolas Brasileiras**. In: III Congresso Nacional de Educação. Salvador, agosto de 2016.

COTIC, N. **GeoGebra na Formação Docente**. In: 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra, p. CCXXX-CCXL, 2012.

FUCK, R. S. **Análise de Erros em Geometria: Uma Investigação com Alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA)**. In: Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 4, n. 2, p. 16-36, 2013.

FUSIGER, J. M.; *et. al.* **Análise de Erros em Geometria Plana**. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, julho de 2016.

GATTI, B. A. **Formação de Professores no Brasil: Características e Problemas**. In: Educação Social, vol. 31, n. 113, p. 1355-1379. Campinas, outubro-dezembro de 2010.

IDEM, R. C. **Explorando o GeoGebra na Formação de Professores de Matemática: Uma Articulação entre o Construcionismo e os Conhecimentos Docentes**. In: XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática. Curitiba, novembro de 2016.

KAMII, C. **A Criança e o Número: Implicações Educacionais da Teoria de Piaget por Atuação**. Editora Papirus, 6ª Edição, 124p. Campinas, 1987.

KENSKI, V. M. **Aprendizagem Mediada pela Tecnologia**. In: Revista Diálogo Educacional, vol. 4, n. 10, p. 1-10, setembro-dezembro de 2003.

LEITE, R. S.; OLIVEIRA, G. P. **Formação de Professores e GeoGebra: Uma Proposta para Compreender e Ensinar o Teorema de Tales**. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, julho de 2016.

LORENZATO, S. **Por que não Ensinar Geometria?** In: Educação Matemática em Revista, SBEM, n. 4, p. 3-13, 1995.

NASCIMENTO, E. G. A. **Avaliação do uso do Software GeoGebra no Ensino de Geometria: Reflexão da Prática na Escola**. In: Actas de La Conferencia Latino Americana de GeoGebra, p. 125-132. Uruguai, 2012.

NASCIMENTO, F. J.; *et. al.* **O uso do Software GeoGebra no Ensino de Geometria Analítica: Experiências Vivenciadas no Contexto Escolar**. In: Educação Matemática em Revista, SBEM, p. 40-47, 2015.

PRENSKY, M. **Digital Natives, Digital Immigrants**. On The Horizon, NCB University Press, vol. 9, n. 5, outubro de 2001.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. B. F. **Principais Dificuldades Percebidas no Processo Ensino-Aprendizagem de Matemática em Escolas do Município de Divinópolis, MG**. In: Educação Matemática em Pesquisa, v. 15, n. 1, p. 199-222. São Paulo, 2013.

SANTOS, A. S.; *et. al.* **Tecnologia a Favor da Educação Matemática: GeoGebra e suas Aplicações**. In: VII Encontro Mineiro de Educação Matemática. Juiz de Fora, outubro de 2015.

SILVA, A. L. G. A.; *et. al.* **Aprender com os Erros: Uma Estratégia Didática no Ensino da Matemática em Geometria na Segunda Série do Ensino Médio**. In: III Congresso Nacional de Educação. Salvador, agosto de 2016.

SILVA, A. Q.; SANTOS, T. S. **O Uso do *Software* GeoGebra no Ensino de Geometria Plana.** In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, outubro de 2013.

SILVEIRA, D. S. **Redes de Conversação em uma Cultura Digital: um Modo de Pensar, agir e Compreender o Ensino de Matemática na Educação Superior.** Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde. Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, 2017.

VIEIRA, E. R. **Ensino de Geometria com Tecnologias Digitais: Experiências dos Professores do Programa de Residência Docente do Colégio Pedro II.** In: VI Seminário de Mídias & Educação do Colégio Pedro II, n. 1. Rio de Janeiro, 2015.