

**UM ESTUDO SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS:
DO CONTEXTO HISTÓRICO À APLICAÇÕES
NA EDUCAÇÃO BÁSICA.**

Andressa da Silva Socoowski

Rio grande, RS

Setembro, 2024



Andressa da Silva Socoowski.

**UM ESTUDO SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS:
DO CONTEXTO HISTÓRICO À APLICAÇÕES
NA EDUCAÇÃO BÁSICA.**

O presente trabalho de conclusão de curso apresentado à Universidade Federal de Rio Grande – FURG, possui como objetivo a obtenção de título de graduada no curso de matemática licenciatura.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Juliana Ricardo Nunes

Rio Grande, RS

Setembro, 2024



Universidade Federal do Rio Grande – FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física

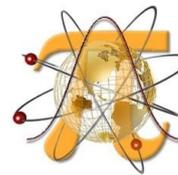
Curso de Licenciatura em Matemática

Av. Itália km 8 Bairro Carreiros

Rio Grande-RS CEP: 96.203-900 Fone (53)3293.5411

e-mail: imef@furg.br

Sítio: www.imef.furg.br



Ata de Defesa de Monografia

No dia dezesseis do mês de setembro de 2024, às 14h, no Auditório do IMEF, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso da acadêmica **Andressa da Silva Socowshi** intitulada “**Um Estudo sobre o Teorema de Pitágoras: Do Contexto Histórico à Aplicações na Educação Básica**”, sob orientação da Profa. Dra. Juliana da Silva Ricardo Nunes, deste instituto. A banca avaliadora foi composta pela Profa. Dra. Fabíola Sperotto do IMEF/FURG e pela Profa. Dra. Lisandra Sauer da UFPEL. A candidata foi: aprovada por unanimidade; () aprovada somente após satisfazer as exigências que constam na folha de modificações, no prazo fixado pela banca; () reprovada. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada.

Documento assinado digitalmente

gov.br

JULIANA DA SILVA RICARDO NUNES

Data: 18/09/2024 15:00:17-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Juliana da Silva Ricardo Nunes
Orientadora

Documento assinado digitalmente

gov.br

FABIOLA AIUB SPEROTTO

Data: 18/09/2024 15:42:52-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Fabíola Sperotto

Documento assinado digitalmente

gov.br

LISANDRA DE OLIVEIRA SAUER

Data: 18/09/2024 15:21:18-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Lisandra Sauer



Resumo: O presente Trabalho de Conclusão de Curso, está vinculado ao curso de Matemática Licenciatura ofertado pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG. Tem por objetivo principal relatar a trajetória do matemático Pitágoras, suas contribuições para a matemática e apresentar o Teorema de Pitágoras. Além disso, traz uma sugestão de atividade para o 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando material concreto para contribuir na demonstração visual do teorema. Diante disto, será relatado o caminho percorrido pelo matemático até chegar-se na sua maior contribuição, o Teorema de Pitágoras. Neste trabalho também foi realizada a análise de livros didáticos, que estão disponíveis para utilização em sala de aula com as turmas de ensino fundamental. A metodologia adotada foi de coleta de dados em livros, trabalhos de mestrado, sites, revistas especializadas, ou seja, a técnica documental/bibliográfica.

Palavras-chaves: Geometria; Pitágoras e Teorema de Pitágoras



SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO.....	1
2- OBJETIVOS	3
2.1- Objetivo geral	3
2.2- Objetivo específico	3
3- TEOREMA DE PITÁGORAS.....	3
3.1- Resgate histórico: Um pouco sobre a vida de Pitágoras.....	3
3.2- Escola Pitagórica	6
3.3- A demonstração clássica do teorema de Pitágoras.....	9
4- VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS.....	13
4.1- O que diz a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sobre o teorema de Pitágoras.....	13
4.2- Descrição da atividade.....	14
5- ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS.....	21
6- CONCLUSÃO.....	33
7- REFERÊNCIAS.....	35



1. INTRODUÇÃO

Em nosso cotidiano, é possível notar o quanto a matemática é necessária e importante para a execução de nossas tarefas diárias. Por isso, se faz necessário apresentar sua importância desde os primeiros anos escolares.

A geometria, por sua vez, é uma parte fundamental da disciplina, a sua importância é inquestionável tanto pelo ponto de vista prático, quanto pelo aspecto na organização de pensamentos lógico. Segundo Fainguelent:

O estudo da geometria é de fundamental importância para desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo e para que a visão da matemática não fique distorcida (FAINGUELERNT 1999, p.53).

Um tópico bastante estudado dentro da geometria é o Teorema de Pitágoras, pois além de ser considerado um dos alicerces da matemática, possui uma vasta aplicabilidade em outras áreas como por exemplo, na física e na engenharia. Compreender o Teorema de Pitágoras, permite o aluno entender diversos conteúdos da matemática.

O presente Trabalho de Conclusão de Curso, apresentará um breve resgate histórico da trajetória de um dos principais matemáticos da história: o famoso Pitágoras. Em especial, será abordado o teorema que leva seu nome, o Teorema de Pitágoras, formulado por volta do século VI a.C. Este teorema é um dos pilares fundamentais da geometria euclidiana e continua a desempenhar um papel central no ensino da matemática.

O Teorema de Pitágoras, que estabelece a relação entre os lados de um triângulo retângulo, possui uma importância significativa tanto histórica, como pedagógica, influenciando o desenvolvimento de outros conteúdos dentro da matemática. A compreensão do Teorema de Pitágoras não apenas proporciona uma base sólida para o estudo de tópicos mais avançados em geometria, como também desenvolve habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas.

No ensino fundamental, a introdução e a exploração do Teorema de Pitágoras nos livros didáticos são regidas por diretrizes estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que visa assegurar que todos os alunos tenham acesso a uma educação



matemática de qualidade e alinhada com as melhores práticas pedagógicas. A BNCC estipula de seja ensinado no 9º ano do ensino fundamental, e que o ensino deve ser orientado não apenas para a aplicação do teorema, mas também para a compreensão do seu contexto histórico e suas implicações.

Diante do que temos como Base curricular, a presente pesquisa se propõe a analisar a abordagem do Teorema de Pitágoras em livros didáticos destinados ao 9º ano do ensino fundamental. O objetivo é examinar como diferentes publicações tratam a apresentação do teorema, a contextualização histórica de Pitágoras, conhecer as atividades propostas e as estratégias pedagógicas desenvolvidas. Logo, serão analisados 17 livros didáticos, com o intuito de identificar as abordagens predominantes.

Este trabalho tem como objetivo oferecer uma visão abrangente sobre como o Teorema de Pitágoras é abordado e alinhado às necessidades e expectativas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A estrutura do trabalho é organizada da seguinte forma: a seção 2 apresenta os objetivos do estudo, divididos em objetivos geral e específicos; a seção 3 aborda o Teorema de Pitágoras, incluindo um resgate histórico e a demonstração clássica do teorema; a seção 4 trata da visualização geométrica do teorema, juntamente com as diretrizes da BNCC sobre o assunto e a descrição da atividade proposta; a seção 5 traz a análise de livros didáticos; e as anotações 6 e 7 apresentam, respectivamente, a conclusão e as referências.



2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo Geral

Fazer um estudo introdutório sobre o teorema de Pitágoras, conhecendo o contexto histórico que envolve o teorema, suas demonstrações e aplicações e análise de 17 livros didáticos.

2.2. Objetivos Específicos

- Pesquisar a história do teorema de Pitágoras;
- Estudar demonstrações do teorema de Pitágoras;
- Conhecer aplicações do teorema de Pitágoras;
- Apresentar o que prevê a BNCC para o estudo da Geometria no 9º ano do Ensino Fundamental;
- Conhecer atividades práticas que envolvem o tema escolhido;
- Criar uma oficina para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

3.1- Resgate histórico: Um pouco sobre a vida de Pitágoras.

O grande matemático Pitágoras, também conhecido como Pitágoras de *Samos*, era chamado por este outro nome por ter nascido em uma ilha que possuía o nome de *Samos* que



atualmente faz parte da Grécia. Filho de um rico comerciante chamado *Mensarco* e de uma mulher chamada *Parténis*, viveu aproximadamente de 569 a.C á 500 a.C, pouco se sabe da juventude de Pitágoras, algo que se pode afirmar é que ele ganhou alguns jogos olímpicos. (SITE, PROF2000, 2016).

Devido à localidade da sua moradia Pitágoras possuía duas vantagens em relação a outros possíveis matemáticos: “estava próximo de dois vales de rios onde o conhecimento florescia e estava em condições de viajar aos centros antigos de conhecimento e lá adquirir informação de primeira mão sobre astronomia e matemática” (Carl B, pág. 55). Além de todas as vantagens geográficas, era constituído por um espírito ousado e imaginativo, o que lhe proporcionava grande auxílio em sua jornada.

Com o passar do tempo, Pitágoras na sua fase adulta, já não estava satisfeito com os conhecimentos que havia adquirido em sua cidade natal, devido a esta insatisfação, passa um determinado período realizando viagens para obter novos conhecimentos, dentre essas viagens ele conquistou muitas habilidades matemáticas. Acredita-se que Pitágoras tenha viajado a Mileto onde conheceu Tales. Apesar de não haver comprovações, há relatos de que Tales de Mileto foi seu mestre.

Aconselhado por Tales, Pitágoras teria viajado posteriormente para o Egito, um país que se concentrava estudos em diversas área e eram transmitidos, principalmente através dos sacerdotes. Sobre suas viagens, segundo Simon Singh (2014, p. 21): “Algumas histórias nos fazem crer que ele teria ido até a Índia e a Inglaterra, mas o mais certo é que aprendeu muitas técnicas matemáticas com os egípcios e os babilônios”. Nesse contexto, acredita-se que Pitágoras tenha adquirido maior parte de seu conhecimento no Egito, pois eles possuíam uma maior compreensão matemática e estavam desenvolvendo a aritmética e a geometria. Em particular na geometria, estavam tentando entender o que significava “medir a terra”. Logo após sua jornada no Egito, Pitágoras viaja para a Babilônia, lá o enfoque maior era na astronomia. Os matemáticos da região da Babilônia possuíam mais conhecimentos do que os egípcios.

Pitágoras viajou durante vinte anos e já havia obtido muito conhecimento matemático, quando decide voltar para a ilha de *Samos*. Quando o matemático retorna a sua cidade natal, encontra a mesma em poder de um tirano chamado *Polícrates*, um homem cruel e corrupto que passou a desviar os interesses comerciais da ilha e lucrar muito com a pirataria. Assim, como a maioria das pessoas de poder daquela época, *Polícrates* necessitava ser visto como



inteligente e devido a esta necessidade pagava generosamente aos intelectuais e artistas da ilha para dispor de seu trabalho.

O tirano convida Pitágoras para fazer parte de sua corte, mas ele nota que isso era somente uma maneira de fiscalizá-lo de perto, para impossibilitá-lo de trabalhar suas ideias do estudo filosófico e matemático. Ele se torna mestre, e acredita ser superior a qualquer tirano e da mesma forma não fazia questão alguma de esconder o quanto estava incomodado com *Polícrates* no poder, o que ocasiona inúmeros conflitos entre os dois, o que resulta em Pitágoras indo embora de sua cidade natal. Além do tirano no poder, o império persa começou a avançar também sobre a ilha, resultando em uma instabilidade no território.

Com a expulsão de Pitágoras da ilha, ele precisaria de um novo local para seus estudos, um lugar onde não sofresse nenhuma perseguição, então foi morar em uma caverna no sul da ilha. Segundo Singh:

Pitágoras não apreciava o isolamento e acabou subornando um menino para ser seu primeiro aluno. A identidade do garoto é incerta, mas alguns historiadores sugerem que ele também se chamaria Pitágoras e que o estudante mais tarde ficaria famoso ao sugerir que os atletas deveriam comer carne para melhoria da constituição física. Pitágoras, o mestre, pagava ao seu aluno três *ébolos* para cada aula a que ele comparecia. Logo percebeu que, a medida que as semanas se passavam, a relutância inicial do menino em aprender se transformava em entusiasmo pelo conhecimento. Para testar seu pupilo, Pitágoras fingiu que não podia mais pagar o estudante e que teria que interromper as aulas. Então o menino se ofereceu para pagar por sua educação. O pupilo tornou-se discípulo. Infelizmente este foi o único adepto que Pitágoras conquistou em *Samos*. Ele chegou a estabelecer temporariamente uma escola conhecida como o semicírculo de Pitágoras, mas suas ideias de reforma social eram inaceitáveis e o filósofo foi obrigado a fugir com sua mãe e seu único discípulo” (SINGH, 2008, p.22).

Depois de algum tempo nesta caverna no sul da ilha, Pitágoras viaja para a Magna Grécia, e vai residir em *Crotona* onde atualmente é Itália. Nesta ilha, Pitágoras conhece Milo, ‘um dos homens mais ricos da cidade, que possuía inúmeros títulos de campeão nos jogos olímpicos da antiguidade’, (CASTRO, 2013, p. 14). Conhecendo a fama do matemático, ele cede uma parte de sua residência para ser usada como escola, onde sua filha *Teano* se torna aluna, e um tempo depois mesmo havendo uma grande diferença de idade, *Teano* e Pitágoras se casam.

Nesta época Pitágoras começa a se definir como filósofo e se torna a primeira pessoa a usar essa denominação, que em grego quer dizer “amante da sabedoria”. Começa a lecionar uma matéria, que em seguida começou a atrair outros alunos, surgindo assim a Escola



Pitagórica, ou como também é conhecida Irmandade Pitagórica, pois possuía um caráter religioso e havia muitos mistérios e lendas sobre a escola.

3.2 - A escola Pitagórica.

A escola Pitagórica teve sua fundação em torno do ano de 540 a.C, tendo como fundador o matemático Pitágoras. A instituição era situada na cidade de *Crotona* e era constituída por inúmeros alunos que tinham um interesse por aritmética, geometria, música e astronomia. Curiosamente a escola também era conhecida como Irmandade, pois todos os seus membros faziam um juramento de não revelar nada sobre suas descobertas, o que provavelmente ocasionou o fato de não termos registros sobre ela. Logo nenhuma das descobertas feitas na escola sabe-se ao certo a sua autoria, pois todas pertenciam a irmandade como um todo e possuíam uma política conservadora e comunitária. Todos os membros quando entravam entregavam os seus bens a comunidade e só recebiam de volta quando eram desligados. Também eram obrigados a ser vegetarianos e religiosos.

Na Irmandade todos os membros que desejam ingressar passavam por testes e desafios, era um local de difícil admissão. O local onde era a escola possuía uma arena onde realizam inúmeras práticas: corrida, jogo de garrocha e combates simulados na forma de danças dóricas. Pitágoras banuiu todos os tipos de lutas, pois acreditava que elas eram supérfluas e perigosas. A instituição tinha um símbolo o qual identificava os membros, este símbolo era um pentagrama, ou seja, uma estrela de cinco pontas. Passado um determinado tempo que o novo membro estava presente na escola, iniciava os testes finais para ver se realmente estava apto a ser aluno, a marca principal destes testes era o tormento psicológico, e segundo Edouard Schuré:

O candidato pitagórico era obrigado a passar a noite em uma caverna que havia nas cercanias da cidade, onde se lhe fazia crer que existiam monstros e se davam aparições. Aqueles que não tivessem coragem para suportarem as impressões fúnebres da solidão e da noite, que se recusassem a entrar na caverna, ou que se evadissem antes do amanhecer, eram julgados incapazes para a iniciação e despedidos. (SCHURÉ, 1989, p. 55)



A prova moral era mais séria, bruscamente, sem preparação prévia, encerrava-se em uma bela manhã o discípulo em avaliação em uma cela. Segundo (SCHURÉ,1986, p.55): “Deixavas-lhe uma ardósia e ordenavas lhe friamente que descobrisse o sentido de um dos símbolos pitagóricos, por exemplo: “O que significa o triângulo inscrito em círculo?”, ou este “Porque é que o dodecaedro compreendido na esfera é a cifra do universo?” O neófito passava doze horas encerrado na cela com a sua ardósia e o seu problema, sem outra companhia mais que um vaso com água e pão seco”.

E segundo (Eves, 1997 apud MORTELE, 2010, p. 17) uma das conclusões que se tem sobre a Escola ou Irmandade Pitagórica, é que eles acreditavam que “tudo é número”, tanto é que, como mencionado acima possuíam os números inteiros como ídolo. Assim acreditavam que tudo que acontecia, inclusive fenômenos naturais estavam relacionados a números, vejamos:

A filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros. Isso levava a uma exaltação e ao estudo das propriedades dos números e da aritmética (no sentido de teoria dos números), junto com a geometria, a música e a astronomia, que constituíam as artes liberais básicas do programa de estudos pitagórico. Esse grupo de matérias tornou-se conhecido na Idade Média como *quadrivium*, ao qual se acrescentava o *trivium*, formado de gramática, lógica e retórica. Essas sete artes liberais vieram a ser consideradas como a bagagem cultural necessária de uma pessoa educada. (EVES, 1997 apud MORTELLE, 2010, p. 17)

Devido as regras da escola, somente seus membros sabiam da imensidão de todas as descobertas de Pitágoras. Os juramentos realizados pelos membros eram levados extremamente a sério. Mesmo após a morte de Pitágoras, ainda era difícil acesso à veracidade de inúmeros fatos. Segundo (Singh,2014, p.23): “Cada membro da escola era forçado a jurar que nunca revelaria ao mundo exterior qualquer uma de suas descobertas matemáticas. Após a morte de Pitágoras, um membro da irmandade, que resolveu quebrar o juramento, foi afogado”.



A escola ou irmandade Pitagórica pode ser considerada a primeira faculdade do mundo, pois seus membros eram pessoas extremamente inteligentes e dedicadas, e todo conhecimento que eles possuíam anteriormente de ser membro e os que adquiriam após ingressarem eram compartilhados entre eles. Segundo (Kamers 2008, p. 10) em resumo, as principais características da escola eram:

- A crença na doutrina da Metempsicose, isto é, na transmigração da alma após a morte, de um corpo para outro. Portanto acreditavam na imortalidade da alma e na reencarnação.
- A proibição de beber vinho e comer carne. Seus membros eram vegetarianos e alimentavam-se de lentilhas. Pitágoras se declarou contrário ao sacrifício de animais, muito comum em sua época.
- Lealdade entre seus membros e distribuição comunitária dos bens materiais. Seus membros eram proibidos de aceitarem pagamentos em caso de partilhar seus conhecimentos com os outros. Os pitagóricos doavam seus bens para a Irmandade, e caso abandonassem a escola, receberiam o dobro daquilo que doavam e teriam uma lápide com as inscrições de seu nome. Também juravam não revelar descobertas científicas da sociedade para o mundo. A pena para os desobedientes eram a morte.
- Austeridade e obediência à hierarquia da escola.
- A purificação da mente pelo estudo da geometria, aritmética, música e astronomia.

E segundo (Kamers 2008, p. 10) entre as possíveis descobertas de Pitágoras, estão: “as proporções de uma corda para a obtenção das notas musicais, a classificação dos números inteiros em, pares e ímpares, primos e compostos, figurados e perfeitos. Além disso o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum e ainda, que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois ângulos retos”.

Devido a todas as descobertas serem atribuídas a escola pitagórica, não há comprovação de que esses resultados foram realmente provados por ele, ou se foi descoberto por um dos membros da irmandade.

O mesmo aconteceu com o Teorema de Pitágoras, que abordaremos na próxima seção.



3.3 – A demonstração clássica do teorema de Pitágoras.

Com base na Geometria Euclidiana, o Teorema de Pitágoras pode ser enunciado da seguinte forma:

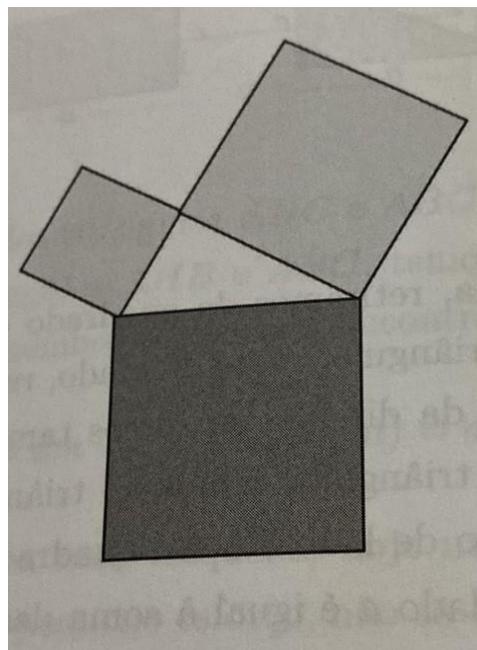
Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.

Se **a** é a medida da hipotenusa e se **b** e **c** são as medidas dos catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras, equivale a afirmar que

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Segundo Eduardo (2010), observando a figura abaixo, o teorema afirma que a área sombreada em tom mais claro é igual à área mais escura.

Figura 1- Demonstração do teorema de Pitágoras



Fonte: Livro OBMEP



Acredite-se que nos primeiros anos na cidade de *Crotona* o teorema foi demonstrado por Pitágoras, e devido a isso chegou em sua fórmula definitiva, mas a registro que provam que antigas civilizações já possuíam inúmeros conhecimentos de extrema importância sobre o teorema. Tinha-se a informação de que:

Os egípcios sabiam que triângulos com lados medindo 3, 4 e 5 é retângulo. Para obterem um ângulo reto usavam 12 pedaços de corda de mesmos tamanhos amarrados entre si formando um laço (nó), ao esticar conseguiam o triângulo de lados 3, 4 e 5 e o ângulo de 90° . Algumas evidências históricas mostram que a civilização conhecia outras propriedades desses triângulos, incluindo a trigonometria básica. (STRATHERN,1998, p. 11)

Da mesma maneira que os Egípcios possuíam informações sobre o teorema, os babilônicos foram ainda mais além, pois existem provas concretas de que o teorema era de conhecimentos dos mesmos, devido a tabletas de barro figura 2 do período de 1800 a 1600 a.C foram encontrados e decifrados e atualmente encontram-se em museus. Um desses tabletas é o *Plimpton*, mais precisamente *Plimpton 322*, e recebeu este nome devido a ser o número 322 na coleção *GA Plimpton* na Universidade de Columbia, e este tablete é uma tabela de quatro colunas aparentando ser um registro de uma transação comercial, mas após ele ser analisado descobriu-se que é uma lista de quinze linhas de ternos pitagóricos, como afirma *Crease* (2011 apud Castro 2013, p. 25): “ A tábua era evidentemente uma tabela trigonométrica ou um auxílio didático para a regra de calcular hipotenusas de triângulos retângulos. Ela não contém variáveis, e parece que sua intenção era divulgar a regra por meio de uma lista de exemplos.” (2011 apud Castro 2013, p. 25).

Figura 2- Tablete de barro



Fonte: Livro OBMEP



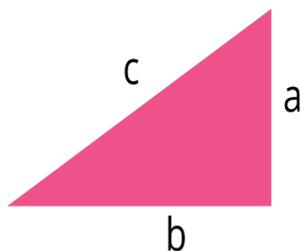
Mas os povos antigos que possuíam contato com estes conhecimentos, não tinham interesse em se aprofundar no porquê desta relação, o benefício que ela trazia já era o suficiente.

Havia um grande mistério sobre a demonstração realizada por Pitágoras, pois não existem registro sobre ela. Sabe-se que existem inúmeras demonstrações sobre o Teorema, mas qual seria a original demonstrada pelo matemático, não se pode afirmar. Apesar de não termos registro oficiais, abaixo segue uma prova clássica do teorema que a história traz como demonstrada pelos pitagóricos.

Demonstração do Teorema

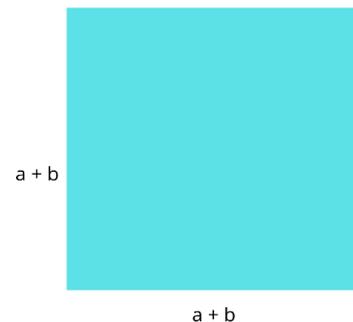
Considere o triângulo retângulo de hipotenusa c e catetos a e b , como ilustra a Figura 1. Considere um quadrado representado na Figura 2 abaixo, note que seu lado mede $a + b$.

Figura 1- Triângulo retângulo



Fonte: A autora

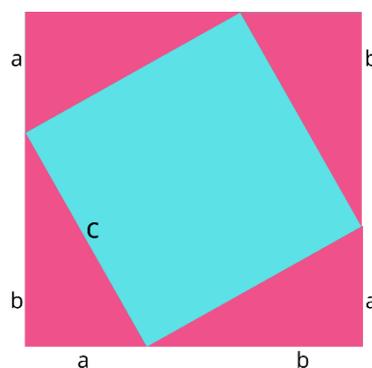
Figura 2- Quadrado de lado $a + b$



Fonte: A autora

Decompondo o quadrado 4 triângulos retângulos congruentes, obtemos o quadrado da Figura 3, e resta um quadrado de lado c .

Figura 3 – Quadrado sendo retirados os quatro triângulo.

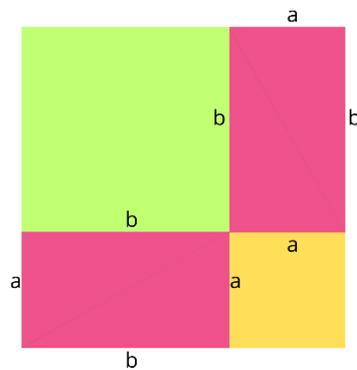


Fonte: A autora



Organizando os triângulos de outro modo, e, juntamente com dois quadrados um de lado b e área b^2 e outro a e área a^2 , temos o quadrado da Figura 4.

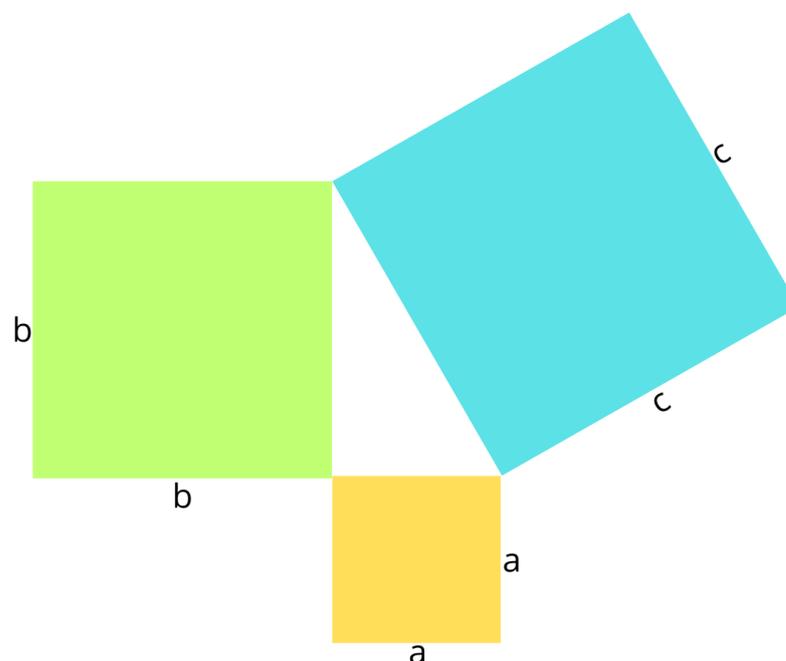
Figura 4 – Quadrado sendo retirados quatro triângulos



Fonte: A autora

Note que, a medida dos ângulos internos do quadrilátero é 90° , já que a soma dos ângulos agudos dos triângulos é 90° . Desta forma, o quadrilátero é um quadrado de área c^2 . Conforme ilustra a Figura 5.

Figura 5- Área dos quadrados



Fonte: A autora



Essa demonstração pode parecer simples, mas traz as ideias originais encontradas nas bibliografias pesquisadas. Na próxima seção, vamos utilizar essa demonstração como base para sugerir uma oficina para alunos do 9º ano do ensino fundamental.

4. VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS

4.1 – O que diz a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sobre o teorema de Pitágoras:

A BNCC traz para os anos finais na disciplina de matemática unidades temáticas, objetos de conhecimentos e habilidades.

O teorema encontrasse na unidade temática de geometria, possuindo o seguinte objeto de conhecimento: “Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração” (BNCC, 2017, pag. 318), sendo lecionado no 9º ano do ensino fundamental, onde é necessário desenvolver as seguintes habilidades:

(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. (BNCC, 2017, pag. 319).

Diante do exposto pela BNCC, será proposta a seguinte atividade:



4.2 - Descrição da atividade:

- **Objetivo da atividade:** Trabalhar o Teorema de Pitágoras através da visualização geométrica.
- **Público-alvo:** 9º ano do ensino fundamental.
- **Tempo estimado da atividade:** Um encontro com 2 períodos.
- **Material necessário:** Papel colorido ou ofício, régua, tesoura e caneta.
- **Pré-requisitos:** Ter conhecimentos prévios sobre triângulos retângulos.

Abaixo seguem algumas sugestões para o produzir intriduzir as atividades com os alunos em sala de aula:

1º momento: O trabalho será realizado de forma individual.

2º momento: Iniciar com uma revisão do Teorema de Pitágoras.

3º momento: Questionamentos aos estudantes com a intenção de para saber o que os alunos sabem previamente sobre o assunto.

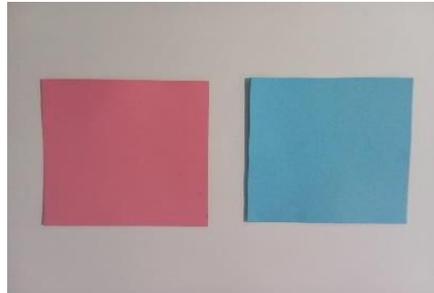
Por exemplo:

- Se eles conhecem o teorema e onde pode ser utilizá-lo?
- Se conseguem visualizar algum triângulo retângulo na sala de aula?
- Se recordam de já terem visto pela sua casa algum triângulo retângulo?

Após esse momento, iniciaremos a oficina. Abaixo segue o detalhamento da atividade.



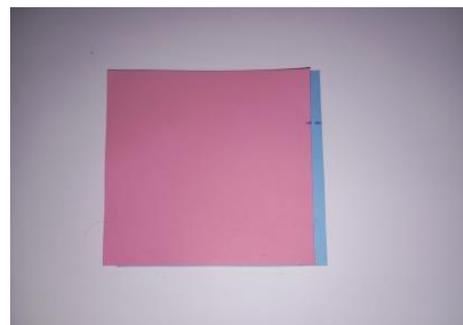
1º passo: Distribuir aos estudantes dois quadrados de cores diferentes de lado 10cm.

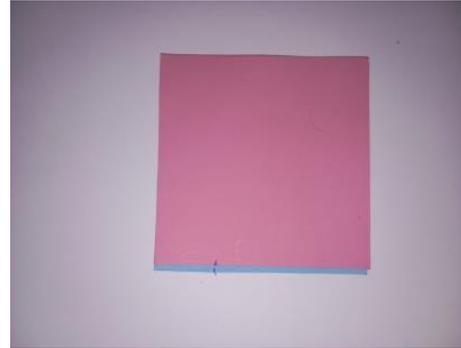


2º passo: Fazer uma marca indiciando o local aos estudantes em um dos quadrados

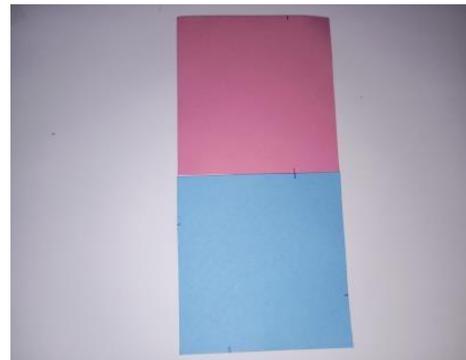
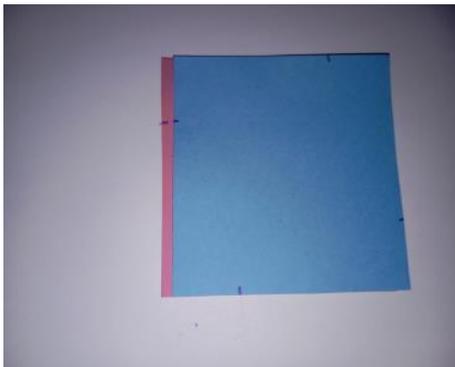


3º passo: Sobrepor o quadrado já marcado sobre o sem marcar, e fazer a marcar no mesmo local girando a figura, até completar todos os lados do quadrado.

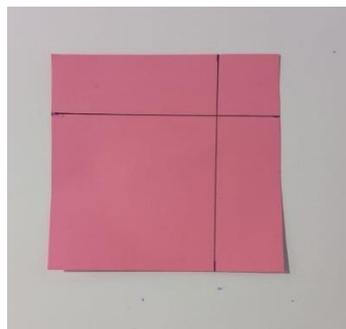




4º passo: Fazer a marcação nos lados do quadrado que estava sendo usado como medida, conforme as imagens abaixo.



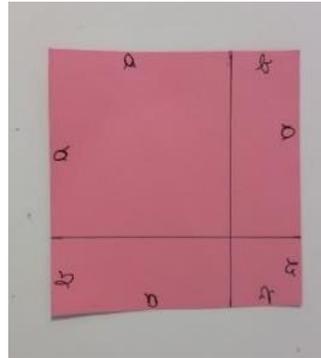
5º passo: Traçar os segmentos , no quadrado rosa de forma a obter dois quadrados e dois retângulos. E dialogar sobre a ter duas retas perpendiculares.



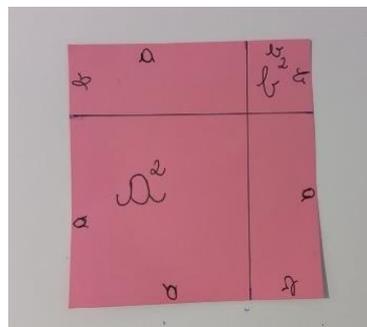


6º passo: Em cada lado deste quadrado nomear a maior parte como **a** e a menor como

b.

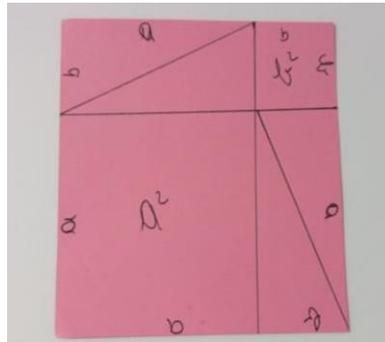


7º passo: Analisar figuras geométricas que formaram conforme os lados, e em diálogo com os estudante fazer uma revisão sobre a área do quadrado. E após escrever as áreas dos quadrados resultantes.

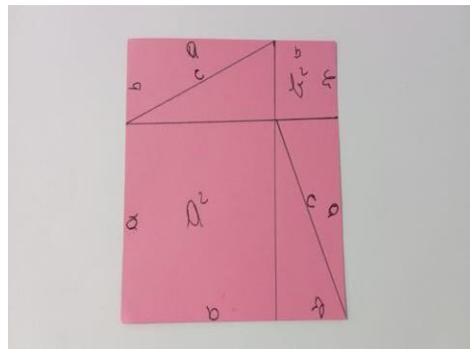




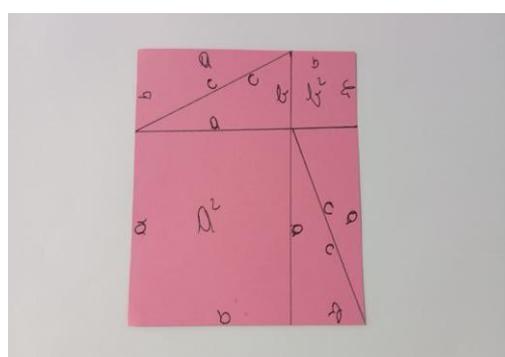
8º passo: Fazer uma reta diagonal nos retângulos. Para assim formar triângulos retângulos.



9º passo: Nomear as diagonais traçadas como c.

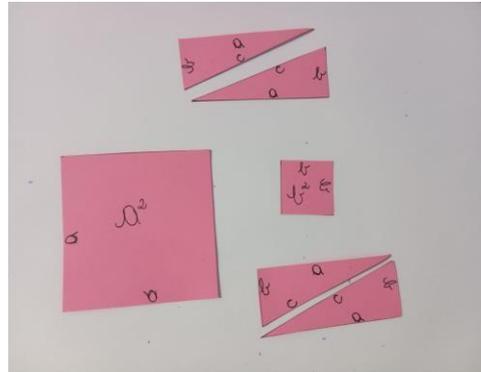


10º passo: Ira resultar em triângulos retângulos, onde temos os catetos a e b e a hipotenusa c. Nesse passo, devemos fazer a marcação nas partes que ainda não possuem nomeações. Neste passo estaremos concluindo o que necessitavamos para o primeiro quadrado, sendo a obtenção de 4 triângulos retângulos e dois quadrados.





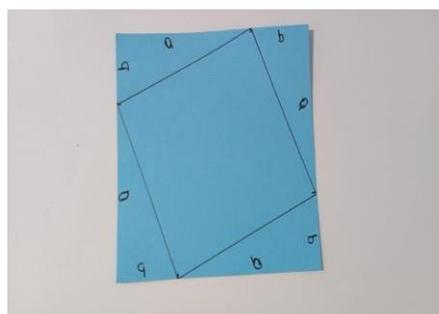
11º passo: Recortar todos as figuras construídas, resultando em 4 triângulos e 2 quadrados.



12º passo: Agora trabalharemos com o quadrado da cor azul. Primeiro ligaremos os pontos diagonalmente, e assim obtemos um quadrado com um quadrilátero interno. E ressaltar aos estudantes que os ângulos internos do quadrilátero são 90° , com base nos tângulos agúdos dos triângulos.

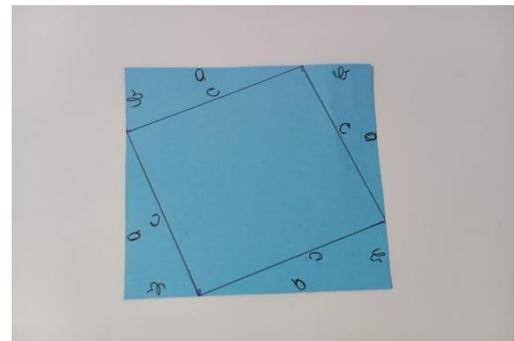
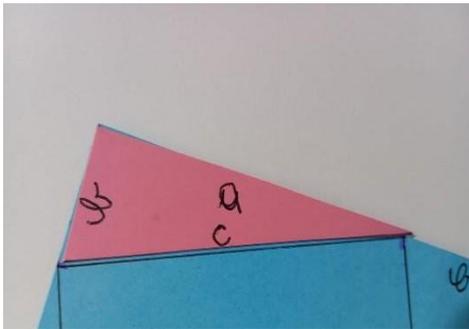


13º passo: Após traçar os segmentos, nomeamos o lado maior de a e o lado menor de b e observamos que o lado do quadrado mede $a+b$.

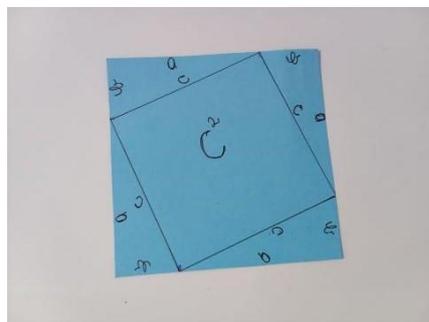




14º passo: Posicionamos um dos triângulos rosa sobre um dos cantos do quadrado azul. Essa etapa é indicada para que os estudantes possam visualizar que as medidas dos lados do triângulo são iguais. Sendo assim, o terceiro será a hipotenusa de c . No quadrado azul temos 4 triângulos congruentes entre si pelo caso LLL, ou seja, os lados são iguais, e os triângulos possuem a mesma área, e logo após marcar c em todas as hipotenusas.

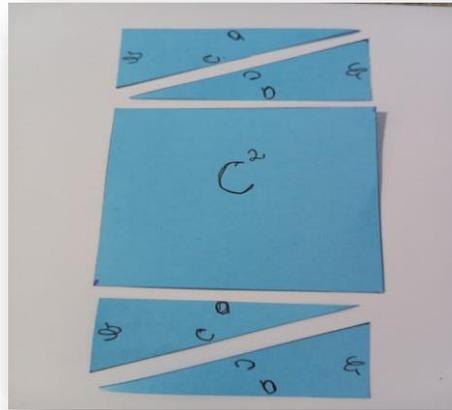


15º passo: Analisar os lados do quadrado formado, e destacar que o quadrilátero interno possui lados congruentes e a medida dos ângulos internos é 90° , pois a soma dos ângulos agudos dos triângulos é 90° . Logo esse quadrilátero é um quadrado e sua área mede c^2 , e os estudantes devem anotar a área.

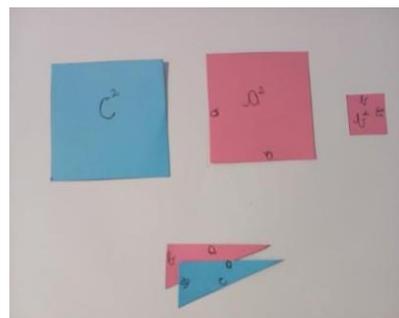
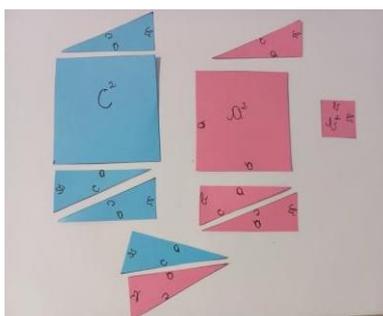
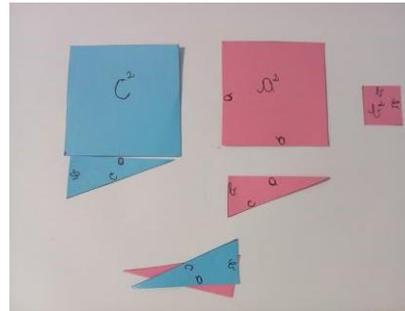
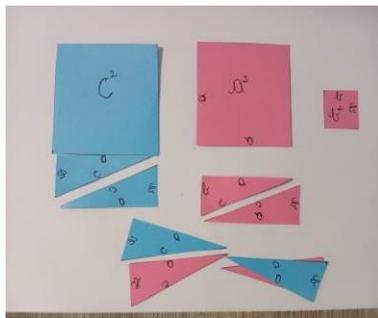




16º passo: Recortar as figuras construídas, resultando em: 4 triângulos retângulos e um quadrado.

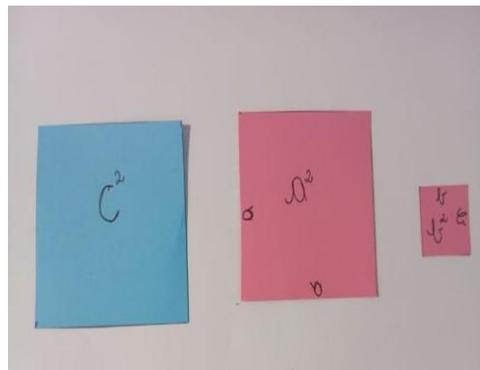


17º passo: Agora analisaremos todas as figuras construídas, e iremos ir eliminando figuras de mesmas medidas. Observe então que quando realizarmos esse passo, sobrarão as figuras do próximo passo 18.

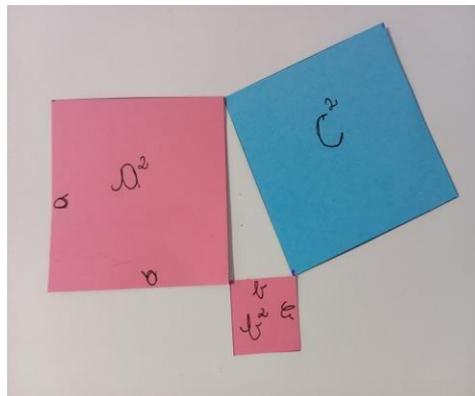




18º passo: Analisar com os alunos que os dois quadrados restante do primeiro quadrado rosa possui a mesma área que o quadrado restante no segundo quadrado azul, logo chegamos no teorema de Pitágoras, onde o quadrado na hipotenusa é a soma do quadrado dos catetos: $c^2 = a^2 + b^2$.



19º passo: Por fim, posicionar os quadrados para visualizarem o triângulo retângulo.



Essa atividade será realizada passo a passo conforme o desenvolvimento dos estudantes. Ao longo da oficina pode ser feitos questionamentos, com objetivo de validar todos as etapas e aprofundar o tema estudado. E ao final da atividade será realizado o questionamento se haveria outra forma de compor os quadrados para formar o triângulo retângulo.

A partir desse momento, é possível propor outras atividades prática ou teóricas. Por exemplo, indagar os estudantes sobre a recíproca do teorema, dado por:

Dados a , b e c , reais positivos, tais que $a^2 = b^2 + c^2$, será que o triângulo de lados a , b e c é retângulo?



Como encontrar triângulos retângulos com lados de medidas inteiras? Podemos propor uma continuidade na oficina e ensinar para os alunos sobre os “Ternos pitagóricos”.

5. ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Após o resgate histórico sobre a vida do matemático Pitágoras e um estudo introdutório sobre o teorema que recebeu seu nome, houve a necessidade de compreender como esse tema é abordado nos livros didáticos na educação básica.

Os livros o qual foram analisados são do 9º ano do ensino fundamental, ano que BNCC traz a obrigatoriedade do ensino do Teorema de Pitágoras, sendo assim, foi analisado especificamente a forma como é abordado o Teorema de Pitágoras.

Nesse estudo foram analisados 17 livros didáticos, dentre os exemplares somente dois não possuíam nada sobre o teorema: Descobrimo e aplicando matemática (MAZZIEIRO E MACHADO, 2012) e Matemática Bianchini (BIANCHINI, 2015). Vale salientar que estas edições que não apresentava, nada sobre o Teorema de Pitágoras é antes da BNCC, que passou a ser utilizada no ano de 2017, logo não havia um currículo comum para todos.

Nos demais livros analisados, encontramos diversas abordagens, onde cada autor destacou o teorema de uma forma diferente. O exemplar do livro Teláris (DANTE, 2018), se mostrou o mais completo dentre eles, tendo inúmeras demonstrações sobre o Teorema, atividades práticas a serem realizadas com a turma, demonstrações para irem construindo e compreendendo, contexto histórico e aplicações específicas do teorema como por exemplo, calcular a diagonal de um cubo. A Figura 1 a seguir, mostra uma das atividades que é proposta pelo autor.



Figura 3- Atividade do livro.

1 Uma grande descoberta que envolve medidas de área: o teorema de Pitágoras

Há cerca de 2500 anos, um famoso matemático, filósofo e astrônomo grego chamado Pitágoras (570 a.C.-475 a.C.) estudou uma interessante regularidade que pode ser verificada a partir das medidas de comprimento dos lados nos triângulos retângulos.

Explorar e descobrir

Examine o triângulo retângulo ABC. Ele tem um ângulo reto no vértice A e lados com medidas de comprimento a , b e c .

Observe que:

- a região quadrada em que a medida de comprimento de cada lado é b contém 4 regiões triangulares da malha. Indicamos a medida de área por b^2 ;
- a região quadrada em que a medida de comprimento de cada lado é c contém 4 regiões triangulares da malha. Indicamos a medida de área por c^2 .

1• Quantas regiões triangulares formam a região quadrada em que a medida de comprimento de cada lado é a ? Como indicamos a medida de área? **8 regiões triangulares; a^2 .**

2• Compare a medida de área da região quadrada de lados com medida de comprimento a com a soma das medidas de área das regiões quadradas de lados com medidas de comprimento b e c . Como elas são? **Iguais. ($8 = 4 + 4$)**

3• Podemos afirmar que $a^2 = b^2 + c^2$? **Sim.**

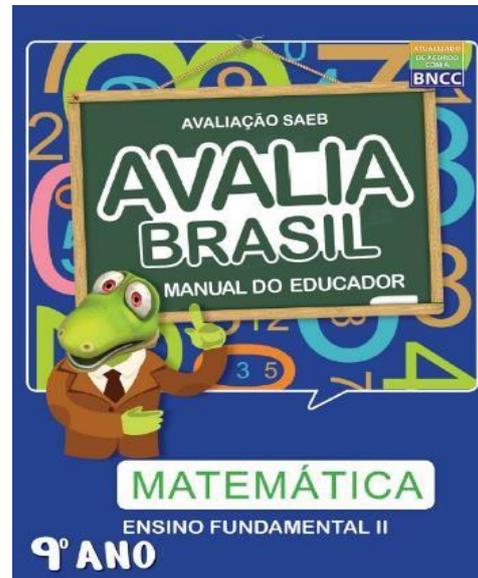
Fonte: Livro Telaris

A atividade tem como proposta uma compreensão visual do teorema, pois a após a conclusão da atividade pode se concluir que o teorema é verdadeiro.

Algumas das edições analisadas não era livros didáticos para serem usados com os discentes em ambiente escolar diariamente, mas sim algo mais esporádico como simulados, lições e atividades como é o caso do exemplar Avalia Brasil (ASSUNÇÃO, 2019). O material é uma avaliação realizada pelo governo para os alunos, seguindo as normas BNCC. A imagem ilustra o exemplar disponível.



Figura 4- Capa do livro de avaliação



Fonte: Livro avalia Brasil

O exemplar fica disponível na escola após a avaliação realizada, somente as grades são enviadas ao governo, e esta avaliação tem como objetivo:

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), instituído em 1990, é composto por um conjunto de avaliações externas em larga escala e tem como principal objetivo realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de alguns fatores que possam interferir no desempenho do estudante, fornecendo um indicativo sobre a qualidade do ensino ofertado. (Editora Eureka, 2019)

Entre os exemplares, há um especificamente voltado para 'missões', que são atividades denominadas assim pelos autores para enfatizar a importância da matemática no cotidiano dos alunos. O livro em questão é "Acerta Brasil" (OBRA COLETIVA, 2020) , e está estruturado da seguinte forma: cada capítulo corresponde a uma missão a ser cumprida. O livro oferece orientações, uma atividade resolvida, conteúdo teórico apenas para reforçar a aprendizagem, sugestões e, por fim, uma missão final, que é uma atividade proposta relacionada ao tema da missão abordada.

A imagem a seguir contém uma missão proposta no livro.



Figura 5– Atividade intitulada ‘missão’

MISSÃO 3

ETOMAS3

Nessa Missão, será estudado o Teorema de Pitágoras, empregado em triângulos retângulos. Será necessário reconhecer o ângulo reto, a hipotenusa e os catetos. Os itens exigirão as medidas de seus lados.

003- Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

PREPARE-SE!

- Identifique o ângulo reto, a hipotenusa e os catetos.
- Utilize o teorema de Pitágoras.

AQUECENDO

A vista aérea de uma chácara em forma de retângulo está representada na figura (ABCD), com lados medindo 120 m e 250 m. Nos pontos B e C, estão localizados dois postes de luz. Eles deverão ser ligados ao ponto E, onde se encontra a caixa de energia. A distância entre A e E é de 90 m.

a) Qual é a medida do fio CE, no mínimo?

b) Qual é a medida do fio BE, no mínimo?

c) O triângulo BCE realmente é retângulo? Prove.

RESOLVENDO A QUESTÃO

Ter acesso à energia elétrica é algo muito importante, tanto na cidade quanto no campo. Mas quantos metros serão necessários para efetuar a ligação elétrica do problema? Vamos utilizar o teorema de Pitágoras e encontrar a solução.

• Pela figura, sabe-se que $\overline{AB} = \overline{CE}$, ou seja:

$$250 = 90 + \overline{DE}$$

$$\overline{DE} = 160 \text{ m}$$

114

Fonte: Livro Acerta Brasil

Destaco esta atividade pois é um exemplo de atividade contextualizada, não é algo abstrato que jamais poderia vir acontecer em suas vidas.

De forma geral, pode ser notado que em todos os livros possuíam algo sobre o teorema e várias atividades, mas em nenhum deles possuía somente o teorema sem nenhuma atividade complementar para a prática. O contexto histórico se faz bastante presente também, alguns de uma forma básica e outros um pouco mais aprofundados, abaixo temos dois exemplos, o primeiro traz um resgate histórico mais detalhado e o outro com uma quantidade menor de dados.

Figura 6– Contexto histórico

Teorema de Pitágoras

Pitágoras foi um matemático e filósofo grego que viveu por volta de 572 a.C. Nasceu na ilha de Samos, ele viajou por muitos lugares, como Pérsia e Egito, e de acordo com alguns relatos é possível que tenha sido discípulo de Tales de Mileto. Em Crotona, localizada atualmente na Itália, ele fundou a Escola Pitagórica, que consistia em um centro de estudos de Matemática, Ciências Naturais, Filosofia etc.

O nome de Pitágoras é dado a um teorema por ter sido o primeiro a demonstrá-lo, apesar de os babilônios e os egípcios já o utilizarem em construções e em medições de terras. Esse teorema estabelece uma relação entre os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo.

De acordo com esse teorema, em todo triângulo retângulo a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Podemos verificar essa relação por meio de figuras. Por exemplo, para um triângulo retângulo com lados medindo 3, 4 e 5 unidades de comprimento, consideramos três quadrados; cada um construído a partir de um lado do triângulo, conforme a figura ao lado.

Note que a medida da área do quadrado construído a partir da hipotenusa é igual à soma das medidas das áreas dos quadrados construídos a partir dos catetos, ou seja, $a^2 = b^2 + c^2$.

Muitas demonstrações do teorema de Pitágoras foram desenvolvidas no decorrer da história. Publicado em 1940, o livro *The pythagorean proposition*, de Elisha Scott Loomis, apresenta 370 demonstrações diferentes desse teorema. Observe recortes de textos antigos com demonstrações do teorema de Pitágoras.

Gregos, por volta do ano 800.
 Árabs, por volta do ano 1250.
 Francesa, do ano 1564.
 Chinesa, do ano 1607.

Fonte: Livro matemática essencial

Figura 7– Contexto histórico

Teorema de Pitágoras

Nas páginas anteriores, vimos algumas relações métricas em um triângulo retângulo. Além daquelas, outra relação envolvendo as medidas do comprimento dos lados de um triângulo retângulo é a que chamamos **teorema de Pitágoras**. Acredita-se que Pitágoras, matemático e filósofo grego, tenha feito a demonstração desse teorema.

Pouco se sabe a respeito de Pitágoras. Ele viveu por volta do século VI a.C. na ilha egeia de Samos, e, após viajar pelo Egito, estabeleceu-se no porto marítimo de Crotona, uma colônia grega situada onde hoje é a Itália. Em Crotona, fundou a escola pitagórica, sociedade que se dedicava ao estudo de Filosofia, Matemática e Ciências Naturais. Após algum tempo, Pitágoras mudou-se para Metaponto, onde morreu com idade entre 75 e 80 anos.

Fonte: Livro convergências

Em um exemplar em específico, a tecnologia se fez presente, possui uma proposta de atividade para a construção de uma demonstração visual, ou seja, uma prova sem palavras, como visto em Revista do Instituto de GeoGebra Internacional de São Paulo de 2019. A construção deve ser realizada em um software de geometria, o livro “Araribá mais



matemática”(OBRA COLETIVA, 2018) traz essa proposta de demonstração e também outras provas mais formais, o que torna a compreensão do aluno muito mais clara, pois é algo que eles mesmos podem construir e compreender. A imagem a seguir é da atividade proposta

Figura 8– Atividade

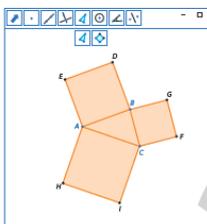
INFORMÁTICA E MATEMÁTICA

Verificação experimental

Nesta seção, você vai utilizar um software de geometria dinâmica para construir um triângulo e três quadrados, cada quadrado com um lado em comum com o triângulo e externo a ele, e, então, comparar a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores.

CONSTRUA No 2º e 3º passos, oriente os alunos a construir os quadrados de forma que eles fiquem externos ao triângulo para facilitar a investigação.
 Utilize a ferramenta para a construção de polígonos e siga os passos descritos a seguir.

- 1º) Construa um triângulo ABC qualquer.
- 2º) Sobre o lado AB , construa um quadrado $ABDE$ externo ao triângulo.
- 3º) Da mesma forma, construa o quadrado $BCFG$ sobre o lado BC e o quadrado $ACHI$ sobre o lado AC .



Quando o triângulo se aproxima de um triângulo retângulo, a área do quadrado maior se aproxima da soma das áreas dos quadrados menores.

INVESTIGUE

- Meça os três ângulos internos do triângulo ABC e, usando a ferramenta de cálculo de área, determine as áreas dos quadrados $ABDE$, $BCFG$ e $ACHI$.
- Movimento um dos vértices do triângulo construído de forma que obtenha um triângulo acutângulo. Compare a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores. O que você observa? Nos quadrados construídos sobre os lados do triângulo acutângulo, a área do quadrado maior é menor que a soma das áreas dos quadrados menores.
- Movimento, agora, um dos vértices do triângulo de forma que obtenha um triângulo obtusângulo. Compare a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores. O que você observa? Nos quadrados construídos sobre os lados do triângulo obtusângulo, a área do quadrado maior é maior que a soma das áreas dos quadrados menores.
- Mais uma vez, movimento um dos vértices do triângulo de forma que um dos seus ângulos internos se aproxime de 90° . O que você observa?
- Repita a construção descrita acima, porém desenhe um triângulo retângulo no 1º passo. Determine as áreas dos quadrados e compare a área do quadrado maior com a soma das áreas dos quadrados menores. Movimento a construção. O que você observa?
 A área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos quadrados menores.

151

Fonte: Livro Araribá

Além dos exemplares que trazem a tecnologia como aliada, tem livros que por sua vez, trabalham através do desenvolvimento mais prático, como a atividade descrita nesse trabalho, utilizando papel, tesoura e régua. O livro Matemática do Cotidiano (BIGODE, 2015), traz o exemplo de uma atividade, por se tratar de um exemplar um pouco mais antigo, as tecnologias ainda não eram tão inseridas no meio escolar. A imagem a seguir mostra uma proposta.



Figura 9– Atividade

Pitágoras ficou conhecido pelo teorema atribuído a ele que diz: em qualquer triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Acompanhe o seguinte experimento:

- 1º) Pegue uma folha de papel de formato retangular (sulfite ou caderno).
- 2º) Faça uma única dobra na folha para obter um triângulo retângulo.
- 3º) Recorte o triângulo obtido.
- 4º) Use uma régua para medir os lados do triângulo.
- 5º) Calcule o quadrado das medidas dos lados.
- 6º) Some os quadrados das medidas dos catetos e compare com o quadrado da medida da hipotenusa.
- 7º) Compare seu resultado com o de seus colegas.

2º passo 3º passo 4º passo

É possível que você tenha concluído que a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

Porém, as medidas e os cortes podem não ter sido tão precisos e, talvez, os valores estejam próximos, mas não sejam exatos. Entretanto, a partir de experiências de recorte, medição e cálculo pode-se aceitar que, num triângulo retângulo, a proposição atribuída a Pitágoras seja verdadeira.

Fonte: Livro matemática do cotidiano

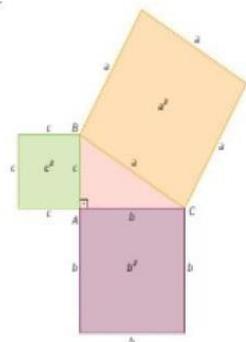
Ainda nesse exemplar, logo após a atividade proposta de demonstração visual, o autor traz a demonstração através da semelhança de triângulos, percebe-se que o autor introduziu uma atividade de visualização antes da demonstração mais formal do teorema.

Em uma análise geral os livros contém em sua maioria, demonstrações visuais, como a da figura a seguir, tirada do livro Alpha (OLIVEIRA, 2018).

Figura 8 – Demonstração visual do teorema de Pitágoras.

Teorema de Pitágoras

Na figura a seguir, o triângulo ABC é um triângulo retângulo. Foram construídos, sobre cada um dos lados desse triângulo, quadrados cujos lados têm medidas iguais às medidas dos catetos e à medida da hipotenusa do triângulo ABC .



Todo triângulo retângulo apresenta uma relação entre as medidas dos catetos e a medida da hipotenusa. Essa relação é chamada de **teorema de Pitágoras**.

Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa (a) é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos (b e c).

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Fonte: Livro geração Alpha

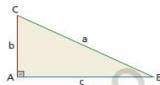


Destacamos a seguir nas figuras 11 e 12, uma demonstração formal do teorema encontrada no exemplar A conquista da matemática e na figura 13 uma atividade prática do exemplar Trilhas da Matemática (SAMPAIO, 2018).

Figuras 11 e 12 – Demonstração

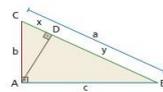
Uma demonstração do teorema de Pitágoras

Existem inúmeras maneiras de demonstrar esse teorema. Vamos ver uma demonstração baseada na semelhança de triângulos. Consideremos o triângulo retângulo da figura a seguir.

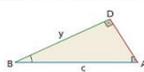


a: medida da hipotenusa.
 b: medida de um cateto.
 c: medida do outro cateto.

Nesse triângulo, vamos traçar a altura relativa ao lado BC. Essa altura divide a hipotenusa em dois segmentos, cujas medidas chamaremos de x e y.



Os triângulos ABC e ABD são semelhantes, pois possuem um ângulo reto e um ângulo comum B.

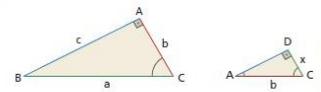


202

Assim, podemos escrever:

$$\frac{c}{y} = \frac{a}{c} \Rightarrow ya = c^2 \Rightarrow y = \frac{c^2}{a}$$

Analogamente, os triângulos ABC e ACD são semelhantes, pois possuem um ângulo reto e um ângulo comum C.



Assim, podemos escrever:

$$\frac{b}{x} = \frac{a}{b} \Rightarrow xa = b^2 \Rightarrow x = \frac{b^2}{a}$$

Como $a = x + y$, podemos escrever:

$$a = \frac{b^2}{a} + \frac{c^2}{a} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

▶ Veja no material audiovisual o vídeo sobre o teorema de Pitágoras.

Fonte: Livro a conquista da matemática

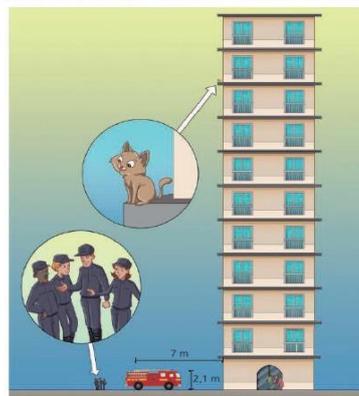
Figura 13- Atividade

Desvendando enigmas

O resgate

Ricardo é responsável pelo corpo de bombeiros de sua cidade e acaba de receber um chamado para resgatar um gato travesso que ficou preso próximo à sacada de um apartamento no 9º andar de um prédio depois de um de seus passeios. Os moradores do edifício informaram que não conseguiram realizar o contato com os donos do apartamento.

Com o intuito de avaliar as condições do salvamento, a equipe de Ricardo dirigiu-se rapidamente ao local. Devido às particularidades da rua que dá vista para a sacada, a base da escada sobre o veículo do corpo de bombeiros deve ficar a 7 metros de distância da parede. Após conversar com o zelador do edifício, a equipe foi informada de que cada um dos andares do prédio (incluindo o andar térreo) mede 2,9 m de altura.



A maior escada disponível no veículo do corpo de bombeiros mede 27 m de comprimento, sendo apoiada no caminhão a 2,1 m do solo. Para não perder tempo, Ricardo precisa decidir se essa escada poderá ser utilizada ou se será necessário solicitar o auxílio do corpo de bombeiros de uma cidade vizinha, que dispõe de uma escada maior, para atingir a altura da sacada em que está o gato.

Resolva o enigma

- Para realizar o resgate, Ricardo poderá utilizar a escada de que dispõe ou deverá solicitar um veículo portando uma escada maior? Ricardo poderá utilizar a escada de que dispõe, pois ela tem 27 m de comprimento.

Fonte: Livro Trilhas da matemática



Todos os livros que trazem o teorema em forma teórica, possuem também atividades, e em algumas com aplicação no cotidiano, como na Figura 11 vista acima. Após a obrigatoriedade da BNCC no ano de 2017 todos os livros didáticos trazem o Teorema de Pitágoras, alguns de uma forma mais branda e outros de uma forma mais detalhada. Nota-se que em sua grande maioria os livros trazem de alguma forma as demonstrações para os alunos, e não simplesmente direto a teoria.

As demonstração visuais, ou seja, as provas sem palavras auxiliam muito neste processo, pois amenizam a abstração que envolve o teorema. Sendo assim, trazem a matemática para o cotidiano dos alunos, inserindo aos poucos as demonstrações matemáticas.

Abaixo, segue um quadro com as informações gerais: nome do livro, ano publicado e página que está localizado o teorema. Destacando se o exemplar traz contexto histórico, quais tipos de atividades e demonstrações.

Quadro 1 – Dados sobre os livros didáticos.

Nome do livro	Ano do livro	Nº de páginas sobre o teorema	Contém exercício?	Contém contexto histórico ?	Possui Atividade Lúdica?	Contém demonstrações?
1-Descobrimo e aplicando a matemática.	2012		Não	Não	Não	Não
2-Matematica compreensão e prática.	2015	6-180/185	Sim	Sim	Não	Sim, demonstração visual.
3-Acerta Brasil.	2020	3-114/116	Sim	Não	Sim, é um livro de missões (exercícios), não possui conteúdo formal.	Não
4-A conquista da matemática.	2018	11-198/208	Sim	Sim	Sim, relembra o que é um triângulo retângulo e possui aplicações em diferentes situações e algumas imagens.	Sim, demonstra ção visual e por semelhança de triângulo.



5-Araribá mais matemática.	2018	4-150/153	Sim	Sim	Sim, a construção da demonstração visual em um software de geometria, fornece todos os passos e conduz a uma investigação.	Sim, visual e por meio de comparação de figuras geométricas.
6-Matemática Bianchini.	2015		Não	Não	Não	Não
7-Caderno do futuro	2013	8-71/78	Sim	Não	Sim, traz o teorema através das relações métricas e aplicações em exercícios.	Não
8-Linguagens e aplicações.	2015	3-171-173	Sim	Não	Não	Sim, demonstração visual e por semelhança de triângulos.
9-Geração Alph	2018	7-117/124	Sim	Sim	Sim, as demonstrações contém imagens para uma melhor compreensão.	Sim, demonstração visual e formais.
10-Matemática do Cotidiano	2015	5-141-145	Sim	Sim	Sim, possui uma atividade prática com papel, tesoura e régua.	Sim, demonstrações formais e visuais.
11-Matemática de realidade.	2018	1-151	Sim	Não	Não	Não
12- Convergências matemáticas.	2018	3-119/121	Sim	Sim	Sim, com imagens históricas nas demonstrações.	Sim, por relação de triângulos.
13-Matemática idéias e desafios.	2015	5-133/137	Sim	Não	Sim, atividades chamadas investigue e explique, são demonstrações que devem ser analisadas pela turma e cheguem a uma conclusão.	Sim, através da relação de triângulos.
14-Matemática realidade e tecnologia	2018	3-183/185	Sim	Sim	Sim, possui material audiovisual sobre o teorema, mas somente é disponibilizado com o material impresso.	Sim, por semelhança de triângulo e visual.
15-Matemática essencial	2018	3-194/196	Sim	Sim	Sim, imagens de demonstrações antigas.	Sim, demonstração visual e através relações métricas.



16- Telaris	2018	19- 184/197	Sim	Sim	Dentre todas as opções se mostrou o exemplar mais completo, seja pelas demonstrações como por todas as práticas oferecidas. E inúmeras aplicações do teorema.	Sim, demonstrações visuais e formais.
17-Trilhas da matemática	2018	3- 122/125	Sim	Não	Sim, possui uma atividade sobre desvendar um enigma, que se trata sobre o reagente de um gato, que é necessário o uso do teorema de Pitágoras.	Sim, tanto visual como formal.

Fonte: A autora.

6. Conclusão

O presente trabalho abordou o Teorema de Pitágoras sob uma pesquisa em diferentes áreas da educação matemática, englobando seu contexto histórico, demonstrações, aplicações práticas e a forma como é abordado no currículo escolar brasileiro, especificamente no 9º ano do Ensino Fundamental.

O estudo histórico revelou a importância de Pitágoras não apenas como matemático, mas também como uma figura central na evolução da matemática e da filosofia. Sua jornada de aprendizado, desde a Grécia antiga até a Magna Grécia, e suas interações com as civilizações egípcia e babilônica, evidenciam a profundidade de seu conhecimento e a influência das culturas que o moldaram. A Escola Pitagórica, com sua abordagem rigorosa e suas práticas de ensino e vida comunitária, ilustra a seriedade com que os pitagóricos tratavam o conhecimento e a matemática.



O Teorema de Pitágoras, que afirma que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos, não só tem uma rica história e demonstrações, mas também uma ampla gama de aplicações práticas. A análise das várias demonstrações clássicas e modernas do teorema confirmou que, apesar das diferentes abordagens e métodos, o teorema mantém sua elegância e simplicidade.

A investigação das diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) revelou a importância do Teorema de Pitágoras no currículo de Matemática do Ensino Fundamental, destacando a necessidade dos alunos desenvolverem habilidades para demonstrar e aplicar o teorema. A proposta de uma oficina prática, baseada em atividades de visualização geométrica, mostra-se como uma ferramenta eficaz para a aprendizagem ativa e a compreensão mais profunda do conceito.

Além disso, a análise dos livros didáticos utilizados nas escolas apontou uma diversidade de abordagens para o ensino do Teorema de Pitágoras. A riqueza de conteúdo e atividades, como visto no livro Teláris, oferece um exemplo positivo de como o teorema pode ser apresentado de maneira envolvente e educacionalmente. No entanto, é notável que alguns livros ainda carecem de uma abordagem mais profunda e prática, o que destaca a necessidade de contínua revisão e atualização dos materiais didáticos.

Em conclusão, o estudo do Teorema de Pitágoras não apenas proporciona uma compreensão matemática fundamental, mas também conecta os alunos com a história e a prática da matemática. As atividades propostas e a abordagem prática demonstram que o ensino do teorema pode ser enriquecido com métodos que promovam a exploração ativa e o pensamento crítico. É essencial que educadores continuem a buscar e implementar estratégias que incentivem a curiosidade dos alunos e aprofundem seu entendimento matemático, mantendo a relevância do Teorema de Pitágoras no currículo escolar.



7. REFERÊNCIAS

- Bianchini, Edwaldo. **Matemática Bianchini**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 8ª edição. São Paulo: Moderna, 2015.
- Bigode, Antônio José Lopes. **Matemática do cotidiano**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 1ª edição. São Paulo: Scipione, 2015.
- Brasil. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach. **História da Matemática**. Editora Blucher, 2019.
- Castro, W. **Sobre o teorema de Pitágoras**. Mestrado Profissional. Em Matemática – PROFMAT. Universidade Federal Fluminense, 2013.
- Chavante, Eduardo Rodrigues. **Convergências matemática**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais 2ª edição. São Paulo: Edições SM, 2018.
- Dante, Luiz Roberto. **Teláris matemática**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 3.ª edição. São Paulo: Ática, 2018.
- Fainguelernt, Estela K. Educação Matemática: **Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999. PROF2000. Quem foi Pitágoras?
- Giovanni Júnior, José Ruy. **A conquista da matemática**. 9º ano: ensino fundamental: anos finais. 4ª edição São Paulo: FTD, 2018.
- Iezzi, Gelson. Machado, Antônio. Dolce, Osvaldo. **Matemática e realidade**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 9ª edição. São Paulo: Atual Editora, 2018.
- Kamers, Fernando. **Pitágoras de Samos e o Teorema de Pitágoras**. Universidade Federal De Santa Catarina, 2008.



- Mazzeiro, Alceu dos Santos. Machado, Paulo Antônio Fonseca. **Descobrimo e aplicando a matemática**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.
- Mori, Iracema. Onaga, Dulce Satiko. **Matemática: ideias e desafios**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 18ª edição. São Paulo; Saraiva, 2015.
- Moterle, Juliana. **Teorema De Pitágoras**. Universidade Regional Integrada Do Alto Uruguai E Das Missões, 2010.
- Obra coletiva. **Acerta Brasil: Matemática: 9º ano: Ensino fundamental 2** / Obra coletiva. 2ª edição. São Paulo: Ática, 2020.
- Obra coletiva. **Araribá mais: matemática: manual do professor** / Obra coletiva. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2018.
- Pataro, Patrícia Moreno. **Matemática essencial**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 1ª edição. São Paulo: Scipione, 2018.
- Oliveira, Carlos. **Geração alpha matemática**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 2ª edição. São Paulo: SM, 2018.
- Sampaio, Fausto Arnaud. **Trilhas da matemática**, 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 1ª edição. São Paulo: Saraiva, 2018.
- Schuré, É. **Os Grande Iniciados - Pitágoras**. Martin Claret: São Paulo, 1986.
- SINGH, S. **O último Teorema de Fermat**. 1. ed. BestBolso: Rio de Janeiro, 2014.
- Silva, Jorge Daniel. **Caderno do futuro Matemática**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 3º edição. São Paulo: IBEP, 2013.



- Silveira, Ênio. **Matemática: compreensão e prática / Ênio Silveira**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 3ª edição. São Paulo: Moderna, 2015.
 - Souza, Joamir Roberto. **Matemática realidade & tecnologia**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 1ª edição. São Paulo :FTD, 2018.
 - Strathern, P. **Pitágoras e seu teorema em 90 minutos**. Zahar: Rio de Janeiro, 1998.
 - Wagner, Eduardo. **Teorema de Pitágoras e áreas**. Olimpíada Brasileira de Matemática – OBMEP,2010.
 - Youseef, Antonio Nicolau; Pachi, Clarice Gameiro da Fonseca; Hessel, Heloísa Maria. **Linguagens e aplicações: Matemática**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. São Paulo: Cereja editora, 2015.
-