

Vitor Andrade Pedrotti

# **Além das Faces Coloridas: Desvendando a Matemática por meio do Cubo Mágico**

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Dezembro, 2023

Vitor Andrade Pedrotti

# **Além das Faces Coloridas: Desvendando a Matemática por meio do Cubo Mágico**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido por Vitor Pedrotti como requisito parcial para obtenção da aprovação na disciplina de TCCII, pelo Curso de Matemática Licenciatura junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Universidade Federal do Rio Grande - FURG  
Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF  
Curso de Matemática Licenciatura

Orientador: Dra. Cinthya Maria Schneider Meneghetti

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil  
Dezembro, 2023

Vitor Andrade Pedrotti

## Além das Faces Coloridas: Desvendando a Matemática por meio do Cubo Mágico

Trabalho de Conclusão de Curso submetido por Vitor Pedrotti como requisito parcial para obtenção da aprovação na disciplina de TCCII, pelo Curso de Matemática Licenciatura junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Documento assinado digitalmente  
 CINTHYA MARIA SCHNEIDER MENEGHETTI  
Data: 21/12/2023 19:20:16-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Dra. Cinthya Maria Schneider  
Meneghetti**  
(Orientadora - FURG)

Documento assinado digitalmente  
 DAIANE SILVA DE FREITAS  
Data: 02/01/2024 10:16:59-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Dra. Daiane Silva de Freitas**  
(Avaliadora - FURG)

Documento assinado digitalmente  
 LUCIELE RODRIGUES NUNES  
Data: 02/01/2024 14:58:09-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Dra. Luciele Rodrigues Nunes**  
(Avaliadora - FURG)

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil  
Dezembro, 2023

# Resumo

O presente trabalho busca investigar e promover as potencialidades do Cubo Mágico como recurso pedagógico no ensino e aprendizagem da matemática. O texto aborda uma pesquisa sobre a história de criação do Cubo e sua relevância no contexto educacional. Por meio de uma revisão bibliográfica, são apresentadas referências de autores sobre o lúdico no ensino e aprendizagem. Destacam-se estudos prévios sobre o uso do Cubo Mágico como ferramenta de ensino e aprendizagem com base em pesquisas de dissertações sobre o tema, identificando seus benefícios no desenvolvimento de habilidades matemáticas e na motivação dos estudantes. Com base nesse embasamento teórico, este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) propõe e relata a aplicação de uma atividade prática que incentiva os alunos a aplicarem conceitos matemáticos na resolução do Cubo Mágico, com o objetivo de fortalecer o aprendizado e o engajamento dos estudantes nas aulas. O trabalho busca contribuir para a disseminação e ampliação do uso do Cubo Mágico como recurso pedagógico, promovendo o interesse pela matemática e estimulando o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Espera-se que essa proposta contribua para o desenvolvimento dos estudantes, rompendo o paradigma de dificuldade em matemática e ampliando o uso dessa importante ferramenta pedagógica.

**Palavras-chaves:** Cubo Mágico. Recursos Pedagógicos. Ensino e aprendizagem de Matemática. Lúdico.

# Sumário

	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>OBJETIVOS</b> . . . . .	<b>8</b>
1.1	Objetivo Geral . . . . .	8
1.2	Objetivos Específicos . . . . .	8
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>9</b>
2.1	A origem do Cubo Mágico . . . . .	9
2.2	O lúdico e os jogos no Ensino de Matemática . . . . .	11
2.3	O Cubo Mágico como ferramenta para o ensino e aprendizagem de matemática . . . . .	13
<b>3</b>	<b>O CUBO MÁGICO E O PROFMAT</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>25</b>
<b>5</b>	<b>PROPOSTA DIDÁTICA</b> . . . . .	<b>26</b>
5.1	Conhecendo o Cubo Mágico . . . . .	26
5.2	Resolvendo o Cubo Mágico . . . . .	32
<b>6</b>	<b>RELATO DA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE</b> . . . . .	<b>40</b>
6.1	Primeiro Encontro . . . . .	40
6.2	Segundo Encontro . . . . .	42
6.3	Terceiro Encontro . . . . .	42
6.4	Resultados da Aplicação . . . . .	42
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>46</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>48</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>50</b>
	<b>APÊNDICE A – MATERIAL DO ALUNO - QUESTIONÁRIO</b> . . .	<b>51</b>

# Introdução

No contexto específico da matemática, o Cubo Mágico, conhecido também como Cubo de Rubik, destaca-se como um recurso didático que promove a união do lúdico e o aprendizado de conceitos matemáticos. O presente trabalho tem como objetivo explorar a utilização do Cubo Mágico como uma ferramenta para o ensino e aprendizagem de matemática, destacando sua origem histórica, sua relação com o lúdico e os benefícios que oferece na construção do conhecimento matemático.

A utilização de jogos como ferramenta de ensino tem sido amplamente estudada e discutida no campo da educação. Segundo Macedo, Petty e Passos (2009), os jogos são uma forma poderosa de envolver os estudantes, despertando seu interesse e motivação, sendo um elemento fundamental para o desenvolvimento cognitivo, emocional e social das crianças. Eles promovem a construção do conhecimento, a socialização, a criatividade e a autonomia dos estudantes, visando tornar o processo de aprendizagem mais envolvente, significativo e prazeroso para os alunos. Tais possibilidades são exploradas por autores de destaque nessa área, tais como Piaget (2008) e Vygotsky (1998).

Jogos educativos para o ensino de matemática podem ser uma ferramenta poderosa. Eles transformam conceitos complexos em desafios divertidos e interativos, despertando o interesse dos estudantes. Ao se envolver em desafios, os estudantes se tornam protagonistas ativos do aprendizado, experimentando e visualizando os princípios matemáticos. De acordo com Baumgartel (2016), o uso de jogos educativos tem se mostrado uma estratégia eficaz no ensino da matemática, proporcionando engajamento dos alunos, promovendo o desenvolvimento de habilidades intelectuais, desenvolvendo o pensamento crítico e motivando os estudantes a se envolverem com o conteúdo de maneira emocionante e prática.

Nesse sentido, o Cubo Mágico, criado pelo escultor e professor de arquitetura húngaro Ernő Rubik, é uma peça que desperta curiosidade e instiga o pensamento lógico. Sua utilização em sala de aula proporciona aos alunos uma experiência prática e desafiadora, na qual eles podem explorar conceitos matemáticos tridimensionais, como Geometria Espacial e Teoria dos Grupos de Permutações, assim como diversos outros conceitos matemáticos, como mencionam Silva (2017) e Grimm (2016). Além disso, o Cubo Mágico estimula o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como a resolução de problemas, a memorização, a concentração e o raciocínio lógico.

Ao utilizar o Cubo Mágico como ferramenta pedagógica, os professores têm a oportunidade de tornar o ensino de matemática mais atrativo e efetivo, despertando o interesse dos alunos e incentivando sua participação ativa no processo de aprendizagem,

destacado por Florentino et al. (2021). Através do envolvimento com o Cubo Mágico, os estudantes podem refletir sobre seu próprio processo de aprendizagem, identificar e construir diferentes estratégias para a resolução de problemas.

O Cubo pode aumentar a confiança e a autoestima do estudante. Quem não acha incrível resolver o Cubo Mágico? Sua popularização ao redor do mundo e sua presença como um desafio intelectual evidenciam seu potencial como um recurso para o ensino e a aprendizagem da matemática. Através desse estudo, espera-se contribuir para a valorização do lúdico no ensino de matemática e para a ampliação das possibilidades de utilização do Cubo Mágico como ferramenta educacional.

Com a revisão bibliográfica, tratando sobre o uso do Cubo Mágico como ferramenta didática no ensino de Matemática, destaca a crescente busca por abordagens inovadoras que tornem o aprendizado mais envolvente e eficaz. Este estudo explora diversas dissertações e pesquisas que analisam a aplicação do Cubo Mágico nas salas de aula, visando melhorar a cognição dos alunos e promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Ao longo da revisão, emerge uma narrativa que revela resultados promissores, desafios enfrentados na implementação prática e possíveis direções para pesquisas futuras. Além disso, revelam-se consistentes evidências de que a introdução do Cubo Mágico no ensino de Matemática não apenas cativa a atenção dos alunos, mas também aprimora suas habilidades matemáticas notavelmente. Ao explorar a interseção entre o Cubo Mágico e conceitos matemáticos fundamentais, os estudos analisados demonstram a multifuncionalidade do Cubo Mágico como uma ferramenta educacional.

Por fim, destaca-se que a utilização do Cubo Mágico como recurso pedagógico não exclui o uso de jogos digitais, mas ressalta a importância das atividades lúdicas físicas e suas vantagens, como a melhora da capacidade cognitiva, o desenvolvimento de habilidades motoras e sociais, a redução do estresse e a promoção de um aprendizado mais divertido. Segundo Huizinga (2007), o jogo possui um caráter de fascinação e divertimento, ele “É uma função significante, isto é, encerra um determinando sentido” (HUIZINGA, 2007, p.4), exercendo assim também uma função social.

No Capítulo 1, apresenta-se o Objetivo Geral e os Objetivos Específicos do trabalho. No Capítulo 2, uma Revisão Bibliográfica é realizada sobre o tema: inicia-se com a contextualização histórica do Cubo Mágico, abordando sua origem, o processo de criação e sua popularização ao redor do mundo; Após, discute-se a relação entre o lúdico e o ensino de matemática, evidenciando a importância das atividades lúdicas no desenvolvimento cognitivo e social das crianças; Em seguida, destaca-se o potencial do Cubo Mágico como uma ferramenta que une o lúdico e o aprendizado matemático. No Capítulo 3, é apresentada uma pesquisa sobre o tema deste trabalho em dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), a fim conhecer diferentes abordagens e propostas envolvendo o Cubo. No Capítulo 4 são descritos os procedimen-

---

tos metodológicos para a realização do trabalho. No Capítulo 5 é apresentada a proposta didática de uma oficina voltada ao Cubo Mágico, planejada estrategicamente para esclarecer conceitos matemáticos. O objetivo principal dessa intervenção pedagógica é despertar o interesse dos estudantes e, ao mesmo tempo, transmitir os princípios fundamentais da disciplina de forma prática e envolvente. O capítulo 6 trata da implementação prática, trazendo resultados que demonstram a eficácia dessa abordagem, enfatizando o potencial intrínseco do aprendizado lúdico, além de abordar cuidados relevantes. Finalmente, no Capítulo 7 ocorre uma revisão dos resultados obtidos e, por meio das Considerações Finais, evidencia-se uma compreensão mais profunda do Cubo Mágico não apenas como um desafio tridimensional, mas também como uma ferramenta pedagógica intrigante, capaz de revelar aspectos matemáticos de maneira envolvente e impactante.

# 1 Objetivos

Neste capítulo são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos propostos para a realização do TCC.

## 1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do trabalho é investigar e promover as potencialidades do uso do Cubo Mágico no ensino e aprendizagem de matemática.

## 1.2 Objetivos Específicos

A fim de contribuir para o alcance do objetivo geral do trabalho, são elencados os objetivos específicos:

- Estudar a história por trás da criação do Cubo Mágico;
- Analisar dissertações defendidas no PROFMAT que abordam o tema, com o objetivo de identificar os conteúdos matemáticos abordados e explorar suas possíveis aplicações;
- Apresentar as potencialidades gerais de uso do Cubo Mágico no desenvolvimento do estudante;
- Aprofundar o estudo sobre o Cubo Mágico como uma ferramenta pedagógica para potencializar o ensino e a aprendizagem da matemática;
- Destacar a importância da ludicidade no processo de aprendizagem;
- Contribuir para reverter a construção histórica de que matemática é uma disciplina difícil e que apenas gênios conseguem resolver o cubo mágico;
- Promover a ampliação do uso do cubo mágico como uma ferramenta pedagógica entre a comunidade docente;
- Propor uma atividade que motive os alunos a usar conceitos matemáticos na resolução do Cubo Mágico;
- Aplicar a atividade em uma turma de estudantes do Ensino Médio e relatar essa aplicação.

## 2 Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica será dividida em três partes. A primeira trata dos aspectos históricos relacionados ao Cubo Mágico. A segunda, da relação entre o lúdico e o ensino de matemática. Por fim, discute-se o uso do Cubo Mágico como ferramenta para o ensino e aprendizagem de matemática.

### 2.1 A origem do Cubo Mágico

O Cubo Mágico, também conhecido como Cubo de Rubik, foi inventado pelo escultor e professor de arquitetura húngaro Ernő Rubik. Rubik começou a trabalhar no design do Cubo Mágico em 1974 e, depois de vários anos de experimentação, finalmente criou o modelo final em 1977. O Cubo Mágico consiste em um cubo com 6 faces, cada uma dividida em 9 quadrados menores. Cada quadrado é colorido em uma das seis cores disponíveis no Cubo: branco, amarelo, vermelho, azul, verde e laranja (Figura 1).

Figura 1 – Cubo de Rubik



Fonte: Acervo pessoal

A mecânica do Cubo Mágico é baseada em um sistema de rotação das camadas.

Cada face do cubo pode ser girada em um quarto de volta em qualquer direção, e o objetivo é embaralhar as cores e, em seguida, tentar resolvê-las, colocando as cores de cada face em ordem.

Rubik apresentou o Cubo Mágico em uma feira de inventores em Budapeste em 1977, e seu protótipo era feito de madeira. No ano seguinte, foi vendido em lojas de brinquedos na Hungria e, em 1980, começou a ser vendido em todo o mundo. Desde então, o Cubo Mágico se tornou um dos brinquedos mais populares e icônicos de todos os tempos.

Segundo Barbosa (2019), Rubik inventou o Cubo Mágico como uma ferramenta para ajudar seus alunos a entender conceitos geométricos tridimensionais. Ele queria criar um objeto que pudesse ser manipulado de forma a permitir que os alunos vissem como as formas se transformam no espaço.

Erno utilizou a primeira versão do quebra-cabeça em suas aulas para explicar a seus alunos geometria espacial. Estima-se que após seu lançamento internacional em 1980, foram vendidos mais de 350 milhões de cubos. (BARBOSA, 2019, p. 22)

O Cubo Mágico é considerado um marco importante na história dos quebra-cabeças e jogos de estratégia. Ele inspirou uma série de competições e eventos em todo o mundo, incluindo campeonatos mundiais, e também influenciou a criação de uma série de outros quebra-cabeças tridimensionais e jogos de lógica.

Em suma, o Cubo acabaria por se tornar uma referência para a época, com aplicações em diversas áreas até os dias de hoje. Para seu criador Rubik, era muito mais que um Cubo “[...] uma peça de arte, uma escultura móvel simbolizando contrastes da condição humana: problemas desconcertantes e inteligência triunfal; simplicidade e complexidade; estabilidade e dinâmica, ordem e caos” (FLORENTINO et al., 2021, p. 34214).

Além da beleza como obra de arte, por fim destaca-se o desafio pessoal e a curiosidade sobre conhecer formas de resolvê-lo. Conforme Silva (2015),

A beleza do Cubo de Rubik é que quando você vê um embaralhado, você sabe o que deve ser feito, sem instrução alguma. Porém, sem instruções de como proceder é quase impossível de se resolver, tornando com que o cubo de Rubik seja umas das invenções mais frustrantes e viciantes já produzidas (SILVA, 2015, p. 16).

O Cubo também aproxima a matemática do lúdico, uma vez que se assemelha à um brinquedo, com uma aparência que desperta curiosidade e facilidade de interação. Nesse sentido, a próxima seção trata da importância do lúdico e dos jogos no Ensino de Matemática.

## 2.2 O lúdico e os jogos no Ensino de Matemática

Diversos autores ao longo da história fazem referência ao lúdico como forma de desenvolver habilidades matemáticas. Piaget (2008) afirma que a inteligência não é algo inato, mas sim construída ativamente pelas crianças à medida que elas interagem com o mundo ao seu redor. Ele também aborda que a criança adquire a capacidade de pensar de forma mais lógica e coerente, utilizando operações mentais concretas para resolver problemas. Com isso as atividades lúdicas são uma forma essencial de desenvolvimento cognitivo e social para as crianças, pois permitem que elas experimentem e explorem o mundo ao seu redor de maneira segura e agradável, ajudando a desenvolver habilidades cognitivas importantes como a memória, a atenção, a criatividade, a coordenação motora e a resolução de problemas. Além disso, ajuda também a desenvolver habilidades sociais, como o trabalho em equipe, a cooperação e a negociação, contribuindo para o seu desenvolvimento emocional e social.

Vygotsky (1998) também foi um autor e pesquisador que contribuiu significativamente para o estudo do desenvolvimento cognitivo das crianças. Ele afirma que a mente humana não pode ser compreendida isoladamente, mas deve ser entendida dentro de um contexto cultural e social. Ele defende a ideia de que a aprendizagem e o desenvolvimento ocorrem por meio das interações sociais, e que a linguagem desempenha um papel fundamental nesse processo, mostrando a importância da interação entre colegas e entre professor e aluno. Ele enfatiza a necessidade de estratégias de ensino que promovam a participação ativa dos alunos, estimulando a reflexão crítica e o incentivo a resolução de problemas.

Segundo Macedo, Petty e Passos (2009), as atividades lúdicas podem ser muito úteis para o desenvolvimento intelectual, pois elas permitem que as crianças experimentem novas habilidades e desafios de uma maneira divertida. Além disso, as atividades lúdicas podem ser adaptadas para atender às necessidades individuais das crianças e fornecer feedback imediato e positivo sobre o desempenho delas. Ou seja, interagir com o jogos pedagógicos é uma atividade que a criança é capaz de fazer sozinha, diferente de outras que ela só é capaz de fazer com a ajuda de um adulto.

Huizinga (2007) destaca as características formais do jogo:

Numa tentativa de resumir as características formais do jogo, poderíamos considerá-lo uma atividade livre, conscientemente tomada como ‘não – séria’ e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro de limites espaciais e temporais próprios, segundo certa ordem e certas regras. (HUIZINGA, 2007, p.16).

Conforme Baumgartel (2016), a utilização de jogos tem se revelado uma tática

efetiva no ensino da matemática, promovendo o envolvimento dos estudantes, estimulando o crescimento de aptidões intelectuais, fomentando a reflexão crítica e motivando os alunos a se atraírem com a disciplina. Fazendo o seguinte aporte:

Os jogos inseridos no contexto escolar propiciam o desenvolvimento de habilidades, bem como auxiliam no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos, permitindo um caminho de construção do conhecimento que vai da imaginação à abstração de ideias, mediadas pela resolução de problemas. Dessa forma, vislumbra-se a contribuição dos jogos, enquanto metodologia de ensino, para modificação do cenário atual, em que a Matemática ainda é motivo de aversão por parte dos estudantes. (BAUMGARTEL, 2016, p.7) .

Já para Papert (1980) o uso de jogos lúdicos e atividades práticas podem ajudar as crianças a desenvolver um interesse genuíno em aprender, ao mesmo tempo em que lhes dá a oportunidade de explorar e experimentar com as ideias que estão aprendendo. No entanto, seu trabalho se concentra principalmente no âmbito digital, ele explora como o uso de computadores e programação pode facilitar essa construção de conhecimento e empoderar as crianças a se tornarem pensadoras críticas e criativas.

Claro que existem muitas vantagens que a tecnologia como ferramenta de ensino-aprendizagem trouxe nos últimos anos, tais como: estimular a criatividade, a curiosidade e a participação dos alunos e favorecer a investigação e construção de conhecimentos de forma mais significativa e duradoura. Como cita Santos e Belmino (2013), além de contemplar o lúdico, de maneira geral as tecnologias permitem ampliar o acesso a informações e recursos educacionais, podem tornar o ensino mais divertido e interativo e também fornecer uma aprendizagem mais personalizada, adaptando o ensino às necessidades individuais de cada aluno.

Com a crescente popularidade dos jogos eletrônicos, a utilização de jogos educacionais de caráter físico para o ensino de matemática tende a se tornar cada vez menos frequente, devido à diversidade e vasta disponibilidade de jogos educacionais digitais que aumentaram muito nos últimos anos. Muitos desses jogos relacionam o ensino de matemática e se encontram facilmente nas lojas digitais (stores), como por exemplo, o Angry Birds e o Farm Heroes, evidenciado por Moita et al. (2013).

De acordo com o 2º Censo da Indústria Brasileira de Jogos digitais, existe uma falta de especialização em jogos para educação no Brasil, embora existam editais que contribuem para o crescimento de uma comunidade acadêmica que tem os jogos eletrônicos como objetivo de pesquisa.

No campo educativo, a TV Escola e a Associação de Comunicação Educativa Roquette Pinto (Acerp) foram as responsáveis pela totalidade das ações de compras públicas de jogos com propósito educacional. Neste aspecto, há muitas dificuldades para o acesso de recursos do Fundo Nacio-

nal de Educação para a elaboração de instrumentos didáticos interativos e gamificados. (BRASIL, 2018, p. 236)

Nessa perspectiva, constata-se que o acesso dos estudantes do ensino básico público aos jogos digitais ainda é limitado. Diante dessa realidade, é de suma importância preservar a utilização dos jogos físicos pedagógicos, visto que desempenham um papel igualmente relevante e não devem ser abandonados. Esses jogos promovem uma abordagem educacional lúdica, apresentando a vantagem de baixo custo e maior acessibilidade.

Segundo Huizinga (2007) os jogos promovem uma abertura ou ainda uma trégua com finalidade, pois durante o jogo, as pessoas podem se dedicar a atividades que, embora obedecem a regras específicas, proporcionam uma sensação de liberdade e prazer. Nesse sentido, o Cubo surge como uma ferramenta versátil e motivadora para o ensino da matemática, e até mesmo de outras disciplinas.

Ele se insinua como atividade temporária, que tem uma finalidade autônoma, e se realiza tendo em vista uma satisfação que consiste nessa própria realização. É pelo menos assim que, pelo menos em primeira instância, o ele se nos apresenta: um intervalo em nossa vida cotidiana. (HUIZINGA, 2007, p.12)

A utilização do Cubo Mágico também proporciona um ambiente de aprendizagem dinâmico e desafiador, que permite aos estudantes explorarem conceitos matemáticos de forma prática e concreta. Na próxima seção, destacam-se alguns destes aspectos.

## 2.3 O Cubo Mágico como ferramenta para o ensino e aprendizagem de matemática

Com relação à disciplina de Matemática, Perkins (1995) argumenta que para aprender matemática de forma significativa, os alunos precisam ser expostos a uma variedade de problemas e desafios que lhes permitam aplicar conceitos matemáticos em situações do mundo real. Além disso, o autor propõe que os professores devem ajudar os alunos a desenvolver habilidades metacognitivas (capacidade de refletir sobre o próprio processo de aprendizagem), refletindo sobre seu processo de aprendizagem e a identificação de estratégias eficazes para resolver problemas.

No contexto da matemática, a metacognição desempenha um papel crucial, uma vez que os estudantes precisam ser capazes de identificar e regular seus próprios processos cognitivos durante a resolução de problemas matemáticos. Ao desenvolver habilidades metacognitivas, os alunos se tornam capazes de reconhecer suas próprias dificuldades e aplicar estratégias adequadas para superá-las. Eles aprendem a identificar erros, corrigi-los e refletir sobre as estratégias utilizadas. Além disso, a metacognição ajuda os alunos a

estabelecer metas de aprendizagem realistas, monitorar seu progresso em relação a essas metas e ajustar suas estratégias conforme necessário, como cita Leite e Darsie (2011).

O Cubo Mágico é uma ferramenta didática versátil que pode ser utilizada para o ensino de diversos conceitos matemáticos, incluindo Álgebra, Geometria e Probabilidade, conforme pode-se observar nos trabalhos de Silva (2017), que relaciona o Cubo Mágico com o ensino de Geometria Plana e Espacial e ainda Grimm (2016) que relaciona com Teoria de Grupos e dos Grupos de Permutações. Desta forma, o professor pode aplicar tais propostas ou ainda criar outras, utilizando diversas metodologias e explorando o potencial desta ferramenta para estimular habilidades matemáticas.

Portanto, conhecer as potencialidades do Cubo Mágico e promover a sua utilização pode motivar o estudante a desenvolver habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico e criatividade, além de estimular seu raciocínio lógico. Incentivar sua inclusão nas práticas pedagógicas pode ser uma estratégia interessante para tornar o ensino de matemática mais atraente e efetivo.

Incentivar o uso do Cubo Mágico pode trazer benefícios significativos para o desenvolvimento cognitivo e raciocínio lógico, bem como para diversas habilidades de resolução de problemas em geral. Resolver o Cubo Mágico é um exercício que requer a aplicação de lógica, análise, criatividade e estratégia para encontrar a solução. Essas habilidades são altamente valorizadas em muitas áreas da ciência, incluindo Matemática, Física, Química e Engenharia.

Além disso, o Cubo Mágico pode estimular a imaginação e a curiosidade, incentivando as pessoas a pensar de forma mais criativa e encontrar novas maneiras de resolver problemas. Isso pode levar a descobertas inovadoras e soluções criativas para desafios científicos e tecnológicos. Como menciona Silva (2015)

.. a teoria dos jogos matemáticos não é um mero divertimento de ex-cêntricos, sendo, assim um tópico moderno de investigação científica. Muitos problemas de jogos matemáticos e combinatórios podem ser inseridos em correspondência com problemas clássicos, no sentido em que demonstrar uma propriedade sobre um jogo é equivalente a demonstrar um teorema matemático (SILVA, 2015, p.32).

Com base em estudos e pesquisas trazidas por Florentino et al. (2021), a aplicação do Cubo Mágico como ferramenta pedagógica proporcionou uma experiência enriquecedora no ensino de matemática, estimulando o interesse dos alunos, promovendo o desenvolvimento de habilidades e contribuindo para a superação de dificuldades de aprendizado. Durante um projeto realizado com professores e alunos, o autor destaca que foram observados benefícios como maior persistência, concentração e raciocínio lógico dos estudantes. Além disso, o Cubo Mágico contribuiu para a socialização, autoestima e comunicação

entre os alunos. De acordo com o mesmo, os resultados foram surpreendentes, inclusive para alunos com dificuldades de aprendizado.

A proposta de apresentar o Cubo Mágico aos estudantes do Ensino Básico visa ilustrar a importância do lúdico na aprendizagem, fazendo um contraponto para o modelo de metodologia tradicional de ensino que parte do princípio em que o professor é o narrador dos fatos e os alunos, os ouvintes, como cita Freire (1987). No próximo capítulo, apresentamos alguns estudos e propostas que foram realizadas por egressos do PROFMAT, utilizando o Cubo Mágico como inspiração.

### 3 O Cubo Mágico e o PROFMAT

Será feita uma análise de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), sobre o tópico de aplicações do Cubo Mágico como ferramenta didática para ensinar diversos conceitos matemáticos. Essa análise têm o objetivo de identificar os conteúdos matemáticos abordados e explorar suas possíveis aplicações.

Fazendo uso do mecanismo de busca e pesquisa do próprio site do PROFMAT (<<https://profmatt-sbm.org.br>>), utilizando as palavras “cubo mágico”, foram encontrados seis trabalhos acadêmicos em formato de dissertação. E em seguida, utilizando as palavras “cubo de Rubik”, foram encontrados mais três trabalhos no mesmo formato.

Como critério de seleção para análise e estudo sobre o tema, utilizou-se o PROFMAT por ser um curso que têm uma base de conhecimento sólida, uma vez que oferece uma formação acadêmica e profissional específica na área de Matemática e possui oferta na FURG. As dissertações do PROFMAT são resultado de pesquisas acadêmicas bem fundamentadas e aprofundadas em temas relacionados à Matemática. Além disso, as dissertações bem como suas referências são atualizadas, pois o programa existe desde 2011, tornando uma fonte acadêmica confiável e atual. Sem contar a facilidade de acesso aos trabalhos, pois basta acessar o site ou buscar em qualquer biblioteca de instituição federal de ensino que integra a rede e é possível encontrar os conteúdos desejados.

A partir disto, foi realizada a coleta dos dados e, após a coleta, foi feita a análise dos dados obtidos. Também foram realizadas comparações entre as metodologias utilizadas nas dissertações analisadas, destacando semelhanças e diferenças entre cada uma delas.

As seguintes dissertações foram analisadas:

- **Uma proposta de aprendizagem usando o Cubo Mágico em Malta – PB**, de José Vinícius do Nascimento Silva (SILVA, 2015);
- **Uma visão Matemática do Cubo Mágico**, de Cláudia Salomão Moya (MOYA, 2015);
- **Cubo Mágico: Propriedades e Resoluções envolvendo Álgebra e Teoria de Grupos**, de Luis Gustavo Hauff Martins Grimm (GRIMM, 2016);
- **Teoria de Grupo e o Cubo Mágico**, de Jocemar Esteves da Silva Júnior (JÚNIOR, 2016);
- **O Uso do Cubo Mágico Para o Ensino da Geometria Plana e Espacial do Ensino Médio**, de Huérllen Vicente Lemos e Silva (SILVA, 2017);

- **O Cubo Mágico de Rubik: Teoria, Prática e Arte**, de Fernando Vieira Barbosa, (BARBOSA, 2018);
- **Tópicos em Teoria de Grupos: O Desafio do Cubo de Rubik**, de Jeferson Saraiva Bezerra, (BEZERRA, 2016);
- **Álgebra e o Cubo de Rubik**, de Robson Guimarães de Miranda Lara, (LARA, 2016);
- **Matemática com Tecnologias: Cubo de Rubik e Robótica**, de Cassiano Marques Barbosa, (BARBOSA, 2019).

A seguir, discutiremos separadamente cada dissertação.

■ **Uma proposta de aprendizagem usando o Cubo Mágico em Malta – PB**, de José Vinícius do Nascimento Silva (SILVA, 2015)

A dissertação de Silva (2015) aprofunda a utilização do Cubo Mágico como ferramenta de auxílio no ensino da Matemática. A metodologia apresentada orienta sobre como instruir os alunos na montagem e resolução do Cubo em sala de aula, promovendo uma abordagem interativa na aprendizagem da Matemática. A dissertação é composta por capítulos sobre a história do Cubo, o seu método de resolução, o desenvolvimento da aula, a avaliação e as conclusões.

Além disso, Silva (2015) traz algumas curiosidades interessantes sobre o cubo, como: O Cubo Mágico tem mais de 43 quintilhões de combinações possíveis; Levaria mais de 137 trilhões de anos para testar todas as combinações a uma taxa de 10 movimentos por segundo; O próprio inventor, Erno Rubik, levou um mês para resolver o Cubo pela primeira vez; O “Número de Deus” é o menor número de movimentos para resolver o Cubo, e o mínimo já alcançado foi 20 movimentos; Existem versões do Cubo com diferentes formas geométricas; O recorde de pessoas resolvendo o Cubo ao mesmo tempo é de 96 pessoas em Santa Ana, Califórnia; Existem versões adaptadas para daltônicos e cegos, com cores escritas ou em Braille; O Cubo Mágico mais caro do mundo, o Master Piece, é feito de ouro sólido, ametistas, rubis e esmeraldas, avaliado em US\$ 1,5 milhão.

Silva (2015) lança luz sobre uma forma inovadora e envolvente de ensinar Matemática. Ao incorporar o Cubo Mágico no currículo, os alunos podem aprender conceitos matemáticos de uma forma divertida e dinâmica. A dissertação oferece um guia completo sobre como implementar esta metodologia na sala de aula, tornando-a acessível a educadores de todo o mundo.

Os antecedentes históricos do Cubo contextualizam a sua utilização como ferramenta de ensino, enquanto o método de resolução serve de base para os alunos compreenderem princípios matemáticos essenciais, como algoritmos, sequências e padrões.

O desenvolvimento dos planos de aula descritos na dissertação garante que o processo de aprendizagem é estruturado e eficaz, proporcionando aos alunos uma base sólida em Matemática.

Em 2015, o autor realizou um estudo sobre a aplicação prática do Cubo Mágico na sala de aula. O estudo teve como objetivo explorar conceitos matemáticos derivados dos testes da OBMEP que estão relacionados com o Cubo Mágico. Ele incluiu um questionário com oito perguntas abertas que desempenharam um papel crucial na avaliação da percepção dos alunos sobre o Cubo Mágico e a Matemática. As perguntas iam desde o fato de os alunos estarem ou não familiarizados com o Cubo Mágico, até ao fato de acreditarem ou não que a solução do Cubo Mágico exigia inteligência ou era apenas um truque.

Silva (2015) estruturou a sua proposta em seis etapas distintas, que foram distribuídas em seis dias de aula. As atividades foram realizadas com um grupo de vinte alunos. No primeiro dia, o autor abordou a primeira camada e a simetria. No segundo dia, aborda a segunda camada e o volume. O terceiro dia centrou-se na formação da cruz amarela e incluiu uma introdução à análise combinatória. No quarto dia, o autor abordou a resolução da face amarela e introduziu conceitos relacionados com frações e probabilidades. Finalmente, no quinto dia, o autor abordou a terceira camada e discutiu a álgebra abstrata.

Para avaliar a aprendizagem dos alunos, Silva (2015) dedicou três aulas completas a uma avaliação. A avaliação consistia em dez questões retiradas dos exames da OBMEP, cobrindo os tópicos e conceitos discutidos nos cinco dias anteriores de aula.

O capítulo de avaliação do trabalho de Silva (2015) destaca o impacto positivo da utilização do Cubo Mágico como ferramenta de ensino, com os alunos melhorando competências matemáticas e um maior interesse pela disciplina. A conclusão resume os resultados da dissertação, salientando a importância de incorporar métodos de ensino inovadores e interativos para melhorar a experiência de aprendizagem dos alunos. Apresenta gráficos e notas resultantes dessa avaliação, bem como gráficos que refletem as respostas às questões dissertativas abordadas antes da introdução das atividades.

O estudo foi significativo na medida em que evidenciou as potencialidades do Cubo Mágico para facilitar a aprendizagem em Matemática. Ele mostrou que o Cubo Mágico pode ser uma ferramenta eficaz para o ensino de conceitos matemáticos, ao mesmo tempo que promove o pensamento crítico e a capacidade de resolução de problemas. O estudo também reforça que o Cubo Mágico pode ser uma forma divertida e envolvente de aprender Matemática, o que pode aumentar o interesse e a motivação dos alunos. Em termos gerais, o estudo conclui que o Cubo Mágico pode ser um excelente complemento para qualquer currículo de Matemática.

No geral, a abordagem única de Silva (2015) ao ensino do Cubo Mágico e da matemática parece ser eficaz para envolver os alunos e promover a aprendizagem. Ao incorporar um objeto popular no currículo, o autor conseguiu tornar a matemática mais divertida e acessível aos alunos.

■ **Uma visão Matemática do Cubo Mágico**, de Cláudia Salomão Moya (MOYA, 2015)

Já a dissertação de Moya (2015) faz uma exploração fascinante do Cubo Mágico e da sua influência em várias esferas culturais e educativas. Não só discute as aplicações do Cubo em áreas como o cinema e a arte, incluindo filmes, séries, música e livros inspirados nele, como também explora iniciativas que celebram este objeto icônico.

Estas celebrações incluem a criação de rostos gigantes feitos inteiramente de Cubos Mágicos, bem como a gravação do maior Cubo Mágico do mundo. Além disso, Moya (2015) destaca a notável capacidade dos robôs de resolver o cubo em questão de segundos, detalha os recordes de resolução humana e mostra adaptações para pessoas com deficiência visual.

Entretanto, o aspecto particularmente fascinante de sua dissertação é que a autora, traz muitas informações sobre competições relacionadas ao Cubo Mágico, desde os realizados em ambiente escolar até competições de âmbito regional e nacional. Destaca-se a prática constante de promover anualmente competições em sua própria escola, nas quais reconhece e premia os alunos que alcançam as primeiras colocações. Além disso, a autora adota uma abordagem interessante ao conduzir questionários dissertativos com cada participante desses torneios.

Na conclusão de sua dissertação, Moya (2015) enfatiza a importância de integrar jogos como recursos pedagógicos no ensino de matemática, especialmente para estudantes que enfrentam desafios e receios em relação a essa disciplina. Ela conclui que os alunos começam a exibir uma atitude mais dinâmica que estimula seu interesse pela matemática. À medida que se envolvem nos jogos, não apenas desenvolvem estratégias para melhorar seus estudos, mas também organizam seus pensamentos, reforçando seu raciocínio lógico-matemático. Essa abordagem positiva estimula o desejo de aprender e os capacita a enfrentar os desafios matemáticos com confiança. Portanto, essa pesquisa ressalta o valor dos jogos como ferramentas pedagógicas significativas na superação de obstáculos durante a jornada de aprendizado da matemática.

■ **Cubo Mágico: Propriedades e Resoluções envolvendo Álgebra e Teoria de Grupos**, de Luis Gustavo Hauff Martins Grimm (GRIMM, 2016)

O trabalho de Grimm (2016) oferece uma abordagem metódica sobre o Cubo Mágico, indo além das curiosidades populares e explorando sua fundamentação matemática.

tica. Ele inicia apresentando a história do Cubo Mágico e seus fundamentos matemáticos, estabelecendo conexões relevantes com seu inventor, Ernő Rubik, e sua aplicação inicial como ferramenta tridimensional para estudar conceitos arquitetônicos.

Grimm (2016) conduz uma análise progressiva, abordando desde o mecanismo básico do Cubo Mágico até conceitos avançados de Teoria de Grupos e Grupos de Permutações e oferece uma exploração exaustiva das dimensões matemáticas do Cubo Mágico que, sem dúvida, captará o interesse dos entusiastas da matemática e dos solucionadores de quebra-cabeças. Apesar da consistência na análise matemática, é relevante observar a ausência de experiências práticas em sala de aula em sua obra. Esta limitação restringe a aplicação direta dos conceitos explorados.

A principal contribuição da obra reside na conexão entre resoluções práticas do Cubo Mágico e fundamentos teóricos, oferecendo não apenas uma solução, mas também proporcionando um caminho que transcende a simples memorização de um algoritmo, visando promover uma compreensão do seu funcionamento, trazendo uma visão mais profunda e integrada do Cubo Mágico.

■ **Teoria de Grupo e o Cubo Mágico**, de Jocemar Esteves da Silva Júnior (JÚNIOR, 2016)

A dissertação de Júnior (2016), intitulada “Teoria de Grupo e o Cubo Mágico”, propõe uma imersão profunda nos conceitos matemáticos associados à resolução do Cubo Mágico, abordando a aplicação de conceitos como Funções e Teoria dos Grupos. O autor explora minuciosamente a relação entre os movimentos do Cubo Mágico e os elementos de um grupo, estabelecendo uma base teórica robusta que abrange desde os movimentos básicos até técnicas avançadas de resolução.

Destaca-se na dissertação a obra de Chen (2004) como uma referência central, especialmente suas notas sobre a Teoria de Grupos e o Cubo Mágico. A abordagem adotada visa proporcionar aos alunos uma introdução à Teoria de Grupos por meio da análise do Cubo Mágico, ampliando a percepção da álgebra para além dos conceitos numéricos tradicionais. Nos primeiros capítulos, a obra traduz e detalha as seções iniciais das notas de Chen (2004), interpretando o conjunto de movimentos do Cubo como um grupo matemático.

O trabalho apresenta os quatro primeiros passos do Método das Camadas para resolução do Cubo Mágico. Uma contribuição notável da dissertação é a resolução de exercícios propostos por Chen (2004), incorporando-os ao corpo do texto para enriquecer a compreensão do leitor e também ele explicita que não se espera uma equação matemática para a resolução, mas sim um caminho baseado em conceitos matemáticos.

A dissertação é concluída com uma reflexão sobre o papel da Matemática na sociedade, destacando o desafio como uma fonte de alternativas e a importância de manter viva a matemática como instrumento de entendimento da vida. Vale ressaltar que o autor não estabelece uma conexão explícita com a prática em sala de aula.

■ **O Uso do Cubo Mágico Para o Ensino da Geometria Plana e Espacial do Ensino Médio**, de Huérllen Vicente Lemos e Silva (SILVA, 2017)

Ao analisar o trabalho de Silva (2017), intitulado “O Uso do Cubo Mágico como Ferramenta Lúdica no Ensino de Geometria Plana e Espacial”, pode-se observar uma abordagem inovadora no campo pedagógico.

A autora mostra claramente o propósito do estudo, enfatizando a utilização de jogos, especialmente o Cubo Mágico, como uma ferramenta pedagógica para enriquecer o processo de aprendizagem. A fundamentação teórica do trabalho é robusta, com referências a autores notáveis como Huizinga, Kishimoto e Piaget, solidificando a base conceitual do estudo.

A aplicação prática dos conceitos sobre o ensino lúdico é exemplificada por meio de projetos desenvolvidos no Instituto Federal do Maranhão (IFMA), Campus Bacabal, que incluem palestras, campeonatos e a integração do Cubo Mágico no cotidiano dos alunos. Os projetos específicos, como o campeonato de Cubo Mágico e a integração de outros tipos de jogos no ensino de operações básicas da matemática, enriquecem a aplicação prática e diversidade das propostas apresentadas.

A autora traz uma metodologia para o uso em sala de aula do Cubo Mágico clara e estruturada, apresentando sete passos para sua efetiva utilização como material lúdico no ensino. Ao relatar os projetos desenvolvidos no IFMA, Campus Bacabal, a autora deixa o leitor curioso por detalhes mais abrangentes sobre os resultados alcançados, o impacto nas comunidades envolvidas e as lições aprendidas. Um possível *feedback* dos alunos, seu desempenho em avaliações e outros indicadores relevantes, certamente proporcionaria uma visão mais abrangente dos impactos da aplicação da proposta.

■ **O Cubo Mágico de Rubik: Teoria, Prática e Arte**, de Fernando Vieira Barbosa, (BARBOSA, 2018)

O trabalho de Barbosa (2018), intitulado “O Cubo Mágico de Rubik: teoria, prática e arte”, é uma dissertação que explora o Cubo Mágico de Rubik não apenas como um brinquedo clássico, mas também como uma ferramenta educacional valiosa. A dissertação é rica em conteúdo, abrangendo a história do Cubo Mágico, manuais para resolver o Cubo, e sua aplicação no Ensino Superior e Básico, incluindo a Teoria de Grupos e a realização de projetos interdisciplinares (sendo este um diferencial de seu trabalho).

Entre os pontos positivos, destaca-se a abordagem interdisciplinar de utilizar o Cubo Mágico como recurso didático, o que pode despertar o interesse dos alunos, inclusive daqueles com dificuldades em matemática. O trabalho oferece uma proposta interdisciplinar ao sugerir a criação de um mosaico com 500 Cubos Mágicos, atividade que pode envolver diversas áreas do conhecimento. Também oferece uma proposta de resolução para outros cubos mágicos além do tradicional (3x3x3).

Além disso, embora o texto se centre especificamente na Teoria de Grupos, o que poderia limitar o seu alcance a um público mais alargado, o mesmo fornece manuais detalhados que podem ser úteis para professores e estudantes interessados em explorar o Cubo Mágico em um contexto educacional. Assim, o texto torna-se um recurso valioso para educadores interessados em métodos de ensino inovadores.

■ **Tópicos em Teoria de Grupos: O Desafio do Cubo de Rubik**, de Jeferson Saraiva Bezerra, (BEZERRA, 2016)

O autor Bezerra (2016), trás o Cubo de Rubik explorando sua criação, movimentos, formato e método de resolução. Utilizando uma abordagem predominantemente algébrica, são definidas estruturas algébricas, incluindo Grupos, para analisar o Cubo de Rubik e concluir que nem todas as configurações são válidas. A introdução destaca a presença do Cubo de Rubik em toda parte, a curiosidade em torno de sua resolução e a popularidade como brinquedo mundial. O texto também enfatiza a complexidade do Cubo de Rubik, tanto como desafio lúdico quanto objeto de estudo na inteligência artificial.

A escolha de uma abordagem algébrica, com ênfase em Grupos, para analisar o Cubo de Rubik demonstra uma orientação teórica sólida. A associação com estruturas algébricas enriquece a compreensão matemática do Cubo. O autor traz esse embasamento teórico usando como referencia o trabalho de Chen (2004), mencionado anteriormente no trabalho de Júnior (2016).

A menção da investigação do Cubo de Rubik no campo da inteligência artificial mostra a relevância contemporânea do objeto de estudo, destacando sua aplicação em tecnologias modernas. A exploração de métodos de resolução e a ênfase na diversidade de possibilidades para o Cubo de Rubik enriquecem o escopo do trabalho, proporcionando uma visão abrangente do tema.

■ **Álgebra e o Cubo de Rubik**, de Robson Guimarães de Miranda Lara, (LARA, 2016)

A dissertação proposta por Lara (2016), também tem como objetivo explorar a aplicação da Teoria de Grupos na análise do Cubo de Rubik. O trabalho visa demonstrar como conceitos matemáticos, frequentemente percebidos como abstratos e distantes da

realidade cotidiana, podem ser empregados para resolver problemas práticos e intrigantes, como determinar o número de configurações possíveis do Cubo de Rubik.

O estudo é estruturado em capítulos sequenciais, cada um construindo a base necessária para compreender os subsequentes. No Capítulo 1, aborda história e algumas curiosidades sobre o Cubo Mágico. No Capítulo 2, são introduzidos conceitos básicos de matemática, essenciais para o entendimento do restante do trabalho. O Capítulo 3 se dedica a apresentar os fundamentos da Teoria de Grupos que serão aplicados na modelagem do problema do Cubo de Rubik. Já no Capítulo 4, o foco é a demonstração do teorema principal que justifica o número de configurações válidas do cubo.

Ao longo da dissertação, o autor fornece uma visão abrangente do tema, citando o trabalho de Chen (2004). O autor também aproveita a oportunidade para aprofundar tópicos como Funções, Grupos, Subgrupos, Geradores de Grupos e Homomorfismo em certas seções, permitindo uma compreensão mais profunda destes conceitos.

Enfim, com um tom claro e cativante, a dissertação não apenas estuda uma aplicação interessante da Teoria de Grupos, mas destaca a importância e o significado da aplicação de teorias matemáticas na resolução de problemas do mundo real. Serve como um excelente exemplo de como a investigação acadêmica pode fazer a ponte entre conceitos abstratos e aplicações práticas.

■ **Matemática com Tecnologias: Cubo de Rubik e Robótica**, de Cassiano Marques Barbosa, (BARBOSA, 2019)

A dissertação de mestrado de Barbosa (2019), “Matemática com tecnologias: cubo mágico e robótica”, introduz o uso do Cubo Mágico e da robótica como ferramentas educacionais, que podem tornar o aprendizado mais envolvente para os alunos. Ao incorporar a tecnologia na educação matemática, o trabalho enfatiza o aprendizado prático, que pode melhorar a compreensão de conceitos matemáticos pelos alunos.

O estudo visa especificamente os ambientes de escolas públicas, que muitas vezes carecem de recursos, sugerindo que tais métodos inovadores podem ser implementados sem custos excessivos. A extensa formação do autor em matemática e planejamento educacional fornece uma base sólida para a credibilidade da pesquisa.

Embora o trabalho vise escolas públicas, ele pode não abordar totalmente as potenciais restrições de recursos que essas instituições enfrentam na aquisição e manutenção de ferramentas tecnológicas, como kits de robótica. A implementação de tais tecnologias no ensino requer que os educadores sejam devidamente treinados, o que pode ser um obstáculo em termos de tempo e investimento.

De modo geral, o trabalho de Barbosa (2019) representa uma abordagem inovadora da educação que se alinha às tendências pedagógicas contemporâneas. Ele oferece valiosas

compreensões sobre como a tecnologia pode ser aproveitada para melhorar a educação matemática, embora sua aplicação prática possa enfrentar certos desafios em ambientes com recursos limitados.

No próximo capítulo é apresentada a metodologia que foi desenvolvida ao longo do TCC.

## 4 Metodologia

Inicialmente, realizou-se um resgate histórico sobre a origem do Cubo Mágico. Foram investigadas suas raízes, desde o surgimento do primeiro protótipo até a versão comercialmente conhecida. Esse resgate permitiu compreender a evolução do Cubo Mágico ao longo dos anos e sua relevância como objeto de entretenimento e desafio.

Em seguida, realizou-se uma revisão bibliográfica abrangente sobre a importância do lúdico na aprendizagem. Por meio dessa revisão, buscou-se embasar teoricamente a utilização do Cubo Mágico como ferramenta pedagógica. Para isso, foram estudados autores que possuem pesquisas consolidadas na área do lúdico como Piaget (2008) e Vygotsky (1998), e também trazendo alguns autores brasileiros que evidenciaram essa proposta e seu impacto no processo de ensino-aprendizagem, como Baumgartel (2016) e Macedo, Petty e Passos (2009).

Na próxima etapa, destacou-se a relevância do uso do Cubo Mágico como ferramenta para o desenvolvimento cognitivo de alunos do Ensino Fundamental e Médio. A partir de alguns estudos e pesquisas em trabalhos que destacam os benefícios cognitivos proporcionados pelo desafio de solucionar o Cubo Mágico, como cita Florentino et al. (2021) e Silva (2017). Além disso, explorou-se a aplicação do Cubo Mágico como forma de fomentar a ciência e incentivar seu uso no meio acadêmico, finalizando com uma frase instigante de Paulo Freire (1987).

Para embasar ainda mais a proposta, realizou-se uma análise comparativa de dissertações do PROFMAT que envolveram o uso do Cubo Mágico como ferramenta pedagógica em atividades escolares. Essa análise permitiu identificar as potencialidades dessa ferramenta e compreender as conclusões obtidas por outros pesquisadores em relação às atividades desenvolvidas com o Cubo Mágico.

Por fim, para fomentar a aplicação prática do Cubo Mágico em sala de aula, elaborou-se uma atividade no formato de oficina de resolução do Cubo Mágico para alunos do Ensino Básico. Nessa proposta, detalha-se os passos a serem seguidos na oficina incluindo comentários sobre a relação dos conteúdos matemáticos envolvidos na resolução do Cubo Mágico. Essa atividade prática tem como objetivo promover o engajamento dos alunos, fomentar as potencialidades cognitivas do Cubo Mágico, estimular o pensamento lógico-matemático e proporcionar uma experiência de aprendizagem divertida e desafiadora. A aplicação da proposta foi realizada em uma turma de Ensino Médio e relatada nas próximas seções deste trabalho.

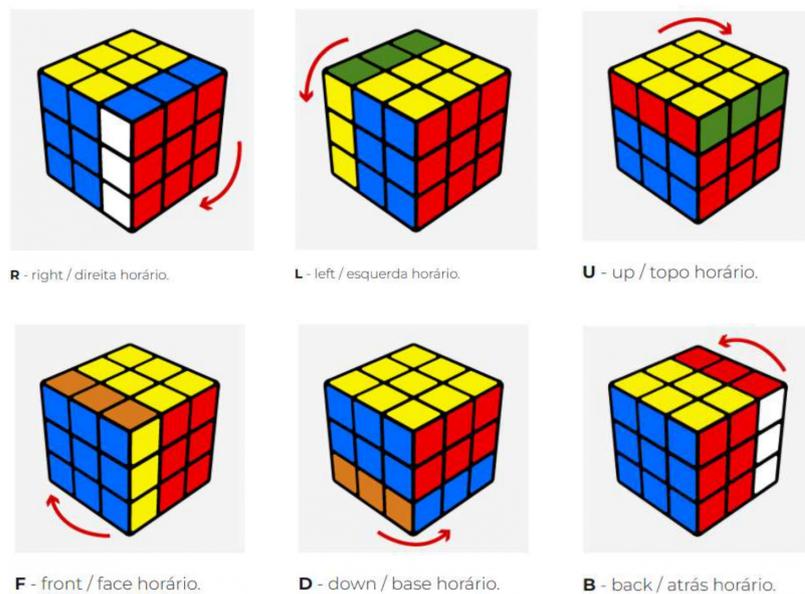
## 5 Proposta Didática

Neste capítulo é apresentada a proposta didática em formato de oficina que foi elaborada ao longo do TCC. Sua redação é direcionada ao leitor/aluno que será o participante da oficina.

### 5.1 Conhecendo o Cubo Mágico

Na primeira parte da oficina, vamos começar conhecendo as diferentes partes do Cubo Mágico. Ele possui seis faces: frontal, traseira, direita, esquerda, topo e base (olhando de forma fixa) e cada face é composta por nove quadrados menores. Agora vamos aprender os movimentos básicos para manipulá-lo. Existem seis movimentos principais: direita, esquerda, topo, face frontal, base, e face traseira. Veja a Figura 2.

Figura 2 – Movimentos Básicos do Cubo Mágico

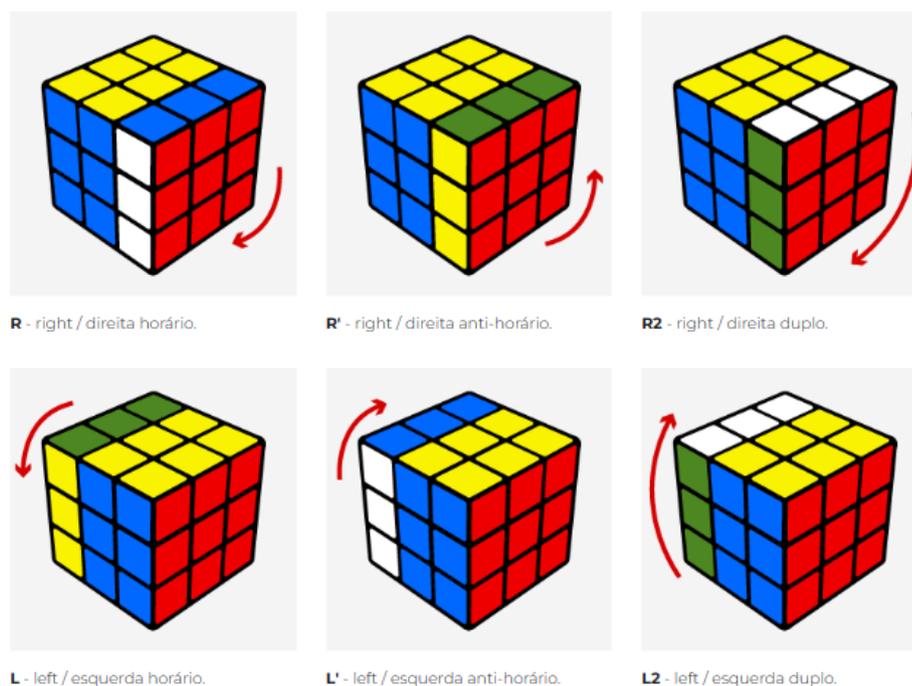


Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

Esses movimentos nos permitem girar as diferentes faces do cubo. Ao realizar os movimentos no Cubo Mágico, é importante entender o conceito de sentido horário e sentido anti-horário. O sentido horário segue a direção dos ponteiros do relógio, enquanto o sentido anti-horário segue a direção oposta, contrária aos ponteiros do relógio. Esses sentidos são fundamentais para executar os movimentos corretamente e resolver o cubo

de forma eficiente. Porém se o movimento for de  $180^\circ$ , tanto no sentido horário quanto no sentido anti-horário, o resultado obtido será o mesmo. Portanto, concluímos que existem 6 movimentos de 3 diferentes formas, veja a Figura 3.

Figura 3 – Tipos de Movimentos

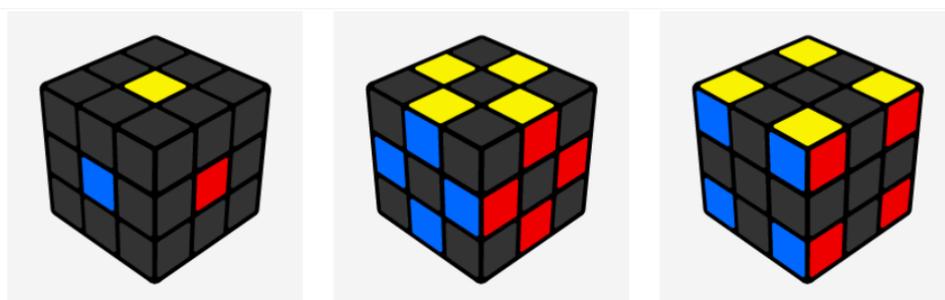


Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

Na segunda parte da nossa oficina sobre o Cubo Mágico, vamos explorar o comportamento de cada peça que compõe o cubo. Primeiramente, vamos falar sobre as peças centrais do cubo, que chamamos de centro da face. Essas peças são fixas e representam a cor de toda a face. O Cubo Mágico é projetado para que cada face fique com a cor do seu centro. É importante observar que cada cor do centro da face tem uma cor oposta. A cor oposta do branco é o amarelo, a cor oposta do vermelho é o laranja e a cor oposta do azul é o verde.

Em seguida, vamos nos concentrar nas peças do meio de arestas. Essas peças são chamadas assim porque estão exatamente no meio das arestas do cubo. Cada peça de meio de aresta compõe duas cores, e no cubo existem 12 delas. Seguindo essa lógica, podemos deduzir que essas peças de meio de aresta precisam estar posicionadas entre as duas faces de suas respectivas cores. Por último, falaremos dos vértices, que são as peças localizadas nas quinas do cubo. Cada quina é composta por três cores simultaneamente, e no cubo existem oito delas. Veja a Figura 4.

Figura 4 – Peças que compõem o Cubo Mágico

**Centros**

São as 6 peças centrais do cubo. Elas fixas e indicam a cor da face. Por exemplo, o centro amarelo indica que a face deverá ser toda amarela. Importante lembrar que não é possível trocar os centros de lugar.

**Meios**

O cubo possui 12 meios, que são as peças que têm 2 cores. Vale lembrar que não é possível posicionar um meio no lugar de um centro ou de uma quina. Isso seria fisicamente impossível.

**Quinas**

Temos um total de 8 quinas, que são as peças que têm 3 cores e ficam nas pontas do cubo. Da mesma forma, não seria possível posicionar uma quina no lugar de um centro ou de um meio.

Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

No terceiro momento, vamos compartilhar algumas dicas fundamentais que irão ajudá-los na resolução do Cubo Mágico. Primeiramente, é importante ter paciência, pois no início há muitas informações para absorver. A paciência permitirá que você compreenda as peças e os movimentos de forma adequada.

Outra dica fundamental é analisar o movimento antes de executar. Antes de fazer um movimento, analise-o cuidadosamente. Tente prever o resultado desse movimento e certifique-se de que está de acordo com o objetivo que você pretende alcançar.

E a última dica é, antes de realizar os movimentos no cubo, escolha uma posição fixa. Isso significa selecionar uma cor para o topo, uma para a base, uma de frente para você, uma oposta à sua frente, uma à direita e uma à esquerda. Essa posição fixa irá ajudá-lo a se orientar durante o passo a passo da resolução. Portanto, tenha sempre uma posição fixa antes de executar os movimentos. Pode girar o cubo na mão e olhar todas as peças e faces do cubo para fazer uma análise antes de qualquer movimento, porém quando for fazer um movimento, mantenha sempre ele numa posição fixa.

Por exemplo, para executar o passo a passo que será ensinado, manteremos sempre fixado, o centro branco para baixo (base) e o centro amarelo para cima (topo), a não ser que no passo diga, “fixe tal cor de frente para você” ou “fixe tal cor para cima ou no topo” e etc... Mas lembrando que para cada movimento se pode analisar e olhar no ângulo que quiser, somente na hora de movimentar que se deve manter fixo o Cubo Mágico.

A partir disto, é importante refletir e identificar se está enfrentando dificuldades nos movimentos ou não entendeu completamente o que foi ensinado nos momentos anteriores. É importante que estejam acompanhando corretamente para continuarmos avançando. Caso haja dúvidas ou dificuldades, deve pedir ajuda antes de avançar.

Observação importante: o Cubo Mágico é um quebra-cabeça tridimensional que possui uma quantidade massiva de combinações possíveis. No entanto, nem todas as configurações são solucionáveis. Existem configurações conhecidas como “configurações impossíveis” ou “situações insolucionáveis”, que não podem ser resolvidas seguindo a metodologia tradicional de resolução do Cubo Mágico.

A razão por trás dessas configurações impossíveis está relacionada à estrutura do Cubo. As configurações impossíveis muitas vezes resultam de certas peças estarem em posições ou orientações específicas que não podem ser alcançadas através dos movimentos padrão.

Por exemplo, considere uma configuração onde duas peças de cores diferentes estão permanentemente trocadas (desmontando as peças do cubo e recolocando em lugares diferentes). Isso pode ser considerado uma situação insolucionável, pois não há uma sequência de movimentos que permita trocar duas peças sem afetar outras partes do Cubo de maneiras indesejadas. Assim, antes de iniciar a resolução do Cubo, fique atento se as faces opostas estão de acordo com o que foi descrito no início da atividade.

Com o intuito de ampliar o estímulo, será anunciado que, no último momento, faremos uma competição emocionante. Os dois primeiros colocados receberão prêmios especiais.

Para refletir, serão apresentadas questões que relacionam a matemática com o Cubo Mágico:

- As faces do cubo são formadas por quais figuras geométricas? (quadrado)  
Com qual conteúdo está relacionada esta pergunta? (geometria plana)
- Em um Cubo Mágico, cada uma das suas faces é composta por 9 quadrados menores. Quantos destes polígonos existem no total no Cubo Mágico? ( $9 \times 6 = 54$ )

Com qual conteúdo está relacionado esta pergunta? (Operações Básicas)

Chegamos ao quarto momento da nossa oficina sobre a resolução do Cubo Mágico. Neste momento, você receberá um Cubo Mágico na configuração resolvida em forma xadrez. O objetivo é resolver o cubo para a forma padrão utilizando apenas 6 movimentos diferentes. Lembrando de observar bem as peças e planejar seus movimentos antes de começar. Serão dados 15 minutos para tentarem resolver o Cubo. Em seguida, ocorrerá uma demonstração dos 6 passos para a resolução do Cubo (que são os 6 movimentos básicos em  $180^\circ$ ).

A partir disto, no quinto momento, cada aluno receberá duas folhas contendo os 8 passos para a resolução do Cubo Mágico. Veja a Figura 5.

Figura 5 – Passo a Passo para Resolver o Cubo Mágico



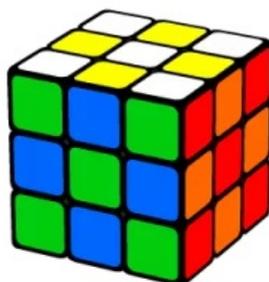
Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

Depois serão embaralhadas todas as peças do cubo para darmos início ao passo a passo da resolução do Cubo Mágico. Neste momento apresentaremos o 1º, o 2º e o 3º passo da resolução do Cubo Mágico, trabalhando sobre estes passos até que todos tenham compreendido e feito. E logo em seguida serão feitas outras perguntas para a reflexão matemática através do Cubo Mágico:

- Qual é a representação algébrica que define uma face em xadrez, considerando que cada face é dividida em 9 partes menores?  $\left(\frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{9}{9} = 1\right)$

Com qual conteúdo está relacionado esta pergunta? (Números Racionais - Frações)

Figura 6 – Imagem das faces na configuração xadrez



Fonte:

<[www.blog.oncube.com.br/tutoriais/tutorial-3x3x3/pattern-padroes-cubo-magico-3x3x3](http://www.blog.oncube.com.br/tutoriais/tutorial-3x3x3/pattern-padroes-cubo-magico-3x3x3)>

No sexto momento, faremos o 4º Passo e logo em seguida serão feitas questões envolvendo matemática e relacionando o Cubo:

- Determine o valor em graus que podemos associar a uma rotação para cada posição de um mesmo movimento no cubo, considerando que ao repetir um movimento quatro vezes, ele retorna à posição inicial. ( $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$ )

Com qual conteúdo está relacionado esta pergunta? (Geometria Espacial e trigonometria)

- Qual é o nome do ângulo associado a um movimento? (Ângulo Reto)

Com qual conteúdo está relacionado esta pergunta? (Geometria Espacial, Geometria Analítica e trigonometria)

Para o sétimo momento resolveremos o 5º e o 6º passo e serão feitas mais perguntas de matemática para serem refletidas sobre o Cubo Mágico:

- Quantas diagonais possuem as faces do Cubo Mágico? (2 diagonais por face totalizando 12 diagonais)
- Quantas diagonais internas possui o Cubo? (4 diagonais)

Com qual conteúdo está relacionada esta pergunta? (Geometria Plana e Espacial)

E para o oitavo momento, teremos o penúltimo passo para a resolução do cubo, com mais questões matemáticas para reflexão:

- Cada um dos 8 cantos podem permutar em 8 locais. Isso nos dá quantas possibilidades de colocação de cantos? E quantas combinações de cantos possíveis? ( $8!$  e 40.320)

Com qual conteúdo está relacionado esta pergunta? (Análise Combinatória e Probabilidade)

- Cada um dos 12 meios podem permutar em 12 locais. Então isso nos dá quantas possibilidades de colocação de meios? E quantas combinações de meios possíveis? ( $12!$  e 479.001.600)

Com qual conteúdo está relacionado esta pergunta? (Análise Combinatória e Probabilidade)

E finalmente, no último e derradeiro momento, terminaremos a resolução do cubo resolvendo o último passo e com isso serão propostas mais duas questões:

- Considere o movimento de topo sentido horário = T, o movimento de topo sentido anti-horário = T', o movimento de direita sentido horário = D e o movimento de direita sentido anti-horário = D'. Se definirmos  $f$  como a relação que associa a aplicação do algoritmo (D, T, D', T')  $x$  vezes, qual será o resultado final se  $f(6)$  for aplicado ao Cubo Mágico? (Voltará ao seu estado original, pois  $f(6) = f(0)$ )

Com quais conteúdos está relacionada esta pergunta? (Álgebra - Funções)

E para finalizar, será pedido que todos tentem resolver o Cubo o mais rápido que conseguirem, sendo que os dois primeiros participantes mais rápidos serão parabenizados e premiados. É importante que todos registrem o que acharam da atividade na folha (questionário) que será entregue. Também será perguntado para o professor o que ele achou da atividade e com isso nos despedimos da turma.

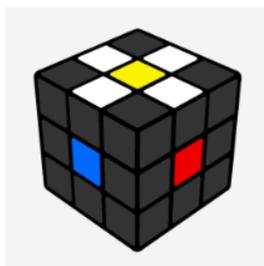
## 5.2 Resolvendo o Cubo Mágico

Nessa seção estão descritos os passos para resolução do Cubo.

### 1º Passo: Preparar a Cruz:

Junte os 4 meios de arestas brancos ao redor do centro amarelo, formando uma cruz, com amarelo no centro e as laterais brancas.

Figura 7 – Imagem 1º Passo



#### **PASSO 1**

Preparar a cruz inicial.

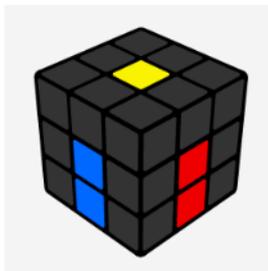
Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

### 2º Passo: Cruz branca com as Laterais:

- Fixe a face amarela como topo (branca será a base);
- Alinhe a lateral branca da cruz e a cor que compõe ela de acordo com o seu centro (girando o topo se necessário);
- E faça um movimento duplo (180º) na face da cor alinhada, levando a branca até o solo;

- Faça uma face de cada vez, formando a cruz branca na base.

Figura 8 – Imagem 2º Passo

**PASSO 2**

Finalizar a cruz.

Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>**3º Passo: Primeira Camada.**

Vamos completar a face branca com todo primeiro andar correto. Primeiramente identificamos onde estão as quinas brancas e quais cores compõem essas quinas, mantendo sempre a face branca para a base. Podendo assim ter 4 casos diferentes (comece pelo 4º caso se possível).

Figura 9 – Imagem 3º Passo

**PASSO 3**

Primeira camada.

Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

*1º caso (no 1º andar):*

- Gire a quina branca para o topo (girando uma face lateral);
- Gire o topo 180º (movimento duplo);
- E volte a lateral da cruz branca para baixo.

⇒ (vá para o 2º caso)

*2º caso (no topo):*

- Gire o topo posicionando a quina branca na posição oposta onde deverá entrar;
  - Gire uma das faces laterais que leve a quina branca para o terceiro andar;
  - Agora gire o topo  $180^\circ$  (movimento duplo);
  - E volte a lateral da cruz branca para baixo.
- $\Rightarrow$  (vá para o 4º caso)

*3º caso (na base, mas na posição errada):*

- Gire a quina errada para o terceiro andar (girando uma face lateral);
  - Gire o topo  $180^\circ$  (movimento duplo);
  - E volte a lateral da cruz branca para baixo.
- $\Rightarrow$  (vá para o 4º caso)

*4º caso (no 3º andar):*

- Identificar as cores que compõem a quina branca escolhida e alinhar a cor que está ao lado dela pela lateral com seu centro, girando o topo (a terceira cor da quina que está no topo não importa);
- Girar esta cor para o topo (girando uma das faces laterais);
- Juntar a quina branca com a lateral branca girando o topo;
- Agora é só descer as brancas.

**4º Passo: Segunda Camada:**

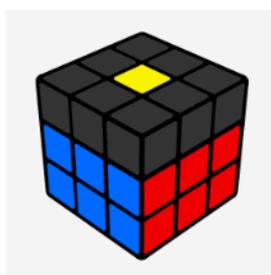
Iremos formar o segundo andar, colocando os 4 meios nos lugares corretos. Fazendo os movimentos para encaixar uma peça de cada vez.

- Localizar os meios de aresta no terceiro andar que não seja de cor amarela entre suas duas cores;
- Alinhar a cor lateral do meio com seu centro, girando o topo se necessário;
- Identificar onde a peça irá entrar comparando as cores;
- Gire o topo para a lateral oposta a cor que está no topo da peça;
- Gire a face oposta a peça, subindo o lugar onde ela vai entrar;
- Girar o topo de volta, trazendo o peça para sua frente novamente;
- Girar de volta a face onde será encaixada a peça, voltando 2 brancas para baixo;
- Agora gire a quina branca que ficou na lateral para a face de traz, oposta a face que está de frente para você;

- Gire a face frontal para subir os brancos para a lateral que vai encaixar a peça;
- Gire o topo de volta para formar a fileira branca e descer a fileira girando a face.

Observação: Se a peça estiver no lugar certo porem invertida, temos que imaginar que uma das peças que contenha a cor amarela é a peça certa, e repetir os movimentos para que fique uma peça temporária ali e a peça certa vá para o terceiro andar para conseguir fazer o processo.

Figura 10 – Imagem 4º Passo



**PASSO 4**

Segunda camada.

Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

**5º Passo: Cruz Amarela:**

O objetivo é formar somente a cruz amarela no topo, as quinas não importam por enquanto, podendo haver 3 casos (um caso leva ao outro):

*1º caso (somente centro amarelo):* Escolha uma face mantendo a amarela no topo e execute os movimentos;

*2º caso (L da cruz/laterais perpendiculares):* Posicione os meios como fosse um relógio nos ponteiros 9 e 12, mantendo a face amarela no topo e execute os movimentos;

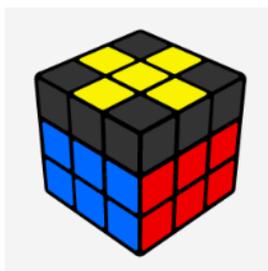
*3º caso (linha da cruz):* Posicione a linha na horizontal mantendo a face amarela no topo e execute os movimentos para formar a cruz.

**MOVIMENTOS:**

- Gire a face frontal no sentido horário;
- Gire a face direita no sentido horário ;
- Gire o topo no sentido horário;
- Gire a face direita sentido anti-horário ;

- Gire o topo no sentido anti-horário;
- Gire a face frontal sentido anti-horário.

Figura 11 – Imagem 5º Passo

**PASSO 5**

Cruz amarela.

Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>**6º Passo: Face Amarela:**

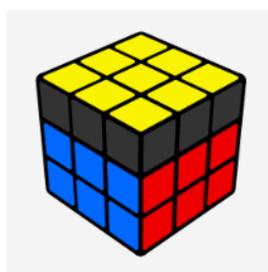
Pode estar faltando 1,2,3 ou 4 quinas amarelas. Se tiver somente uma quina amarela e 3 diferentes (com um desenho parecido com um peixe), vá para a etapa final. Se não estiver assim, posicione o cubo de modo que fique um ou mais amarelos no terceiro andar das faces laterais de frente para você e execute os movimentos (repita esse processo até chegar na última etapa).

*Etapa Final:* Posicione o cubo de modo que a quina amarela fique no canto inferior esquerdo (o peixe olhando para o dedão) e execute os movimentos (pode ter que fazer duas vezes).

**MOVIMENTOS:**

- Gire a face direita no sentido horário;
- Gire o topo no sentido horário;
- Gire a face direita no sentido anti-horário;
- Gire o topo no sentido horário;
- Gire a face direita no sentido horário;
- Gire o topo 180º;
- Gire a face direita no sentido anti-horário.

Figura 12 – Imagem 6º Passo



**PASSO 6**  
Face amarela.

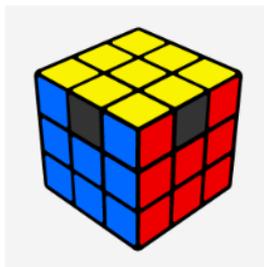
Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

**7º Passo:** Formar as Quinas:

Identificar 2 quinas de mesma cor no terceiro andar na mesma face, caso não tenha, execute os movimentos como se houvesse, para que tenha depois. Agora fixe a face amarela de frente para você de forma que as quinas iguais fiquem para baixo e execute:

- Gire a face direita sentido horário;
- Gire o topo sentido anti-horário;
- Gire a face direita sentido horário;
- Gire a base 180º;
- Gire a face direita anti-horário;
- Gire o topo sentido horário;
- Gire a face direita sentido horário;
- Gire a base 180º;
- Gire a face direita 180º;
- Agora é só alinhar as quina com suas faces girando o topo.

Figura 13 – Imagem 7º Passo

**PASSO 7**

Finalizar as quinas.

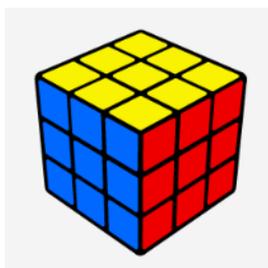
Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>**8º Passo: Finalizando:**

Existem 2 casos, 4 meios errados ou 3 meios errados. Se tiver 3 meios errados, posicione face completa para trás, oposta a que está de frente para você e execute:

- Gire a face frontal 180º (como se a cor diferente fosse um ponteiro no 12 indo para o 6);
- Trazer o meio que falta para completar a face frontal, girando o topo (trazer o nono quadradinho da cor);
- Gire as faces esquerda e direita para baixo;
- Gire a face frontal 180º;
- Gire as faces esquerda e direita para cima novamente;
- Complete a face girando o topo;
- Agora volte os brancos para baixo girando a face frontal 180º.

\*Caso tenha 4 meios errados, execute os movimentos da mesma forma e terá 3 meios errados para executar a última combinação.

Figura 14 – Imagem 8º Passo

**PASSO 8**

Finalizar os meios.

Fonte: <[www.cubovelocidade.com.br](http://www.cubovelocidade.com.br)>

**Parabéns! Você completou o Cubo Mágico!**

## 6 Relato da Aplicação da Atividade

A proposta de atividade envolvendo o Cubo Mágico foi aplicada na Escola Estadual de Ensino Médio Lilia Neves, localizada na Vila da Quinta, em Rio Grande/RS. A aplicação da atividade foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da FURG (CAAE: 1648323.6.0000.5324).

Duas visitas foram realizadas para a implementação da atividade. Na primeira visita, observou-se as turmas, solicitando assinaturas de assentimento e consentimento e foi explicada a atividade à turma escolhida. A segunda visita teve como objetivo coletar assinaturas dos responsáveis pelos menores de idade, pois foi necessário levar os termos para seus pais assinarem, além de obter mais assinaturas dos ausentes na primeira visita.

A turma selecionada foi a 311, escolhida devido à sua empolgação, a presença de dois alunos que já sabiam resolver o Cubo Mágico, a familiarização com o professor regente da turma e a facilidade na organização de horários. Um total de 16 assinaturas foram coletadas, sendo 14 maiores de idade e 2 menores (incluindo também a assinatura de seus responsáveis).

A atividade teve início em 17 de outubro e se estendeu por três dias: 17 de outubro, 26 de outubro e 09 de novembro do ano de 2023. A ocorrência de feriados e eventos escolares interferiu no cronograma, causando alguns intervalos entre os encontros.

### 6.1 Primeiro Encontro

Nos dois primeiros dias, os participantes aprenderam a resolver o Cubo Mágico seguindo um passo a passo desenvolvido para a atividade. No primeiro dia, foi distribuída uma folha com 10 exercícios abrangendo diversos tópicos de matemática. No verso, havia 4 questões de opinião pessoal para serem respondidas até o final do segundo dia (veja Apêndice A).

O primeiro encontro teve uma duração de aproximadamente um período, equivalente a uma hora considerando o horário especial de liberação dos alunos para o ônibus. Inicialmente, apresentou-se o Cubo Mágico, compartilhando curiosidades e fornecendo orientações essenciais (veja a Figura 15). Explicou-se detalhadamente os três tipos de peças presentes no cubo: quinas, centros das faces e peças do meio das arestas. Além disso, abordou-se os diferentes tipos de movimentos e oferecidas dicas sobre a execução do passo a passo elaborado.

Durante essa introdução, estabeleceu-se conexões entre o Cubo Mágico e conceitos matemáticos. Explorou-se temas como simetria, ângulos, frações, funções, análise combi-

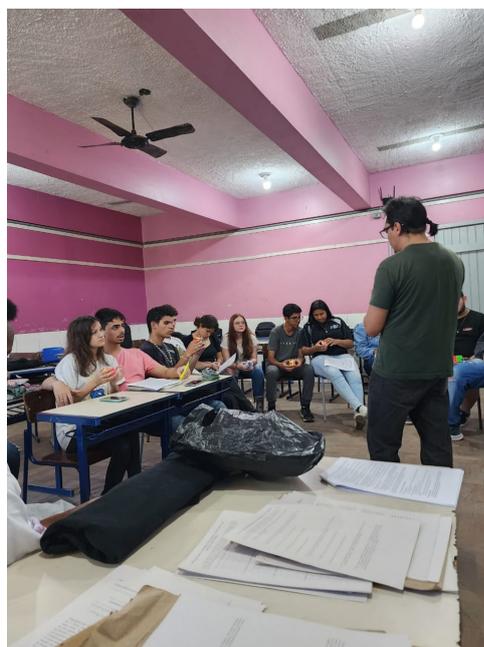
Figura 15 – Estudantes explorando o Cubo



Fonte: Acervo pessoal

natória e geometria. Essa abordagem foi mais geral, destinada a proporcionar aos alunos uma compreensão inicial da relação entre o Cubo Mágico e a matemática. Para facilitar a proximidade e a interação com os estudantes, organizou-se a disposição das cadeiras conforme a Figura 16, distribuiu-se as folhas de solução do passo a passo, 10 Cubos Mágicos e as folhas com as questões matemáticas para serem resolvidas em casa e trazidas no próximo encontro.

Figura 16 – Estudantes recebendo as orientações durante o primeiro encontro



Fonte: Acervo pessoal

## 6.2 Segundo Encontro

No segundo encontro, foi necessário ajustar o cronograma devido à falta de entrega das folhas de atividades pelos alunos e à limitada experiência na resolução do Cubo Mágico. Continuou-se com a resolução prática do cubo, oferecendo suporte na compreensão do passo a passo e nas relações matemáticas envolvidas. Em vista das circunstâncias, decidiu-se manter o foco na prática para consolidar o aprendizado.

A experiência prática permitiu que os alunos ganhassem confiança e habilidade na resolução do Cubo Mágico. Foi combinado que, no terceiro encontro, seria realizada a atividade escrita planejada, e providenciadas as folhas impressas novamente para garantir que todos tivessem acesso aos materiais necessários.

## 6.3 Terceiro Encontro

O terceiro dia foi dedicado à atividade teórica, devido à não entrega da folha de exercícios no segundo dia. As atividades foram avaliadas pelo professor, o que estimulou a participação, especialmente dos alunos com baixa nota na disciplina.

Então no terceiro encontro, foi distribuída novamente a folha com 10 questões matemáticas e no verso, 4 questões de opinião pessoal sobre a atividade envolvendo o Cubo Mágico.

No intuito de reavivar conceitos matemáticos há muito tempo não revisados, foram explicadas detalhadamente as questões. Desta forma, encerrou-se a atividade mediante a coleta das folhas para avaliação, expressando-se gratidão pela participação de todos os envolvidos.

## 6.4 Resultados da Aplicação

Dos 16 alunos que assinaram os termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) ou Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), 13 entregaram e realizaram a atividade teórica. O envolvimento do professor na avaliação da atividade contribuiu para a motivação dos alunos, especialmente daqueles com desempenho acadêmico mais desafiador.

Foram 8 alunos que conseguiram completar e resolver o Cubo Mágico, sendo que 2 já possuíam conhecimento prévio. Além disso, 4 alunos avançaram até o 5º passo, demonstrando um envolvimento significativo na atividade. Poucos alunos enfrentaram dificuldades ou mostraram desinteresse, evidenciando uma alta taxa de participação e entusiasmo geral.

Com relação ao questionário envolvendo problemas de matemática (Apêndice A), foi destacado um desempenho geral bastante satisfatório por parte dos alunos. Dos 13 alunos que efetivamente entregaram e resolveram as 10 questões, observou-se uma média muito boa. Quatro alunos conseguiram acertar todas as questões, alcançando a pontuação máxima. A maioria dos alunos obteve notas acima de sete, o que demonstra um bom entendimento dos conceitos abordados.

Cada questão da atividade valia um ponto, e os alunos acertaram, no mínimo, seis questões. Isso significa que, mesmo nos casos em que houve erro em algumas questões, os estudantes conseguiram uma pontuação considerável. É válido ressaltar que três alunos não entregaram a resolução das questões.

Ao analisarmos as questões individualmente, identificou-se dois itens que apresentaram maior dificuldade para os alunos. A primeira questão envolvia frações e relacionava a representação algébrica em xadrez com a definição de quantas partes tem em uma face. Muitos alunos cometeram erros nessa questão. Outro item desafiador foi aquele relacionado à relação de função (Questão 10), no qual os estudantes precisavam realizar quatro movimentos com base em uma função específica e determinar o estado final do Cubo Mágico e o número de movimentos aplicados. Essa questão também gerou muitos equívocos.

Além disso, ocorreram alguns poucos erros nas questões que tratavam das diagonais das faces e do cubo (Questões 4 e 5), assim como um único erro na questão relacionada ao cálculo de volume (Questão 8). No entanto, é importante ressaltar que as demais questões, que abordavam temas como graus, rotação, simetria, área e permutação, foram respondidas corretamente pelos alunos.

Considerando todos esses aspectos, pode-se afirmar que o desempenho dos alunos nesta atividade matemática foi bastante satisfatório. Apesar dos desafios encontrados em algumas questões específicas, a maioria dos estudantes demonstrou um bom domínio dos conceitos abordados.

Aqueles que já dominavam a resolução do Cubo Mágico destacaram-se como os mais participativos e entusiastas, apreciando a oportunidade de aprender novos métodos e reconhecendo a aplicabilidade do cubo na disciplina de matemática. Alguns expressaram o desejo de participar de futuros campeonatos de Cubo Mágico ou ainda uma disputa entre colegas, como na Figura 17, demonstrando um impacto duradouro na motivação dos alunos.

Embora a maioria tenha enfrentado desafios, a atividade foi bem recebida, conforme evidenciado pelos relatos positivos nas questões de opinião pessoal. Os alunos reconheceram o desenvolvimento cognitivo, as melhorias no raciocínio lógico e concentração, além das implicações matemáticas inerentes ao uso do Cubo Mágico como ferramenta pedagógica, por exemplo o interesse e iniciativa, conforme a Figura 18.

Figura 17 – Relato positivo do Estudante A

4. Escreva sobre o que achou da atividade e deixe suas sugestões.

Ochei bastante legal, quando terminamos as atividades nossas fuções foram muito dispostas de quem monta mais rápido e mais.

Fonte: Acervo pessoal

Figura 18 – Relato positivo dos Estudante B e C

1. Para você foi ou não foi atrativo aprender sobre o Cubo Mágico? Explique sua opinião.

Acredito que sim pois o cubo ajuda a melhorar a nossa concentração e raciocínio lógico.

2. De que forma você considera que o Cubo Mágico pode auxiliar na sua rotina de estudos?

Ajuda a melhorar o raciocínio lógico e incentivar o interesse e o iniciativa.

Fonte: Acervo pessoal

Apesar do sucesso de maneira geral, a limitação de tempo foi identificada como um aspecto a ser aprimorado, pois foi notável a necessidade de maior suporte e explicações mais amplas para os alunos que apresentaram maiores dificuldade. Além disso a dificuldade logística do pesquisador e dos estudantes e a insuficiência de materiais didáticos (foram disponibilizados 10 cubos). Alguns participantes tiveram dificuldades em manipular o cubo e interpretar as questões propostas, como pode ser visto nas Figuras 19 e 20.

Figura 19 – Dificuldade destacada pelo Estudante C

3. Você se deparou com alguma dificuldade ao resolver a atividade? Qual?

De início, entender a lógica do cubo ficou muito difícil. Porém, facilmente foi compreendido posteriormente.

Fonte: Acervo pessoal

Também seria ideal dedicar uma semana de aula à resolução do Cubo Mágico e trabalhar a possibilidade de integrar o Cubo aos tópicos da disciplina ao longo do ano para potencializar ainda mais os benefícios educacionais. A ideia de uma competição ao final do ano também foi bem recebida pelos alunos, embora a logística apresente desafios.

Figura 20 – Dificuldade destacada pelo Estudante D

Você se deparou com alguma dificuldade ao resolver a atividade? Qual?

*Sim, não consegui entender algumas questões.*

Fonte: Acervo pessoal

A proposta de atividade envolvendo o Cubo Mágico na E.E.E.M. Lilia Neves foi uma experiência enriquecedora. Os desafios enfrentados, como os intervalos inesperados, foram superados, e a participação dos alunos refletiu o impacto positivo da abordagem prática na aprendizagem matemática.

A implementação da atividade com o Cubo Mágico revelou-se extremamente positiva e enriquecedora para a maioria dos alunos envolvidos. A escolha de criar uma roda de aprendizado mostrou-se uma estratégia eficaz, proporcionando maior atenção à atividade facilitando o compartilhamento de experiências, melhor suporte a todos os participantes e promovendo a interação entre os alunos. A colaboração entre os alunos durante as explicações de passos específicos contribuiu para a compreensão coletiva da resolução do Cubo.

Concluindo, a experiência demonstrou que o uso do Cubo Mágico como ferramenta didática foi valiosa e teve um impacto positivo na interação, interesse e desenvolvimento cognitivo dos alunos. A expansão dessa abordagem, com uma maior disponibilidade de tempo e integração contínua ao currículo, promete ser uma estratégia motivadora e benéfica para as aulas de matemática.

## 7 Considerações Finais

Uma vez familiarizados com o tema, espera-se despertar no estudante o interesse em aprender cada vez mais os conceitos matemáticos através de suas observações, desfazendo a ideia de que resolver o Cubo Mágico é só para gênios ou que matemática é difícil e limitada a poucos. Os resultados obtidos com o desenvolvimento desta pesquisa fortalecem a proposta de utilização do Cubo Mágico como ferramenta pedagógica, demonstrando sua relevância para o desenvolvimento cognitivo dos alunos e sua aplicação no contexto educacional. Esses resultados contribuem para a adoção do Cubo Mágico como recurso pedagógico em escolas e instituições de ensino, beneficiando o processo de aprendizagem e estimulando o interesse dos alunos pela matemática e pela resolução do Cubo Mágico.

Esta pesquisa traz uma abordagem diferenciada para o ensino de matemática, proporcionando uma experiência educacional enriquecedora para os alunos envolvidos. Ao experimentar a resolução do Cubo Mágico, os alunos vivenciam a matemática de forma prática e lúdica, associando-a a um desafio divertido e estimulante. Esse envolvimento emocional positivo com a matemática resulta em uma maior motivação e engajamento dos alunos durante as aulas.

De forma mais detalhada, ao realizar o resgate histórico do Cubo Mágico e realizar a Revisão Bibliográfica sobre a importância do lúdico na aprendizagem, é fornecido um embasamento teórico sólido para a utilização do Cubo Mágico como ferramenta pedagógica. Isso ajuda a fundamentar a proposta e justifica a relevância do uso do Cubo Mágico no contexto educacional. Fazendo uma análise comparativa das dissertações do PROF-MAT que envolveram o uso do Cubo Mágico foi possível identificar as potencialidades dessa ferramenta pedagógica. Ao estudar e compreender as conclusões e os resultados alcançados por outros pesquisadores, foram destacados os benefícios cognitivos e educacionais proporcionados pelo uso do Cubo Mágico.

A revisão bibliográfica revelou que o uso do Cubo Mágico como ferramenta didática no ensino de Matemática proporciona resultados positivos e inovadores. Os trabalhos analisados mostram que a introdução desse quebra-cabeça nas salas de aula promove uma aprendizagem interativa e envolvente, estimulando o interesse dos alunos e melhorando suas competências matemáticas. Os benefícios vão além do ambiente escolar, abrangendo competições, projetos interdisciplinares e eventos acadêmicos, destacando a versatilidade do Cubo Mágico como recurso educacional.

Contudo, os desafios enfrentados na implementação dessa abordagem incluem a necessidade de formação de professores para uma aplicação eficaz, bem como a disponi-

bilidade de recursos, principalmente em ambientes com limitações financeiras. A falta de experiências práticas em sala de aula em alguns estudos também limita a aplicação direta dos conceitos explorados, destacando a importância de integrar teoria e prática.

Para pesquisas futuras, é crucial explorar a avaliação dos impactos do uso contínuo do Cubo Mágico ao longo do tempo, acompanhando o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos. A formação de professores emerge como uma área crítica, exigindo estudos que identifiquem estratégias eficazes para capacitá-los a integrar o Cubo Mágico no currículo. Estudos comparativos entre diferentes abordagens de ensino e a adaptação dessas estratégias para diferentes níveis escolares também representam caminhos promissores.

Além disso, a pesquisa futura pode explorar mais a fundo a integração do Cubo Mágico com outras disciplinas além da Matemática, ampliando seu potencial interdisciplinar. Tais esforços poderiam proporcionar uma compreensão mais holística dos benefícios do Cubo Mágico na educação, estimulando práticas inovadoras e impactantes. Em suma, a investigação contínua nessa área oferece oportunidades significativas para aprimorar a educação matemática, destacando o Cubo Mágico como uma ferramenta valiosa e multifacetada.

A proposta da oficina de resolução do Cubo Mágico para alunos do ensino básico proporcionou uma aplicação prática do Cubo Mágico em sala de aula. A atividade incentivou o engajamento dos alunos, estimula o pensamento lógico-matemático e permite uma experiência de aprendizagem divertida e desafiadora. Ao propor a oficina de resolução do Cubo Mágico, cria-se um ambiente inclusivo e colaborativo. O Cubo Mágico pode ser utilizado como uma ferramenta de aprendizagem cooperativa, na qual os alunos trabalham em equipe, compartilham estratégias e se ajudam mutuamente na resolução dos desafios.

Conclui-se que essa abordagem promove a troca de conhecimentos, valorizando as habilidades individuais de cada aluno e desenvolvendo habilidades sociais como a comunicação. Além disso, os alunos desenvolvem habilidades cognitivas, como a concentração, o raciocínio lógico, planejamento estratégico e perseverança na resolução de problemas.

## Referências

- BARBOSA, C. M. *Cubo de Rubik e Robótica*. 95 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2019. Disponível em: <[https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat\\_tcc.php?id1=4551&id2=160300309](https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat_tcc.php?id1=4551&id2=160300309)>. Citado 3 vezes nas páginas 10, 17 e 23.
- BARBOSA, F. V. *O Cubo Mágico de Rubik: teoria, prática e arte*. 64 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2018. Disponível em: <[https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat\\_tcc.php?id1=3814&id2=160270183](https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat_tcc.php?id1=3814&id2=160270183)>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 21.
- BAUMGARTEL, P. O uso de jogos como metodologia de ensino da matemática. *Encontro Brasileiro de estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática*, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 5, 11, 12 e 25.
- BEZERRA, J. S. *Tópicos em Teoria de Grupos: O Desafio do Cubo de Rubik*. 85 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016. Disponível em: <[https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat\\_tcc.php?id1=2511&id2=94719](https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat_tcc.php?id1=2511&id2=94719)>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 22.
- BRASIL. *2º Censo da Indústria Brasileira de Jogos Digitais*. Ministério da Cultura, 2018. 352 p. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1T0V9FAqi21KRjgmbPip3px12DeLxBHfr/view>>. Citado na página 13.
- CHEN, J. *Group Theory and the Rubik's Cube*. [S.l.], 2004. Disponível em: <<https://people.math.harvard.edu/~jjchen/docs/Group%20Theory%20and%20the%20Rubik's%20Cube.pdf>>. Acesso em: 24.11.2023. Citado 3 vezes nas páginas 20, 22 e 23.
- FLORENTINO, A. R. et al. Cubo mágico: um recurso didático-pedagógico para a sala de aula de matemática. *Brazilian Journal of Development*, v. 7, n. 4, p. 34211–34222, 2021. Citado 4 vezes nas páginas 6, 10, 14 e 25.
- FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 25.
- GRIMM, L. G. H. M. *Cubo mágico : propriedades e resoluções envolvendo álgebra e Teoria de Grupos*. 82 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2016. Disponível em: <[https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat\\_tcc.php?id1=2757&id2=84828](https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat_tcc.php?id1=2757&id2=84828)>. Citado 5 vezes nas páginas 5, 14, 16, 19 e 20.
- HUIZINGA, J. *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura*. São Paulo: Perspectiva, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 6, 11 e 13.
- JÚNIOR, J. E. da S. *Teoria de Grupo e o Cubo Mágico*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2016. 98 p. Disponível em: <[https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat\\_tcc.php?id1=3402&id2=81886](https://sca.profnat-sbm.org.br/profnat_tcc.php?id1=3402&id2=81886)>. Citado 3 vezes nas páginas 16, 20 e 22.

- LARA, R. G. de M. *Álgebra e o Cubo de Rubik*. 66 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2016. Disponível em: <[https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat\\_tcc.php?id1=2951&id2=95508](https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat_tcc.php?id1=2951&id2=95508)>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 22.
- LEITE, E. A. P.; DARSIE, M. M. P. Implicações da metacognição no processo de aprendizagem da matemática. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 5, n. 2, p. 179–191, 2011. Citado na página 14.
- MACEDO, L. de; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. *Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar*. [S.l.]: Artmed, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 5, 11 e 25.
- MOITA, F. et al. Angry birds como contexto digital educativo para ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos: relato de um projeto. *SBC-Proceedings of SBGames*, p. 121, 2013. Citado na página 12.
- MOYA, C. S. *Uma visão Matemática do Cubo Mágico*. 65 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do ABC, Santo André, 2015. Disponível em: <[https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat\\_tcc.php?id1=2642&id2=74949](https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat_tcc.php?id1=2642&id2=74949)>. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 19.
- PAPERT, S. *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books, 1980. 1-230 p. Citado na página 12.
- PERKINS, D. *Smart Schools: Better Thinking and Learning for every Child*. New York: Free Press, 1995. 274 p. Citado na página 13.
- PIAGET, J. *O Nascimento da Inteligência na Criança*. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 335-379 p. Citado 3 vezes nas páginas 5, 11 e 25.
- SANTOS, O. K. C.; BELMINO, J. F. B. Recursos didáticos: uma melhoria na qualidade da aprendizagem. *Fórum internacional de pedagogia*, v. 5, p. 1–12, 2013. Citado na página 12.
- SILVA, H. V. L. e. *O Uso do Cubo Mágico Para o Ensino da Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio*. 40 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2017. Disponível em: <[https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat\\_tcc.php?id1=3181&id2=150230731](https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat_tcc.php?id1=3181&id2=150230731)>. Citado 5 vezes nas páginas 5, 14, 16, 21 e 25.
- SILVA, J. V. do N. *Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta-PB*. 72 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015. Disponível em: <[https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat\\_tcc.php?id1=2054&id2=82829](https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat_tcc.php?id1=2054&id2=82829)>. Citado 6 vezes nas páginas 10, 14, 16, 17, 18 e 19.
- VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. [S.l.]: Martins Fontes, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 5, 11 e 25.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Material do Aluno - Questionário

# Além das Faces Coloridas: Desvendando a Matemática por meio do Cubo Mágico

Caros alunos, este é um questionário sobre a percepção que vocês tiveram referente a atividade intitulada “Além das Faces Coloridas: Desvendando a Matemática por meio do Cubo Mágico”, realizada pelo graduando Vitor Pedrotti. Na sequência, temos algumas questões que poderão contribuir para a melhoria da metodologia escolhida para a aplicação da atividade.

1. Para você foi ou não foi atrativo aprender sobre o Cubo Mágico? Explique sua opinião.

---

---

---

2. De que forma você considera que o Cubo Mágico pode auxiliar na sua rotina de estudos?

---

---

---

3. Você se deparou com alguma dificuldade ao resolver a atividade? Qual?

---

---

---

4. Escreva sobre o que achou da atividade e deixe suas sugestões.

---

---

---

### Análise da Aprendizagem por Intermédio de Problemas

A avaliação de aprendizagem usando problemas é fundamental para refletir e examinar a compreensão sobre cada tema. Em virtude disto, com o intuito de analisar a compreensão de cada aluno sobre tópicos da disciplina de matemática, devemos buscar a resolução dos seguintes problemas:

1. Qual é a representação algébrica que define uma face em xadrez, considerando que cada face é dividida em 9 partes menores?
2. Determine o valor em graus que podemos associar a uma rotação para cada movimento no cubo, considerando que ao repetir um movimento quatro vezes, ele retorna à posição inicial.
3. Qual é o nome do ângulo associado a um movimento?
4. Quantas diagonais possuem as faces do Cubo Mágico?
5. Quantas diagonais possui o Cubo?
6. Cada um dos 8 cantos podem permutar em 8 locais. Isso nos dá quantas possibilidades de colocação de cantos? E quantas combinações de cantos possíveis?
7. Qual é a área da face do cubo se suas arestas medem  $6\text{ cm}$ ?
8. Qual é o volume do cubo se suas arestas medem  $6\text{ cm}$ ?
9. A capacidade mede a quantidade de armazenamento que o sólido possui. Sabendo que cada  $\text{cm}^3$  representa  $1\text{ mL}$  (mililitro), determine a capacidade do Cubo Mágico.
10. Considere o movimento de topo sentido horário = T, o movimento de topo sentido anti-horário = T', o movimento de direita sentido horário = D e o movimento de direita sentido anti-horário = D'. Se definirmos  $f$  como a relação que associa a aplicação do algoritmo (D, T, D', T')  $x$  vezes, qual será o resultado final se  $f(6)$  for aplicado ao Cubo Mágico?



Universidade Federal do Rio Grande – FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física

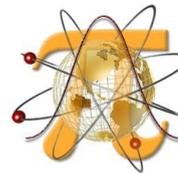
Curso de Licenciatura em Matemática

Av. Itália km 8 Bairro Carreiros

Rio Grande-RS CEP: 96.203-900 Fone (53)3293.5411

e-mail: imef@furg.br

Sítio: www.imef.furg.br



## Ata de Defesa de Monografia

No vigésimo primeiro dia do mês de dezembro de 2023, às 13h30min, no auditório do IMEF, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico **Vitor Andrade Pedrotti** intitulada **Além das Faces Coloridas: Desvendando a Matemática por meio do Cubo Mágico**, sob orientação da Cinthya Maria Schneider Meneghetti, deste instituto. A banca avaliadora foi composta pela Profa. Dra. Daiane Silva de Freitas – IMEF/FURG e pela Profa. Dra. Luciele Rodrigues Nunes – IMEF/FURG. O candidato foi: ( x ) aprovado por unanimidade; ( ) aprovado somente após satisfazer as exigências que constam na folha de modificações, no prazo fixado pela banca; ( ) reprovado. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada.

Documento assinado digitalmente



CINTHYA MARIA SCHNEIDER MENEGHETTI

Data: 21/12/2023 19:15:15-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Cinthya Maria Schneider Meneghetti

Orientadora

Documento assinado digitalmente



DAIANE SILVA DE FREITAS

Data: 02/01/2024 10:16:59-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Daiane Silva de Freitas

Documento assinado digitalmente



LUCIELE RODRIGUES NUNES

Data: 02/01/2024 14:58:09-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Luciele Rodrigues Nunes