



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE - FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA - IMEF
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**PERCEPÇÕES DE PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL SOBRE O USO DE
MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA.**

Lucas da Silva Schwarzbach

RIO GRANDE, RS
2023

Lucas da Silva Schwarzbach

**PERCEPÇÕES DE PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL SOBRE O USO DE
MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA.**

Trabalho de Conclusão de Curso II submetido por Lucas da Silva Schwarzbach como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado, pelo Curso de Licenciatura em Matemática junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Liliane Silva de Antiqueira.

**RIO GRANDE, RS
2023**



Universidade Federal do Rio Grande – FURG
Instituto de Matemática, Estatística e Física
Curso de Licenciatura em Matemática

Av. Itália km 8 Bairro Carreiros
Rio Grande-RS CEP: 96.203-900 Fone (53)3293.5411
e-mail: imef@furg.br Site: www.imef.furg.br



Ata de Defesa de Monografia

No décimo oitavo dia do mês de dezembro de 2023, às 14h, no auditório do IMEF, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico **Lucas da Silva Schwarzbach** intitulada **Percepções de professores em formação inicial sobre o uso de modelagem matemática como estratégia pedagógica**, sob orientação da Profa. Dra. Liliane Silva de Antiqueira, deste instituto. A banca avaliadora foi composta pela Profa. Dra. Elaine Correa Pereira – IMEF/FURG e pela Profa. Dra. Celiane Costa Machado – IMEF/FURG. O candidato foi: (X) aprovado por unanimidade; () aprovado somente após satisfazer as exigências que constam na folha de modificações, no prazo fixado pela banca; () reprovado. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada.

Profa. Dra. Liliane Silva de Antiqueira

Orientadora

Profa. Dra. Elaine Correa Pereira

Profa. Dra. Celiane Costa Machado

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso apresenta como tema a Modelagem Matemática na formação inicial de professores. Considera-se importante ampliar os debates e reflexões acerca dessa estratégia pedagógica com professores em formação inicial, no âmbito da Educação Matemática. O trabalho tem como objetivo geral compreender a percepção de professores em formação inicial sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica no processo de ensinar e aprender Matemática. Para isso, primeiramente, realizou-se uma revisão bibliográfica de artigos científicos nas bases Portal de Periódicos da CAPES e *Scielo*, no período de 2014 a 2022, onde estes foram categorizados em dois eixos emergentes, a saber: Processos de Ensino e de Aprendizagem e Modelo Matemático. A investigação segue os princípios da pesquisa qualitativa, sendo que o espaço de investigação foi uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática e os participantes da pesquisa foram os estudantes matriculados. Para produzir as informações, foi elaborada uma proposta formativa desenvolvida no 2º semestre de 2023. Utilizou-se um questionário para produzir as informações que foram analisadas pela Análise Textual Discursiva (ATD). Desse movimento surgiram as categorias finais: O (não) conhecimento da Modelagem Matemática; A importância da Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem de Matemática e Necessidade de experienciar a Modelagem Matemática na formação docente. Conclui-se que a Modelagem Matemática, como estratégia pedagógica valiosa, torna o ensino da Matemática mais acessível e relevante. Destaca-se, também, a importância da inclusão da Modelagem Matemática nos cursos de formação e a necessidade de superar obstáculos para uma implementação eficaz nas escolas brasileiras.

Palavras-chave: Percepções de Professores, Modelagem Matemática, Estratégia Pedagógica, Formação Inicial.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	6
2. OBJETIVOS	10
2.1 OBJETIVO GERAL	10
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	10
3. REFERENCIAL TEÓRICO	11
3.1 REFLEXÕES SOBRE O TERMO PRÁTICA PEDAGÓGICA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES	11
3.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
4. METODOLOGIA	18
4.1 CONTEXTO E PARTICIPANTES DA PESQUISA	18
4.2 DESVENDANDO NOVOS MARES: CONSTRUINDO CONHECIMENTO EM MODELAGEM MATEMÁTICA	19
4.3 PRODUÇÃO DE INFORMAÇÕES	23
4.4 METODOLOGIA E MOVIMENTO DE ANÁLISE	23
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES	26
5.1 O (NÃO) CONHECIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	26
5.2 A IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	27
5.3 NECESSIDADE DE EXPERIENCIAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DOCENTE	29
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
REFERÊNCIAS	35
ANEXOS	38

1. INTRODUÇÃO

A Matemática desempenha um papel fundamental na formação educacional dos indivíduos, sendo considerada uma disciplina essencial em muitos currículos escolares. No entanto, o ensino da Matemática tem sido um desafio constante em diversas escolas brasileiras, pois, muitas vezes apresenta dificuldades em engajar e despertar o interesse dos alunos.

No Brasil, a introdução da Modelagem Matemática para o ensino da Matemática é atribuída a professores notáveis, como Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, ambos ex-docentes do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação (IMECC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Eles difundiram essa estratégia pedagógica por meio de diversos meios, como cursos, artigos, orientações acadêmicas e livros (BASSANEZI, 1987, 2022; D'AMBRÓSIO, 1986, 2002). Em 1983, a disseminação da Modelagem Matemática para o ensino da Matemática teve início na Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), antiga Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava (FAFIG), através de cursos de especialização para professores de Matemática em todos os níveis.

Ao final da década de 1980, com experiências práticas e o início de especialização e de trabalhos de mestrado voltados para o ensino, formou-se uma massa crítica em âmbito nacional em relação à Modelagem Matemática e suas concepções. Os programas de mestrado iniciados nessa década, com enfoque no ensino de disciplinas como Matemática, Química e Física, contribuíram para uma transformação nas percepções sobre as áreas de conhecimento e seu processo de aprendizado.

O ápice da Modelagem Matemática como alternativa para o ensino fundamental e médio ocorreu com a dissertação de mestrado de Dionísio Burak, defendida em 1987 na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Campus de Rio Claro, São Paulo. Essa dissertação marcou um ponto crucial no reconhecimento e desenvolvimento da Modelagem Matemática como uma abordagem significativa para o ensino dessas disciplinas no contexto educacional brasileiro.

É nesse contexto, que a Modelagem Matemática surge como uma estratégia pedagógica promissora, capaz de proporcionar uma aprendizagem mais dinâmica e prática. D'Ambrósio (2002, p. 29) ao se referir à Matemática nas escolas, lembra que o maior desafio dos matemáticos e educadores matemáticos é “fazer uma Matemática integrada no pensamento e no mundo moderno”. O autor aponta a Modelagem Matemática como um caminho para contribuir para o enfrentamento deste desafio.

Assim, ao incorporar situações reais e problemas do cotidiano dos alunos, a Modelagem Matemática possibilita a aplicação dos conceitos matemáticos em contextos concretos, tornando o aprendizado mais relevante e envolvente. Além disso, essa estratégia estimula o desenvolvimento de habilidades como o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a comunicação matemática.

A notoriedade da Modelagem Matemática na formação inicial de professores é evidente, pois permite que os futuros educadores desenvolvam habilidades de investigação e solução de problemas, promovendo uma maior conexão entre a teoria matemática e sua aplicação prática (BIEMBENGUT; HEIN, 2000). Além disso, a Modelagem Matemática estimula o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de comunicação dos estudantes, características essenciais para um professor de Matemática.

Sustentado por Burak (1992), o processo de desenvolvimento da Modelagem Matemática envolve cinco etapas. A primeira delas se refere a escolha do tema, em que os alunos selecionam uma temática. Essa pode ser oriunda de um problema real, de uma situação prática ou de um tópico específico que desperte seu interesse. A escolha do tema é importante para manter o engajamento dos alunos durante o processo de Modelagem Matemática.

A segunda etapa, conforme Burak (1992), é denominada de pesquisa exploratória, realizada pelos alunos sobre o tema escolhido anteriormente. Eles coletam informações relevantes, dados ou exemplos que ajudarão a entender melhor o problema e a sua aplicação no mundo real. A pesquisa exploratória pode

envolver a consulta de livros, artigos científicos, entrevistas, dados estatísticos, entre outros recursos.

Na terceira etapa há o levantamento de problemas. Com base na pesquisa exploratória, os alunos identificam e formulam problemas relacionados ao tema escolhido. Esses problemas podem envolver questões práticas, desafios ou situações que precisam ser resolvidas usando conceitos matemáticos. O objetivo é conectar o tema escolhido com a aplicação da Matemática na resolução de problemas reais (BURAK, 1992).

Na sequência, ocorre a quarta etapa, que trata da resolução de problemas e do desenvolvimento do conteúdo matemático. Nesse momento, em conformidade com Burak (1992), os alunos aplicam conceitos matemáticos para resolver os problemas identificados anteriormente. Eles desenvolvem modelos matemáticos, utilizam estratégias de resolução de problemas e aplicam o conhecimento matemático relevante para analisar e resolver os desafios propostos. Além disso, são explorados e desenvolvidos novos conceitos e habilidades matemáticas relacionadas ao tema escolhido.

Por fim, concluindo as etapas de desenvolvimento da Modelagem Matemática, aborda-se a quinta etapa, ou seja, a análise crítica das soluções realizadas pelos alunos. Eles avaliam as abordagens utilizadas, examinam a validade e a precisão dos resultados obtidos e refletem sobre as limitações e as possíveis melhorias do modelo matemático desenvolvido. Segundo Burak (1992), essa etapa visa promover o pensamento crítico e a reflexão sobre o processo de modelagem e a aplicação da Matemática no contexto do tema escolhido.

Na Modelagem Matemática, o professor desempenha um papel fundamental como facilitador do processo de aprendizagem. Ele atua como mediador e orientador, uma vez que estimula a criatividade dos alunos, fornece recursos e *feedback*, e ainda, valoriza o processo de modelagem. O professor também promove discussões, colaboração e a conexão dos modelos matemáticos com outros conceitos e disciplinas, enriquecendo a experiência de aprendizagem.

A partir dessas reflexões iniciais, apresenta-se uma pesquisa que faz parte do Trabalho de Conclusão de Curso vinculado ao Curso de Matemática Licenciatura

ofertado pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG. Inicialmente, foi realizada uma revisão bibliográfica (MARCONI e LAKATOS, 2021) de artigos científicos nas bases Portal de Periódicos da CAPES e *Scielo*, no período de 2014 a 2022. Posteriormente, foram identificadas as principais abordagens e perspectivas teóricas que fundamentam a utilização da Modelagem Matemática no ensino de Matemática e na formação inicial de professores. Essa revisão permitiu compreender a utilização da Modelagem Matemática e sua aplicação em contextos reais e de formação docente, além das habilidades de resolução de problemas e o pensamento matemático dos estudantes.

Para a pesquisa, adotou-se a abordagem qualitativa (YIN, 2016) em que o espaço de investigação foi uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática e os participantes da pesquisa foram os estudantes matriculados e que participaram de todos os momentos de uma proposta formativa. Tal proposta foi elaborada de modo a contemplar a Modelagem Matemática e foi desenvolvida no 2º semestre de 2023. Utilizou-se um questionário para produzir informações as quais foram analisadas pela Análise Textual Discursiva (MORAES e GALIAZZI, 2007), buscando explorar as perspectivas, experiências e reflexões dos professores em formação inicial.

Assim, diante da importância da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica, tornou-se essencial explorá-la na formação inicial de professores de Matemática e na preparação dos futuros docentes para o uso dessa estratégia pedagógica em sala de aula. Compreender a percepção desses professores em formação inicial sobre a Modelagem Matemática, suas visões, concepções e desafios, pôde fornecer *insights* valiosos para aprimorar a formação docente e promover uma prática pedagógica mais eficaz no ensino da Matemática.

Para concluir, a organização do trabalho é composta por essa introdução, os objetivos, o referencial teórico, a metodologia, resultados e discussões e considerações finais. Conclui-se que a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica é valiosa, tornando o ensino da Matemática mais acessível e relevante, destacando a importância de sua inclusão nos cursos de formação e a necessidade de superar obstáculos para uma implementação eficaz nas escolas brasileiras.

2. OBJETIVOS

De modo a introduzir o objetivo da pesquisa, a escolha pela temática da Modelagem Matemática na formação de professores, se deu, inicialmente, quando, no ensino fundamental, a professora Daniela, não apenas ensinava os conceitos matemáticos de forma clara, mas também instigava a curiosidade, tornando as aulas envolventes. Essas experiências ressaltaram o impacto significativo que um professor pode ter na vida dos alunos.

Além disso, a participação no grupo de pesquisa Formação de Professores e Práticas Educativas (FORPPE) tem proporcionado aprofundamento teórico na área da Educação Matemática e de Formação de Professores, sendo assim, escolheu-se um tema que refletisse a importância no ensino da Matemática, bem como na Formação de Professores. Assim, esta pesquisa tem como objetivos:

2.1 OBJETIVO GERAL.

Compreender a percepção de professores em formação inicial sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica no processo de ensinar e aprender Matemática.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

2.2.1 Entender o estado atual do conhecimento sobre a Modelagem Matemática na formação inicial de professores, por meio de uma revisão bibliográfica.

2.2.2 Desenvolver uma proposta formativa envolvendo a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica para o ensino.

2.2.3 Investigar as perspectivas de professores de Matemática em formação inicial, em relação à proposta desenvolvida.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, explora-se algumas reflexões sobre o termo prática pedagógica. Além disso, apresenta-se uma revisão bibliográfica das produções que abordam a Modelagem Matemática na formação inicial de professores, o que proporcionou uma visão aprofundada e atualizada para o estudo.

3.1 REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA PEDAGÓGICA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

A prática pedagógica é um dos elementos fundamentais no processo de ensino e aprendizagem. Quando se fala em prática pedagógica, refere-se a algo além da prática didática, envolvendo: as circunstâncias da formação, os espaços-tempos escolares, as opções da organização do trabalho docente, as parcerias e expectativas do docente (FRANCO, 2016). Ainda, o autor salienta que:

As práticas pedagógicas são aquelas que se organizam para concretizar determinadas expectativas educacionais. São práticas carregadas de intencionalidade uma vez que o próprio sentido de práxis se configura por meio do estabelecimento de uma intencionalidade, que dirige e dá sentido à ação, solicitando uma intervenção planejada e científica sobre o objeto, com vistas à transformação da realidade social (FRANCO, 2016, p. 542).

Assim, a formação docente é um campo de estudo e de reflexão constante, pois envolve a compreensão das diferentes formas de aprendizagem, o contexto social e cultural dos estudantes, bem como, a busca por práticas inovadoras e eficientes. O objetivo final da prática pedagógica é formar cidadãos críticos, autônomos e capazes de enfrentar os desafios do mundo contemporâneo. Portanto,

As práticas pedagógicas incluem desde o planejamento e a sistematização da dinâmica dos processos de aprendizagem até a caminhada no meio de processos que ocorrem para além da aprendizagem, de forma a garantir o ensino de conteúdos e atividades que são considerados fundamentais para aquele estágio de formação do aluno, e, por meio desse processo, criar nos alunos mecanismos de mobilização de seus saberes anteriores construídos em outros espaços educativos (FRANCO, 2016, p. 547).

Para alcançar esse objetivo, é necessário que os professores estejam constantemente se atualizando e refletindo sobre suas práticas. No entanto, a grande dificuldade em relação à formação de professores é que, se quisermos ter bons professores, teremos que formá-los, segundo Franco (2016), como sujeitos capazes de produzir conhecimentos, ações e saberes sobre a prática. Não basta

fazer uma aula; é preciso saber por que tal aula se desenvolveu daquele jeito e naquelas condições: ou seja, é preciso compreensão e leitura da práxis.

Segundo Freire (2016, p. 24), "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção". Portanto, a prática pedagógica deve ser pautada pela interação, pela participação ativa dos alunos e pela construção coletiva do conhecimento. Franco (2016) afirma que, para transformar a prática docente em prática pedagógica, são necessários pelo menos dois movimentos: a reflexão crítica sobre a própria prática e a consciência das intenções que orientam as ações pedagógicas.

Introduzir práticas pedagógicas eficientes requer uma análise cuidadosa do contexto em que os alunos estão inseridos. É necessário considerar suas características individuais, suas experiências prévias, bem como as demandas da sociedade em que vivem.

Além disso, é importante estar aberto a abordagens diversificadas, como a pedagogia de projetos, a aprendizagem baseada em problemas e a educação inclusiva, que valoriza a diversidade e respeita as diferenças. No entanto, a introdução de práticas pedagógicas inovadoras não pode se restringir apenas ao âmbito escolar.

É necessário promover uma maior integração entre a escola, a família e a comunidade, reconhecendo que a aprendizagem acontece em diferentes espaços e momentos. Freire (2015, p. 193), aponta que "a educação não pode ser realizada na alienação do mundo, nem tampouco como educação para o mundo. Deve ser uma educação com o mundo, comprometida com sua transformação".

Assim, é fundamental estabelecer parcerias e promover um diálogo constante entre todos os atores envolvidos no processo educativo. Afinal, como educadores, temos o desafio de formar não apenas indivíduos competentes em termos de conhecimento, mas também pessoas críticas, éticas e comprometidas com a construção de um mundo melhor.

3.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA¹

A revisão bibliográfica deste trabalho possui uma abordagem qualitativa e caráter descritivo por meio de uma busca integrativa da literatura. Conforme Marconi e Lakatos (2021), existem algumas etapas de realização de uma revisão bibliográfica, sendo essas: escolha do tema; elaboração do plano de trabalho; identificação; localização; compilação e fichamento. As bases de dados utilizadas para a revisão foram o Portal de Periódicos da CAPES e *Scientific Electronic Library Online (Scielo)*.

Na primeira etapa, que se refere a escolha do tema, a busca pelos artigos foi realizada em ambas as bases na data de 10 de abril de 2023, por meio do descritor *modelagem matemática na formação inicial de professores*. O descritor citado foi usado apenas na língua portuguesa (BR) e foi encontrado em todas as partes do texto.

No Portal de Periódicos da CAPES, houve a etapa de identificação e localização, através da utilização de filtros de pesquisa, os quais foram: seleção de artigos de livre acesso e de artigos publicados em português. Além disso, foi critério de inclusão, o recorte temporal de publicação de artigos no período de 2014 a 2022. Com essa busca, foram obtidos 46 artigos. Logo após, foi utilizado o filtro de pesquisa para excluir as Atas de Congressos e Dissertações. Sendo assim, foram encontrados 43 artigos na base da CAPES.

Na base *Scielo*, a pesquisa resultou em três artigos. Não foi necessário a utilização dos filtros de pesquisa, pois os artigos encontrados já eram de livre acesso e já estavam publicados em língua portuguesa. Também, não foi necessário definir os critérios de inclusão, pois os artigos já contemplavam o recorte temporal.

Após a conclusão dos procedimentos anteriores, iniciou-se a etapa de compilação e fichamento. Em uma planilha eletrônica foram organizados os 46 artigos, abrangendo as seguintes informações: título, ano de publicação, periódico,

¹ Este item foi organizado em um artigo denominado *A Modelagem Matemática na formação inicial de professores: estado atual do conhecimento* submetido e aceito no IX ENALIC - Encontro Nacional das Licenciaturas 2023.

link de acesso ao artigo, base de dados (CAPES e/ou *Scielo*) e Qualis dos periódicos.

Para análise dos estudos levantados, percorreu-se a fase de leitura dos artigos e buscou-se uma compreensão destes materiais. Foram lidos os títulos, os resumos e, quando necessário, fez-se a leitura de todo o artigo. Com isso observou-se que oito artigos estavam publicados com o título em português, porém, ao acessar o conteúdo, percebeu-se que o texto estava disponível apenas em espanhol ou inglês.

Outro ponto que chamou a atenção com a leitura realizada, foi a presença de 24 artigos que não abordavam exatamente a temática da pesquisa, como por exemplo, artigos relacionados à formação continuada e artigos com foco nos anos iniciais do ensino fundamental. Esse fato dificultaria a busca por informações relevantes e direcionadas para o objetivo da pesquisa que é a Modelagem Matemática na formação inicial de professores. Também percebeu-se que os três artigos levantados na base *Scielo* já haviam sido levantados no Portal de Periódicos da CAPES, o que foi contabilizado apenas uma vez.

Portanto, após a exclusão dos trabalhos, conforme explicado anteriormente, apresenta-se, no Quadro 1, o total de onze artigos para o estudo. Para identificar esses artigos, utilizou-se um código composto pela letra A e o numeral que indica a sequência do artigo.

Quadro 1: Código, título, periódico e autor (es) das pesquisas selecionadas.

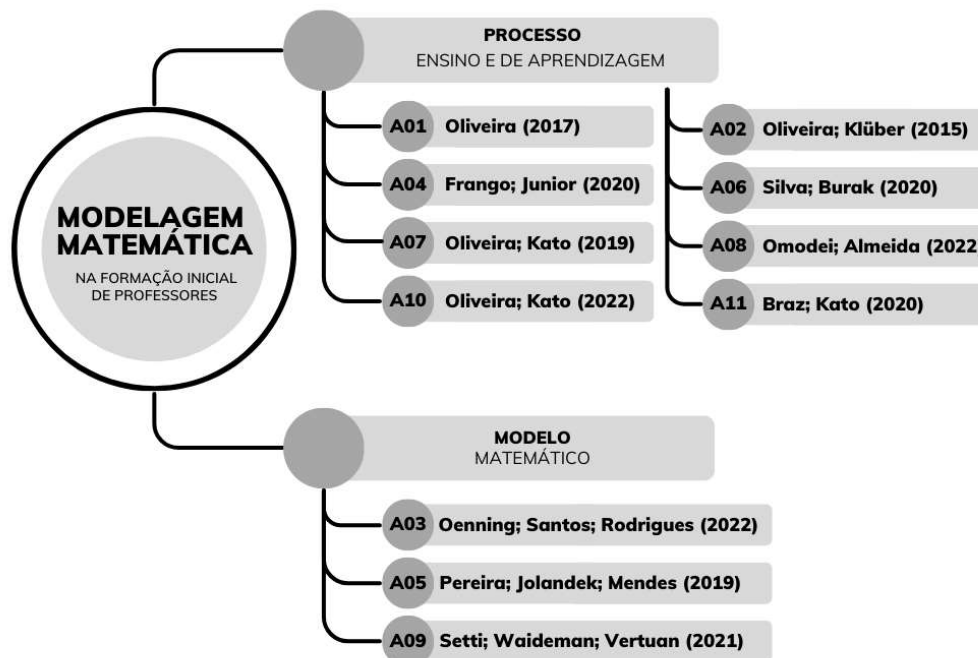
Código	Título	Periódico	Autor (es)
A01	Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões.	Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos	Oliveira (2017)
A02	Metapesquisa em modelagem matemática na educação matemática: análise de artigos sobre a formação inicial de professores.	Revista Educação Online	Oliveira; Klüber (2015)
A03	Perspectivas da modelagem matemática nos cursos de licenciatura em matemática no Brasil.	Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática	Oenning; Santos; Rodrigues (2022)
A04	As contribuições de um curso de Modelagem Matemática para a formação e atuação de professores que ensinam matemática.	Revista Educação Matemática Debate	Frango; Junior (2020)
A05	Modelagem Matemática: Concepções de licenciandos em formação inicial.	Revista Com a Palavra, o Professor	Pereira; Jolandek; Mendes (2019)
A06	Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos: um caminho para ressignificação do ensino de Matemática.	Revista Práxis Educativa	Silva; Burak (2020)

A07	A Modelagem Matemática no contexto do estágio supervisionado segundo as compreensões de futuros professores.	Revista Ciência e Educação (Bauru)	Oliveira; Kato (2019)
A08	Formação do professor em modelagem matemática: da aprendizagem para o ensino.	Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT	Omodei; Almeida (2022)
A09	Percursos da Elaboração de um Problema no Contexto de uma Atividade de Modelagem Matemática.	Boletim de Educação Matemática - BOLEMA	Setti; Waideman; Vertuan (2021)
A10	Modelagem matemática no estágio pedagógico.	Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT	Oliveira; Kato (2022)
A11	Participação em Comunidades Sociais e a Prática Pedagógica com Modelagem Matemática: algumas relações.	Boletim de Educação Matemática - BOLEMA	Braz; Kato (2020)

Fonte: O autor (2023)

Desta maneira, os onze artigos passaram por uma leitura minuciosa e, logo após, foi construído um mapa conceitual, onde estes foram categorizados em dois eixos emergentes, a saber: Processos de Ensino e de Aprendizagem e Modelo Matemático. Tais eixos, as pesquisas e os autores que os constituem são apresentados na Figura 1.

Figura 1: Eixos emergentes e autores.



Fonte: O autor (2023)

De acordo com Bicudo e Klüber (2011), os entendimentos sobre Modelagem Matemática apresentam variações e semelhanças entre si. Enquanto alguns pesquisadores destacam a importância dos processos de ensino e de aprendizagem

(BARBOSA, 2001), outros valorizam a construção de um Modelo Matemático (BASSANEZI, 2002).

No eixo Processos de Ensino e de Aprendizagem, compreende-se que, a Modelagem Matemática inserida na prática pedagógica do professor, pode criar um ambiente de aprendizagem estimulante. Nesse sentido, consta no artigo A01 que,

[...] a prática de modelagem matemática pode ser um caminho promissor para o ensino e aprendizagem de matemática, pois permite aos estudantes a oportunidade de desenvolver habilidades de resolução de problemas, raciocínio lógico e crítico, comunicação matemática e trabalho em equipe (OLIVEIRA, 2017. p. 506).

Ao encontro dessas ideias, no artigo A07 é destacado que:

[...] no contexto do estágio supervisionado, a prática da modelagem matemática pode contribuir para a formação de futuros professores mais críticos e reflexivos, capazes de mediar o processo de ensino e de aprendizagem de matemática de forma mais significativa e contextualizada (OLIVEIRA; KATO, 2019. p. 739).

Isso ocorre, pois os alunos se envolvem ativamente, discutem conceitos em conjunto, tomam iniciativas e compartilham conhecimentos matemáticos, com o objetivo de encontrar interpretações ou soluções para problemas reais. A realidade como ponto de referência, promove uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

Em contrapartida, no eixo Modelo Matemático, é possível notar que o desafio da Modelagem surge de um contexto que pode não estar diretamente relacionado à Matemática, mas que é fundamental que haja dados autênticos desse contexto envolvidos na resolução do problema. O artigo A03 trata que:

[...] a construção do modelo matemático permite que os estudantes desenvolvam habilidades de abstração, generalização e formalização matemática, que são fundamentais para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados (OENNING; SANTOS; RODRIGUES, 2022. p. 561).

Essa citação sustenta a ideia de que a construção do modelo matemático é um processo fundamental para a compreensão das relações entre as variáveis envolvidas e testar hipóteses a respeito do fenômeno estudado. Conforme o artigo A03, para solucionar esse desafio, é necessário obter um Modelo Matemático por meio de estudos, pesquisas e reflexões sobre o tema em questão.

De acordo com o artigo A05, os autores Pereira, Jolandek e Mendes (2019) entendem que um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema real. Isso permite que os estudantes compreendam melhor a relação entre a Matemática e outras áreas, como a Física, a Biologia e a Economia.

Setti, Waideman e Vertuan (2021), autores do artigo A09, compreendem que a construção do modelo matemático é uma das etapas fundamentais da Modelagem Matemática, pois é a partir dela que é possível analisar o problema e buscar soluções. Assim, é importante ressaltar que não há como fazer Modelagem Matemática sem a criação de um Modelo Matemático adequado (OLIVEIRA, 2017; OENNING, SANTOS, RODRIGUES, 2022; SETTI, WAIDEMAN, VERTUAN, 2021).

Os estudos realizados sobre a Modelagem Matemática apontam que as aulas devem ser dinâmicas e criativas, e valorizam os conhecimentos prévios dos alunos como ponto de partida. Desse modo, é possível estimular a participação ativa dos estudantes no Processo de Ensino e de Aprendizagem, com benefícios significativos para a compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos.

Diante disso, a Modelagem Matemática tem se mostrado uma estratégia eficaz no ensino e aprendizagem da Matemática, o que possibilita a conexão entre a disciplina e as situações cotidianas dos alunos. A formação inicial de professores deve incluir a Modelagem Matemática como uma das estratégias a serem trabalhadas, para que futuros educadores possam desenvolver as habilidades necessárias para elaborar e implementar atividades de Modelagem Matemática em suas aulas.

É importante que os professores em formação compreendam as etapas básicas da Modelagem Matemática, incluindo a identificação de situações-problema e a elaboração de modelos matemáticos que possam auxiliar na solução desses problemas. Além disso, a formação deve incentivar a busca por dados autênticos e a participação ativa dos alunos no processo de Modelagem Matemática. Ao incluir a Modelagem Matemática na formação inicial de professores, é possível formar educadores mais preparados para o ensino de Matemática de forma significativa e contextualizada.

4. METODOLOGIA

Este trabalho tem como objetivo compreender a percepção de professores em formação inicial sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica no processo de ensinar e aprender Matemática. Para isso, foi adotada a pesquisa qualitativa como método de investigação (YIN, 2016; MORAES e GALIAZZI, 2007). Ao utilizar essa abordagem, buscou-se compreender e explorar fenômenos sociais de forma mais aprofundada, exercendo a escuta dos participantes envolvidos no estudo e levando em consideração suas perspectivas e experiências. De acordo com Yin (2016):

[...] a pesquisa qualitativa difere por sua capacidade de representar as visões e perspectivas dos participantes de um estudo. Capturar suas perspectivas pode ser um propósito importante de um estudo qualitativo. Assim, os eventos e ideias oriundos da pesquisa qualitativa podem representar significados dados a fatos da vida real pelas pessoas que os vivenciam, não os valores, pressuposições, ou significados mantidos por pesquisadores (YIN, 2016, p. 7).

Assim, a pesquisa qualitativa permite uma compreensão mais rica e complexa do tema pesquisado, possibilitando *insights* e descobertas que podem ser valiosas para o desenvolvimento de práticas efetivas e compreensão da realidade. Diante disso, abordaremos neste tópico o contexto e os participantes da pesquisa, a proposta desenvolvida e a produção das informações, e por fim, a metodologia de análise.

4.1 CONTEXTO E PARTICIPANTES DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida na disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-aprendizagem em Matemática I, semestral, oferecida no curso de Licenciatura em Matemática, localizado no Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF da Universidade Federal do Rio Grande – FURG (campus Carreiros). Escolheu-se realizar a proposta nessa disciplina devido a compreensão de que essa é fundamental para a formação pedagógica e para a prática docente do professor em formação.

A disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-aprendizagem em Matemática I proporciona a preparação, execução e avaliação de experiências de prática de ensino em Matemática no Ensino Fundamental. Visa estimular e realizar

experimentações relacionadas à pesquisa, docência e gestão escolar. Também, enfoca a seleção dos conteúdos específicos da Matemática, com o propósito de desenvolver práticas docentes eficazes. Além de, destacar a importância de experimentar diferentes práticas e estratégias de ensino, pesquisando e implementando novas metodologias que estejam alinhadas com as práticas educacionais contemporâneas (PPC, 2023).

Além disso, os participantes da pesquisa², cuja faixa etária correspondeu de 18 a 55 anos, foram estudantes matriculados na disciplina mencionada anteriormente e que, também, participaram de todos os momentos da proposta formativa, desenvolvida após a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa (CAAE: 70944823.4.0000.5324). Assim, teve-se o total de 17 participantes. Salienta-se que foram garantidos a privacidade e o sigilo dos mesmos durante a realização da proposta formativa, a qual será detalhada a seguir.

4.2 DESVENDANDO NOVOS MARES: CONSTRUINDO CONHECIMENTO EM MODELAGEM MATEMÁTICA.

A proposta foi desenvolvida no 2º semestre de 2023 e elaborada de modo a contemplar a Modelagem Matemática. Além disso, foi dividida em quatro momentos de execução, nomeados e definidos conforme Quadro 2. Todos os momentos da proposta ocorreram no Laboratório de Ensino de Matemática e Física (LEMAFI), localizado no Centro de Educação Ambiental, Ciências e Matemática (CEAMECIM) da FURG.

Quadro 2: Desenvolvimento da Proposta.

Momento	Síntese	Disciplina	Duração	Data
i. Exploração	Realização de Roda de Conversa.	Lab. Prat. Ens. I	2 períodos de 50 minutos	04/09/2023
ii. Compreensão	Leitura e discussão de um artigo científico.	Lab. Prat. Ens. I	2 períodos de 50 minutos	
iii. Prática	Vivência da Modelagem Matemática por meio de situações problemas.	Lab. Prat. Ens. I	2 períodos de 50 minutos	02/10/2023
iv. Aprendizagem	Feedback dos participantes.	Lab. Prat. Ens. I	2 períodos de 50 minutos	

Fonte: O autor (2023)

² Os riscos da pesquisa são mínimos, e se relacionam a possíveis desconfortos, sendo eles não se sentirem à vontade para escrever ou falar sobre determinado assunto e que os participantes poderão sentir nos diferentes momentos da pesquisa.

A partir dessas informações, cada um dos momentos acima será abordado de forma minuciosa. Pretendeu-se proporcionar uma compreensão mais ampla sobre como essa proposta foi desenvolvida:

i. Exploração

Houve a realização de uma roda de conversa para explorar ideias, expectativas e conhecimentos dos participantes em relação à Modelagem Matemática. Inicialmente, ocorreu um momento de escuta para saber o que entendiam sobre a temática. Posteriormente, foram apresentados os conceitos fundamentais da Modelagem Matemática, incluindo suas etapas de desenvolvimento³, através de uma apresentação em formato de *slides* (Anexo 1). Essa apresentação teve como objetivo proporcionar uma visão geral sobre os principais conceitos e metodologias envolvidos na Modelagem Matemática, de forma clara e objetiva.

ii. Compreensão

Foi realizada a discussão do artigo *Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões*⁴, para problematizar e refletir sobre conceitos da Modelagem Matemática na formação de professores. Esse artigo foi escolhido, pois apresenta uma reflexão sobre a importância da Modelagem Matemática como estratégia de ensino, e aborda a resolução de problemas reais e contextualizados e o seu potencial para uma aprendizagem significativa e conectada com a realidade dos estudantes.

A dinâmica adotada para leitura foi bastante envolvente e permitiu uma participação ativa dos alunos. Para iniciar a atividade, solicitou-se a organização de duplas, levando em consideração a diversidade de conhecimentos e habilidades dos alunos. Cada dupla foi responsável por realizar a leitura e análise de um tópico específico do artigo, com o objetivo de, posteriormente, apresentá-lo para as demais duplas.

³ Escolha do tema; Pesquisa exploratória; Levantamento de problemas; Resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; Análise crítica das soluções (BURAK, 1992).

⁴ Este refere-se ao artigo A01 da revisão bibliográfica e está disponibilizado em: <http://rbep.inep.gov.br/ojs3/index.php/rbep/article/view/3382>

Os alunos foram encorajados a discutir em dupla, compartilhar ideias e esclarecer dúvidas. Posteriormente à fase de leitura, deu-se início à fase de apresentações. Cada dupla teve a oportunidade de apresentar o tópico que lhe foi designado, compartilhando os principais pontos do artigo, bem como a relação com os conceitos abordados em aulas anteriores. Essa conexão entre o conteúdo do artigo e o conhecimento que os alunos obtiveram no momento i, foi fundamental para a compreensão aprofundada do tema. Durante as apresentações, os estudantes destacaram citações do artigo no qual debateram sobre.

iii. Prática

Esse momento foi de vivência da Modelagem Matemática em situações problemas, com a intenção de desenvolver habilidades de resolução de problemas e trabalho em equipe. Inicialmente, foram apresentados aos estudantes, dois exemplos da Modelagem Matemática (Anexo 2), adaptados de Ferreira e Pancieira (2006) e Biembengut e Hein (2000), respectivamente. Após, houve um momento para discussão das etapas de desenvolvimento da Modelagem Matemática. Os estudantes apontaram questionamentos visando a compreensão dessa estratégia para o ensino de Matemática.

Além disso, eles foram organizados em duplas, no laboratório de informática, onde criaram e resolveram uma situação problema, conforme as etapas de desenvolvimento da Modelagem Matemática. Foi entregue uma folha para o registro dessa atividade (Anexo 3). Houve a escolha de um tema, a partir das sugestões apresentadas pelo pesquisador, essas foram: Construção Civil, Embalagens, Vacinação H1N1 e Comércio Alimentício.

Ainda, como parte do momento iii, e com base no tema escolhido pelas duplas, foi dado início a pesquisa exploratória, para entender melhor o contexto e as possibilidades de abordagem. A partir dessa pesquisa, foi possível identificar os principais problemas ou desafios relacionados ao tema. Nessa etapa, é importante realizar o levantamento de problemas de maneira clara e objetiva, para que possam ser abordados de forma sistemática e organizada.

Seguindo as etapas da Modelagem Matemática, na resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema, as duplas

trabalharam na resolução dos problemas identificados na etapa anterior e desenvolveram conteúdos matemáticos relevantes no contexto do tema escolhido. Isso pôde envolver a utilização de diferentes métodos e ferramentas matemáticas.

E por fim, na etapa de análise crítica das soluções, as duplas realizam uma análise crítica das soluções encontradas, avaliando seus pontos fortes e fracos, bem como sua relevância para o contexto do tema. Isso ajudou a identificar possíveis limitações ou oportunidades de aprimoramento, e contribuiu para o desenvolvimento de novas perguntas e problemas a serem resolvidos.

Ao final, os participantes da pesquisa foram convidados a preencher e assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo 4). Todos concordaram com a realização do estudo e autorizaram a utilização das informações produzidas.

iv. Aprendizagem

O *feedback* é um momento importante, pois é uma oportunidade dos participantes refletirem e escreverem sobre o que aprenderam com a experiência na proposta formativa. Assim, eles foram convidados a responderem por escrito um questionário contendo as seguintes perguntas:

- Enquanto estudante de um curso de licenciatura, você já tinha realizado estudos ou planejamento envolvendo a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica?
- Como você avalia a eficácia desta estratégia em sala de aula? Quais são os principais benefícios e desafios que você identifica ao aplicar essa abordagem no ensino de Matemática? Argumente sobre.
- Você acha que a atividade de Modelagem Matemática pode ajudar os alunos a desenvolverem habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico? Por quê?
- Com base em sua experiência e conhecimento, quais foram suas aprendizagens sobre a proposta formativa envolvendo a Modelagem Matemática?

4.3 PRODUÇÃO DE INFORMAÇÕES

Visando alcançar o objetivo deste trabalho e tendo a pesquisa qualitativa como método investigativo, salienta-se que, a produção das informações teve como instrumento a utilização de um questionário. Assim, a pesquisa utilizou o material textual⁵ produzido pelos participantes da pesquisa no momento iv da proposta desenvolvida, explicado anteriormente.

Apoiado em Marconi; Lakatos (2021), os autores argumentam que o questionário:

[...] é um instrumento de produção de informação constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito sem a presença de um entrevistador. Em geral, o pesquisador envia o questionário ao participante; depois de preenchido, o participante devolve-o (MARCONI; LAKATOS, 2021 p. 94).

A escolha desse instrumento foi feita devido à sua facilidade de aplicação e sua eficácia na produção de informações específicas e objetivas dos participantes. Além disso, o questionário permite a produção de uma grande quantidade de informações em um curto período de tempo, o que é importante para a eficiência do nosso estudo.

4.4 METODOLOGIA E MOVIMENTO DE ANÁLISE

Para analisar e interpretar as informações produzidas, foi adotada a metodologia da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2007), em que:

O processo auto-organizado de construção de novos entendimentos envolve três componentes: desmontagem dos textos – implica examinar os textos em seus detalhes, fragmentando-os no sentido de atingir unidades; estabelecimento de relações - ou seja, construir relações entre essas unidades; captando o novo emergente - percepção de padrões emergentes - levando a uma compreensão renovada do todo (p. 11 - 12).

Esta metodologia permite a identificação de elementos linguísticos, semânticos e pragmáticos presentes nos textos, contribuindo para a interpretação do contexto e das intenções do autor. Com isso, torna-se possível produzir análises mais profundas e ricas sobre os fenômenos estudados, oferecendo subsídios para a

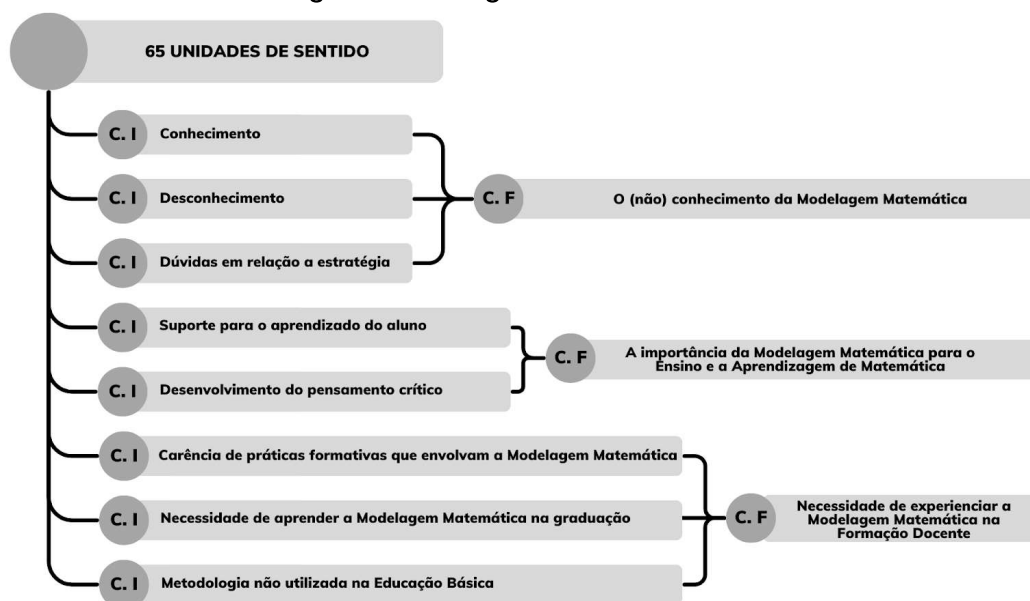
⁵ Os dados produzidos serão mantidos, em material físico, na Universidade Federal do Rio Grande - FURG, por um período de 5 anos. Após a finalização da pesquisa, passado esse período os arquivos serão fragmentados.

formulação de hipóteses, elaboração de conclusões e tomadas de decisão embasadas em dados concretos. Assim, a ATD é uma ferramenta valiosa para a construção de conhecimentos em diversas áreas científicas.

Ao levar em consideração as respostas manuscritas fornecidas na etapa iv da proposta formativa, iniciou-se o processo de digitar o material textual em um arquivo de texto. Após, no processo de unitarização da ATD, realizou-se a leitura minuciosa deste material. Na sequência, cada resposta das quatro perguntas respondidas foi considerada como sendo uma unidade de sentido, o que totalizou em 65 unidades de sentido. Cada uma dessas unidades foi identificada pelo código P1, P2, ..., P17, para cada um dos 17 participantes, juntamente com um índice constituído de um numeral que se refere a ordem da unidade. Por exemplo, o código P7₀₄, que significa o Participante 7 e unidade de sentido 04.

Em seguida, em um movimento de construir relações entre as unidades, surgiram oito Categorias Iniciais (C. I) que refletem o sentido expressado pelas unidades de sentido. Posteriormente, realizou-se agrupamentos, reunindo conjuntos de temas semelhantes, que a partir de um processo recursivo de análise, constituíram três Categorias Finais (C. F) acerca do fenômeno estudado. Tais categorias, são apresentados na Figura 2.

Figura 2: Categorias Iniciais e Finais.



Fonte: O autor (2023)

A seguir apresenta-se os resultados e discussões da pesquisa com base nas três categorias finais. Para isso, serão expostos os metatextos, os quais se constituem de uma interlocução teórica entre o pesquisador, o referencial teórico e os discursos textuais.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Durante esta pesquisa, buscou-se compreender a percepção de professores em formação inicial sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica no processo de ensinar e aprender Matemática, explorando diferentes aspectos e questões que emergiram ao longo do processo. Os resultados obtidos representam não apenas a culminação de um esforço dedicado, mas também a contribuição significativa para o entendimento aprofundado sobre o tema.

Neste capítulo, apresenta-se a discussão das categorias: O (não) conhecimento da Modelagem Matemática; A importância da Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem de Matemática e Necessidade de experienciar a Modelagem Matemática na formação docente. Assim, são analisados, de forma sistemática, os principais achados, as descobertas mais relevantes e as implicações que esses resultados trazem para o campo de estudo.

5.1 O (NÃO) CONHECIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

É válido ressaltar que, o receio em utilizar a Modelagem Matemática muitas vezes surge do desconhecimento e da falta de familiaridade com essa prática pedagógica. Logo, de acordo com Oliveira (2017)

[...] na formação inicial é momento oportuno para que esses futuros professores possam refletir sobre os encaminhamentos, de modo que aprendam sobre modelagem por meio da experiência e possam aprender com modelagem sobre determinados conteúdos, conceitos matemáticos e/ou conceitos específicos do cotidiano, tornando, assim, a matemática instrumento de compreensão da realidade (OLIVEIRA, 2017. p. 517).

Assim, o (não) conhecimento da Modelagem Matemática, por parte dos participantes, foi expressa na maioria das respostas. Alguns revelaram essa falta de familiaridade com o conceito de Modelagem Matemática, salientando que, embora possam já tê-lo utilizado em situações práticas, não o reconheciam como tal. Esses aspectos podem ser observados nas unidades a seguir.

Enquanto estudante do curso de licenciatura, ainda não havia realizado nenhum estudo ou planejamento envolvendo a Modelagem Matemática (P6₀₁).

Apenas tinha visto uma metodologia alternativa, mas nunca pesquisando e planejando alguma atividade envolvendo a Modelagem Matemática (P4₀₁).

Quando ouvi pela primeira vez, pensei nunca ter visto. Porém, após ler os artigos e os materiais disponibilizados, entendo que já utilizava sem nem ter ideia. De certa forma utilizamos muito em situações problemas etc (P3₀₁).

Essa falta de conhecimento é comum entre os estudantes de licenciatura que ainda não tiveram a oportunidade de explorar essa estratégia pedagógica. No contexto da Educação Matemática, pesquisas evidenciam que é preciso que a Modelagem Matemática seja incorporada, na prática, nos cursos de Licenciatura em Matemática (MALHEIROS, 2014, p. 01).

Alguns participantes mencionaram ter tido experiências com a Modelagem Matemática, seja em outro curso ou como parte de atividades pedagógicas. No entanto, muitos reconhecem a importância desse enfoque, mesmo que seja algo novo para eles. Ao responderem se já tinham realizado estudos ou planejamento envolvendo a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica, algumas respostas foram.

Não, porém em outro curso tive a oportunidade de vivenciar a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica (P10₀₁).

Não, nunca tinha escutado sobre a Modelagem Matemática, mas acho um assunto interessante e importante para a área e o desenvolvimento do docente (P11₀₁).

Almeida e Dias (2007, p. 258), declaram que a Modelagem Matemática se apresenta como uma tendência da Educação Matemática, e as pesquisas vêm evidenciando-a como um conhecimento essencial na formação de professores de Matemática. Fica evidente a necessidade de promover uma compreensão mais profunda e uma integração mais ampla da Modelagem Matemática na Educação Matemática, permitindo que os estudantes e educadores a utilizem como uma ferramenta eficaz para tornar a Matemática mais relevante e envolvente em situações do mundo real.

5.2 A IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Durante a análise, ficou perceptível a importância da Modelagem Matemática no contexto do ensino e aprendizado de Matemática, destacando diversos pontos de vista que enfatizam sua relevância pedagógica. Os participantes da pesquisa

expressam a crença de que a Modelagem Matemática é uma das principais ferramentas para promover uma educação mais crítica e participativa. A unidade de sentido a seguir revela que:

Acredito que este processo de fazer uma pesquisa exploratória ajuda no desenvolvimento do pensamento crítico e na contextualização, percebemos e aprendemos mais sobre o assunto pesquisado e também sobre como a Matemática se encaixa nele (P9₀₂).

Os participantes argumentam que essa abordagem incentiva os alunos a pesquisar, analisar e resolver problemas de maneira autônoma, promovendo o desenvolvimento de pensamento crítico e habilidades de resolução de problemas. Essa percepção é apresentada no trecho a seguir:

A Modelagem Matemática torna-se uma ferramenta indispensável quando se trabalha com conjunto de dados reais, pois através dela o estudante é capaz de desenvolver suas habilidades, de raciocínio e aprender de forma prática como a Matemática pode ser aplicada em seu cotidiano (P10₀₄).

Bassanezi (2002, p.38) ressalta que, com a Modelagem Matemática, o processo de ensino aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural. Além disso, os participantes salientam que a Modelagem Matemática serve como suporte ao aprendizado, ampliando o leque de estratégias de ensino disponíveis para os professores. Ela permite que os alunos conduzam seu próprio processo de aprendizado, tornando-se mais independentes na busca de conhecimento. O licenciando P6, salienta que:

[...] os alunos já começam a perceber alguns problemas nas coisas, a ligar a Matemática ao seu dia a dia, fazendo com que eles criem por vezes um pensamento mais lógico (P6₀₃).

Assim, a Modelagem Matemática também é vista como uma maneira de conectar a Matemática ao dia a dia dos alunos, estimulando um pensamento lógico e multidisciplinar. Essa ideia é apresentada na unidade de sentido a seguir:

[...] o uso da Modelagem Matemática impõem ao aluno que use todo seu conhecimento, não só a Matemática, mas também o das outras disciplinas, tornando seu uso multidisciplinar (P8₀₃).

Segundo Burak (1987, p.62), a Modelagem Matemática “é composta por uma série de técnicas com o propósito de estabelecer um paralelo visando a uma explicação matemática dos eventos que ocorrem na vida diária dos alunos, facilitando a capacidade de fazer previsões e tomar decisões”. Isso realça o quanto é importante poder utilizar esta estratégia pedagógica no processo de ensino e aprendizagem do aluno.

5.3 NECESSIDADE DE EXPERIENCIAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DOCENTE

Uma das questões mais notáveis reside na inversão do paradigma de ensino tradicional, onde a Matemática, geralmente, é inicialmente apresentada como um conteúdo abstrato para, posteriormente, ser contextualizada. No entanto, a Modelagem Matemática segue uma abordagem que parte de situações do mundo real dos estudantes, para, então, incorporar os conceitos matemáticos. É imperativo salientar a importância de inserir essa estratégia pedagógica na formação de professores, uma vez que essa abordagem, muitas vezes, é negligenciada durante a graduação, embora tenha um potencial transformador. O que nos mostra

[...] que formar professores de Matemática na perspectiva da Modelagem Matemática significa pensar que possa existir uma determinada concepção que sustenta teoricamente, mas também uma prática pedagógica que leve em conta os aspectos relacionados não somente a Matemática por ela mesma, mas também a possibilidade de ela ser incorporada, na sala de aula, para compreensão da realidade vivida pelos autores do processo (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2021, p. 63).

A Modelagem Matemática oferece uma valiosa oportunidade de aprendizado, permitindo aos alunos adquirir conhecimento através da investigação e da pesquisa, tornando o processo de aprendizagem mais significativo e envolvente. Entretanto, é essencial destacar que os futuros professores, em sua formação inicial, muitas vezes expressam entusiasmo em relação à Modelagem Matemática. Esta estratégia de ensino se alinha com suas crenças educacionais, oferecendo oportunidades para o desenvolvimento de novos conhecimentos e para a promoção do envolvimento dos alunos no processo de aprendizagem. Esse aspecto é contemplado na escrita a seguir:

Como futuro professor, uma ideia de modelo matemático se conecta com meus pensamentos, de maneira a desenvolver conhecimentos ainda não estudados, como o caso da Modelagem Matemática.

Existe a certeza de que algo foi produtivo e que a proposta formativa é grande e de muita oportunidade para todos dentro do curso (P2₀₄).

A Modelagem Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática proporciona aos professores a possibilidade de “aprender sobre a Modelagem Matemática; aprender por meio da Modelagem Matemática; ensinar usando Modelagem Matemática” (ALMEIDA; DIAS, 2007, p. 266). Portanto, ela não só ajuda os futuros professores a adquirir conhecimento sobre a Modelagem Matemática, mas também a desenvolver habilidades para ensinar essa estratégia aos seus futuros alunos, destacando a importância da Modelagem Matemática como uma ferramenta educacional valiosa.

Portanto, abordar os conteúdos a partir dos interesses e do contexto dos estudantes atribui significado à Matemática e a torna mais relevante em suas vidas. No entanto, sobre os futuros professores terem experienciado a Modelagem Matemática, eles reconhecem a necessidade de acesso aos recursos tecnológicos adequados para realizar a etapa da Pesquisa Exploratória, que constitui a Modelagem Matemática. Essa preocupação é destacada na unidade de sentido:

[...] um dos desafios ao meu ver, trata-se de a escola possuir recursos/materiais para que a etapa da pesquisa exploratória aconteça (P4₀₂).

Jacobini (2004) destaca que as tecnologias (recursos/materiais), atualmente, são imprescindíveis para que ocorram as atividades de Modelagem Matemática. Este contexto revela que a Modelagem Matemática oferece uma oportunidade significativa de transformar a Educação Matemática e ampliar a compreensão dos estudantes sobre como a Matemática está intrinsecamente presente em seu cotidiano.

No entanto, a falta de abordagem sobre a Modelagem Matemática na formação inicial de professores é uma carência que deve ser superada, uma vez que os docentes desempenham um papel crucial na implementação eficaz desta estratégia inovadora (CEOLIM; CALDEIRA, 2013, p. 7719). E também, é preciso considerar os desafios, como a necessidade de capacitar os professores e fornecer os recursos adequados para a utilização dessa estratégia pedagógica.

A avaliação da eficácia da Modelagem Matemática também é reconhecida como uma questão complexa que exige a aplicação prática da estratégia para uma avaliação adequada de seus benefícios e desafios. Os participantes revelam que:

Entendo que é um tanto difícil avaliar a eficácia sem o devido aprendizado e estudo sobre a estratégia, mas é importante atualizar-se e desenvolver modelos que tragam benefícios e proporcionem desafios aos alunos, fazendo deste o protagonista da sua jornada e seus conhecimentos (P2₀₂).

Não havia trabalho desta forma nem na escola. Desde sempre estamos acostumados a pegar o conteúdo e depois tentar encontrar uma forma de colocar dentro de um problema e de um contexto (P9₀₁).

A Modelagem Matemática, infelizmente, não tem tido a devida atenção nas escolas do Brasil (KOVALSKI, 2016). Esse cenário desafiador deve-se, em grande parte, à falta de formação adequada dos docentes durante sua graduação, o que compromete a capacidade dos futuros professores de aplicar eficazmente essa estratégia pedagógica em sala de aula.

Em síntese, a Modelagem Matemática emerge como uma poderosa ferramenta pedagógica, embora muitos profissionais e estudantes ainda careçam de familiaridade com sua prática e potencial. A evidência dos relatos destaca a necessidade premente de incorporar essa abordagem inovadora na formação inicial de professores, pois ela não apenas enriquece a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também promove uma aprendizagem mais contextualizada e significativa para os alunos.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS⁶

Com o desenvolvimento da pesquisa e finalização do Trabalho de Conclusão de Curso, pretendeu-se contribuir para a importância da Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática, bem como, para o aprimoramento da formação docente. Além disso, potencializou-se a utilização dessa estratégia pelos futuros professores, de modo a promover uma prática pedagógica mais contextualizada e significativa.

Ao elaborar e executar a proposta formativa de Modelagem Matemática durante o curso de Licenciatura em Matemática, foi possível compartilhar experiências, estratégias e desafios, além de relatar alguns aprendizados dessa experiência, a partir das observações e anotações realizadas. Com isso, inspirar os professores em formação inicial a explorar a Modelagem Matemática como uma estratégia pedagógica eficaz e inovadora para o ensino da disciplina de Matemática.

Dessa forma, pesquisar sobre a Modelagem Matemática enriqueceu minha formação como futuro educador. Além disso, também contribui para a construção de uma nova geração de professores engajados e capazes de promover uma educação matemática mais dinâmica e contextualizada.

Ao realizar a roda de conversa, foram exploradas algumas ideias, expectativas e conhecimentos em relação à Modelagem Matemática. Foi observado que os estudantes engajaram-se ativamente, compartilhando seus conhecimentos e experiências. Outro fato a ser observado, é que alguns estudantes expressaram dúvidas sobre como aplicar efetivamente a Modelagem Matemática em sala de aula. Essas dúvidas foram prontamente abordadas durante a roda de conversa, com uma explicação detalhada sobre os principais conceitos e estratégias envolvidas na prática da Modelagem Matemática. Conforme as explicações foram fornecidas, os alunos demonstraram compreensão progressiva e clareza sobre como implementar essa prática pedagógica em suas futuras atividades educacionais.

Um ponto interessante que surgiu na proposta formativa desenvolvida, foi quando, um licenciando disse que percebe os obstáculos na implementação da

⁶ Parte dessa escrita está na primeira pessoa do singular pois refletem diretamente minha formação e as experiências do autor da pesquisa, fundamentando-se em observações e reflexões que vivenciei ao longo desta escrita acadêmica.

Modelagem Matemática na sala de aula. Isso o fez refletir sobre a preparação necessária para o uso efetivo dessa prática pedagógica. Portanto, implica em reconhecer que a Matemática não deve ser vista como algo isolado e abstrato, mas sim como uma ferramenta que pode ser incorporada na sala de aula para abordar questões e situações da vida real. A interação com os licenciandos promoveu um ambiente colaborativo e enriquecedor, proporcionou uma experiência significativa para os alunos, para a professora da disciplina e para o autor deste trabalho. Além disso, houve o estímulo à leitura crítica e a compreensão de artigos acadêmicos. A dinâmica permitiu o fortalecimento das habilidades de apresentação, trabalho em grupo e expressão oral dos alunos.

Esse compartilhar de conhecimentos e esclarecimento de dúvidas consolidou a importância de incentivar e capacitar os professores para a adoção da Modelagem Matemática como um recurso pedagógico eficaz. Conforme foi observado, os alunos reconheceram que, ao utilizar essa prática pedagógica em sala de aula, podem estimular o pensamento crítico, a resolução de problemas e a aplicação dos conceitos matemáticos de maneira mais significativa e contextualizada.

A análise evidenciou o (não) conhecimento da Modelagem Matemática; a importância da Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem de Matemática e a necessidade de experienciar a Modelagem Matemática na formação docente. Destacou-se, ainda, a falta de familiaridade dos estudantes de licenciatura em Matemática, ressaltando a necessidade de incorporar a Modelagem Matemática nos cursos de formação para tornar a Matemática um instrumento compreensível da realidade. Também enfatizou-se a relevância da Modelagem Matemática para promover o pensamento crítico e a aplicação prática dos conceitos em situações reais, sendo considerada uma ferramenta indispensável para tornar a disciplina mais envolvente.

Ainda, ressaltou-se a importância de inserir essa estratégia pedagógica na formação de professores para transformar a Educação Matemática, apesar dos desafios, como a falta de recursos tecnológicos e a necessidade de capacitar os professores. Conclui-se que a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica é valiosa, o que torna o ensino da Matemática mais acessível e relevante. Destaca-se, por fim, a importância de sua inclusão nos cursos de formação e a

necessidade de superar obstáculos para uma implementação eficaz nas escolas brasileiras.

Com a revisão da literatura realizada, cujo resultados foram os eixos “Processos de Ensino e de Aprendizagem” e “Modelo Matemático”, ficou evidenciada a Modelagem Matemática como uma abordagem multifacetada, onde a prática pedagógica e a construção de modelos matemáticos convergem para um ensino mais significativo e contextualizado. As reflexões apresentadas ressaltam a importância de integrar essa estratégia no currículo de formação inicial de professores. Ao proporcionar uma conexão direta entre a Matemática e situações reais, a Modelagem Matemática não apenas enriquece o aprendizado, mas também fomenta o pensamento crítico, a colaboração e a resolução de problemas.

Além disso, a análise realizada nessa pesquisa reforçou, por meio de suas categorias, "O (não) conhecimento da Modelagem Matemática", "A importância da Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem de Matemática" e a "Necessidade de experienciar a Modelagem Matemática na formação docente". Assim, para potencializar a qualidade do ensino de Matemática, é imprescindível que a formação docente contemple a Modelagem Matemática, preparando os educadores para uma prática pedagógica mais dinâmica e alinhada às demandas contemporâneas da educação.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. **Modelagem Matemática em cursos de formação de professores**. Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, p. 253-268, 2007.
- BARBOSA, Jonei. Cerqueira. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BASSANEZI, Rodney. Carlos. **Modelagem como metodologia de ensino de matemática**. In: VII CIAEM, 7, 1987, Santiago. Anais... Santiago. 1987.
- BASSANEZI, Rodney. Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: a caminho de uma metacompreensão**. Cadernos de pesquisa, v. 41, n. 144, p. 904 - 927, dez. 2011.
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, v. 1ª, 2000.
- BRAZ, Bárbara Cândido; KATO, Lilian Akemi. **Participação em Comunidades Sociais e a Prática Pedagógica com Modelagem Matemática: algumas relações**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 34, p. 869-889, 2020.
- BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho –UNESP, 1987.
- BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.
- CEOLIM, Amauri Jersi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem Matemática em sala de aula: obstáculos e resistências apontados por pesquisadores brasileiros**. Anais (VII CIBEM) Montevideo — Uruguai. 2013, p. 7713-7721. ISSN 2301-0797, Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/328834934>. Acesso em 20 nov 2021.
- CRANE, Eva. **O livro do mel**. São Paulo: Nobel, 1983.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação**. Campinas: Unicamp, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A Matemática nas escolas**. Educação Matemática em Revista, São Paulo, ano 9, n. 11, p. 29-33, 2002.

FERREIRA, Márcio Violante; PANCIEIRA, Letícia Menezes. **A Modelagem Matemática no Ensino de Matrizes e Sistemas Lineares**. In: 12º Jornada Nacional de Educação, 2006, Santa Maria. Anais da 12a Jornada Nacional de Educação, 2006. p. 1-9

FRANCO, Maria Amélia do Rosário Santoro. Prática pedagógica e docência: um olhar a partir da epistemologia do conceito. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 97, n. 247, p. 534-551, 2016.

FRANGO, Edyenis Rodrigues; JUNIOR, Marco Aurélio Kistemann. **As contribuições de um curso de Modelagem Matemática para a formação e atuação de professores que ensinam Matemática**. Educação Matemática Debate, v. 4, p. 1-25, 2020.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro, Editora Paz e Terra, 2015.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. Rio de Janeiro, Editora Paz e Terra, 2016.

JACOBINI, Otávio Roberto. **A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004.

KOVALSKI, Lenilton et al. **Modelagem matemática: articulações entre a prática e propostas curriculares oficiais**. 2016.

MALHEIROS, Ana Paula. **Contribuições de Paulo Freire para uma compreensão do trabalho com a Modelagem na Formação Inicial de Professores de Matemática**. Boletim Gepem, n. 64, p. 46-56, 2014.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Técnicas de pesquisa**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

MEYER, João Frederico da Costa; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em educação matemática**. 4. ed. Autêntica, 2021.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. 1. ed. Ijuí: Unijuí. 2007.

OENNING, Lucineia; DOS SANTOS, Elisângela Aparecida; RODRIGUES, Márcio Urel. **Perspectivas da modelagem matemática nos cursos de licenciatura em matemática no Brasil**. Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, v. 5, n. 1, 2022.

OLIVEIRA, Wellington Piveta. **Prática de modelagem matemática (na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões).** Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, v. 98, p. 503-521, 2017.

OLIVEIRA, Wellington Piveta; KATO, Lilian Akemi. **A Modelagem Matemática no contexto do estágio supervisionado segundo as compreensões de futuros professores.** Ciência & Educação (Bauru), v. 25, p. 725-743, 2019.

OLIVEIRA, Wellington Piveta; KATO, Lilian Akemi. **Modelagem matemática no estágio pedagógico.** Revista Eletrônica de Educação Matemática, p. 1-24, 2022.

OLIVEIRA, W. P; KLÜBER, T E. **Metapesquisa em modelagem matemática na educação matemática: análise de artigos sobre a formação inicial de professores** Metasearch in mathematical modeling in mathematics education: analysis of articles on the initial teacher training. Revista Educação Online, p. 144-165, 2015.

OMODEI, Letícia Barcaro Celeste; DE ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. **Formação do professor em modelagem matemática: da aprendizagem para o ensino.** Revista Eletrônica de Educação Matemática, p. 1-24, 2022.

PEREIRA, Ana Lúcia; JOLANDEK, Emilly Gonzales; MENDES, Luiz Otávio Rodrigues. **Modelagem Matemática: Concepções de licenciandos em formação inicial.** Com a Palavra, o Professor, [S. l.], v. 4, n. 8, p. 1–15, 2019.

SETTI, Elenice Josefa Kolancko; WAIDEMAN, Adriele Carolini; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Percursos da Elaboração de um Problema no Contexto de uma Atividade de Modelagem Matemática.** Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 35, p. 959-980, 2021.

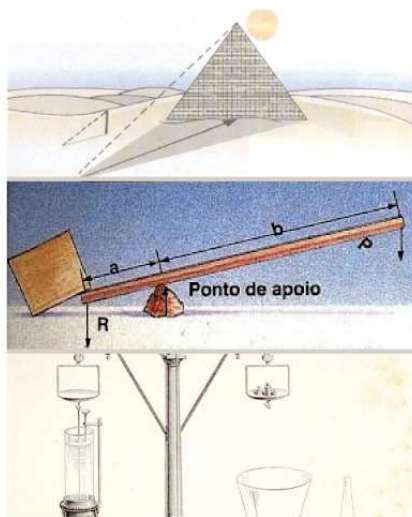
SILVA, Vantielen da Silva; BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos: um caminho para ressignificação do ensino de Matemática.** Práxis Educativa, v. 15, 2020.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG. Rio Grande - RS, **Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Licenciatura em Matemática.** Aprovado em 15 fev. 2023.

YIN, Robert K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim.** Porto Alegre, Penso Editora, 2016.

ANEXOS

ANEXO 1 - Apresentação: conceitos e etapas da Modelagem Matemática.



SURGIMENTO

A Modelagem Matemática existiu praticamente desde sempre, surgindo pela necessidade do homem de resolver situações problemas do cotidiano. Ao longo de toda a história da humanidade e da matemática é possível encontrar diversos exemplos de Modelagem Matemática.

Tales de Mileto (639-568 a.C)
Utilizava a semelhança de triângulos para calcular a altura das pirâmides.

Arquimedes (287-212 a.C)
O princípio da Alavanca

Arquimedes (287-212 a.C)
O princípio da Balança

MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL

- Na década de 1960, iniciam os primeiros debates sobre o assunto, com o surgimento do movimento "utilitarista";
- Segundo Biembengut (2009), o uso da Modelagem Matemática iniciou-se nos campos das Engenharias e Ciências Econômicas;
- Os primeiros trabalhos sobre o tema foram publicados em 1976 na PUC-RJ sobre *Modelos Matemáticos*, sob orientação de Aristides C. Barreto.



MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL

- Na educação brasileira, a Modelagem Matemática teve início com os cursos de especialização para professores, em 1983.(BASSANEZI, 2002);
- Os primeiros trabalhos enfocando a Modelagem como uma alternativa para o ensino de Matemática só começaram a ser elaborados sob forma de dissertações e artigos a partir de 1987;
- Em 1982, é organizado um curso de pós-graduação na Universidade Estadual de Guarapuava - PR, tendo Bassanezi como coordenador.



MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL

(1) Rodney C. Bassanezi

Um dos maiores disseminadores do assunto, ministrou cursos de formação continuada e de pós-graduação de Modelagem que coordenou em diversas instituições de quase todos os estados brasileiros (BIEMBENGUT, 2009).



(2) Aristides C. Barreto

Pelo que temos registro, foi o primeiro a realizar experiências de Modelagem na educação brasileira e, ainda, a representar o Brasil em congressos internacionais (BIEMBENGUT, 2009).

CONCENTRAÇÃO DE PUBLICAÇÕES HOJE NO BRASIL

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA (2014 A 2022)

- CAPES - 43 ARTIGOS
- SCIELO - 3 ARTIGOS

ETAPA DE EXCLUSÃO (FORA DO TEMA DA PESQUISA)

- 11 ARTIGOS PARA ESTUDO





Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade (BASSANEZI, 2002).

A Modelagem Matemática é bastante ampla sendo empregada em diversos campos de estudo, tais como física, química, biologia, economia e engenharias.

CONCEITOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

BURAK	"conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões".
BASSANEZI	"consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual".
BIEMBENGUT	"processo que envolve a obtenção de um modelo".
BARBOSA	"Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade".

FOCOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Modelagem Matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem:

O objetivo principal não se chegar a um modelo perfeito, mas seguir etapas onde o conteúdo matemático vai sendo, no decorrer do processo, sistematizado e aplicado.

Modelagem Matemática para compreensão do uso em sua atuação:

O objetivo é encontrar um modelo preciso para a situação problema encontrada, onde o foco, visa o lado científico e pouco o educacional.



DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Burak (1992), o processo de desenvolvimento da Modelagem Matemática envolve cinco etapas.

- Escolha do tema;
- Pesquisa exploratória;
- Levantamento de problemas;
- Resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema;
- Análise crítica das soluções.



QUAL O PAPEL DO PROFESSOR NA MODELAGEM MATEMÁTICA?

Na Modelagem Matemática, o professor desempenha um papel fundamental como facilitador do processo de aprendizagem. Ele atua como mediador e orientador, estimulando a criatividade dos alunos, fornecendo recursos e feedback, e valorizando o processo de modelagem.





A interdisciplinaridade da Modelagem Matemática



Um dos aspectos mais interessantes da Modelagem Matemática é sua natureza interdisciplinar. Ela envolve a colaboração entre especialistas de diferentes áreas, como matemáticos, cientistas, engenheiros e pesquisadores de diversas disciplinas.

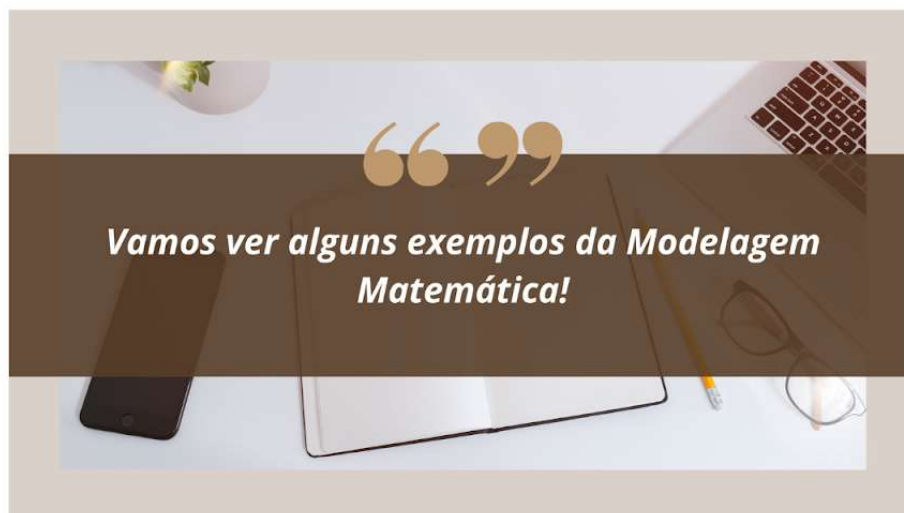


Essa abordagem multidisciplinar é essencial para enfrentar desafios complexos que requerem conhecimentos específicos de diversas áreas do conhecimento.



A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FORMA DE COMUNICAÇÃO

A Modelagem Matemática também é uma ferramenta de comunicação poderosa. Por meio de gráficos, equações e representações visuais, é possível transmitir informações complexas de forma clara e concisa. Isso facilita a comunicação entre especialistas de diferentes áreas e permite que os resultados da modelagem sejam compreendidos e utilizados por um público mais amplo.



VIVÊNCIA DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SITUAÇÕES PROBLEMAS

CONDICIONAMENTO FÍSICO

Carla é uma estudante que pesa 73 quilos. Ela quer perder peso por meio de um programa de dieta e de exercícios. Após consultar a Tabela 1, ela montou o programa de exercícios na Tabela 2. Essa situação proporcionou o levantamento do problema a trabalhar, que é: **Quantas calorias ela vai queimar por dia se seguir esse programa?**

Tabela 1 - Calorias queimadas por hora

Peso	Correr a 5 km/h	Correr a 9 km/h	Andar de bicicleta a 9 km/h	Jogar Futebol
65	261	613	287	431
66	273	651	304	453
73	225	688	321	441
77	237	726	338	468
81	249	764	356	492

Tabela 2 - Horas por dia para cada atividade

	Correr a 5 km/h	Correr a 9 km/h	Andar de bicicleta a 9 km/h	Jogar Futebol
Segunda-feira	1,0	0,0	1,0	0,0
Terça-feira	0,0	0,0	0,0	2,0
Quarta-feira	0,4	0,0	0,0	0,0
Quinta-feira	0,0	0,0	0,5	2,0
Sexta-feira	0,4	0,0	0,0	0,0



$$A_{5 \times 4} \cdot X_{4 \times 1} = \begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,5 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \\ 441 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,5 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \\ 441 \end{pmatrix}$$

CÁLCULOS: A · X

O produto da primeira linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na segunda-feira:

$$1,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 1,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 546$$

O produto da segunda linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na terça-feira:

$$0,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 2,0 \cdot 441 = 882$$

O produto da terceira linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na quarta-feira:

$$0,4 \cdot 225 + 0,5 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 434$$

O produto da quarta linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na quinta-feira:

$$0,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 0,5 \cdot 321 + 2,0 \cdot 441 = 1042,5$$

O produto da quinta linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na sexta-feira:

$$0,4 \cdot 225 + 0,5 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 434$$

Multiplicação de duas matrizes.

$$A_{m \times n} \cdot X_{n \times p} = AX_{m \times p}$$

VIVÊNCIA DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SITUAÇÕES PROBLEMAS

ABELHAS

Uma abelha pode lembrar-se da rota de voo a partir da posição do sol no céu, do odor e da cor das flores. É capaz, também, de retornar à mesma fonte de alimento, no mesmo horário, do dia seguinte.

O pesquisador Von Frisch foi quem descobriu a forma de comunicação das abelhas, ou seja, quando uma abelha encontra uma boa fonte de néctar e pólen, ela retorna para informar às demais a posição e o odor das flores. Ela toma como referência a posição do sol, isto é, o ângulo entre sua própria rota de voo e uma linha horizontal da colmeia, na direção do sol.



VIVÊNCIA DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SITUAÇÕES PROBLEMAS

ABELHAS

Sua forma de comunicação é denominada a "dança do requebrado". Quando as flores estão a menos de 100 metros de distância da colmeia, a dança é circular, de acordo com a Figura 2a. Se o alimento está a mais de 100 metros, a abelha corre para frente por uma pequena distância, retornando ao ponto inicial por um semicírculo, e volta descrevendo um outro semicírculo na direção oposta, dando uma ideia de oito, conforme Figura 2b. Se a dança é feita a 30° à direita da vertical, conforme Figura 2c, significa que o alimento está a 30° à direita do sol.

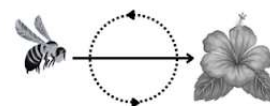


Figura 2a

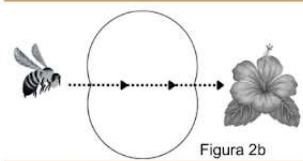


Figura 2b

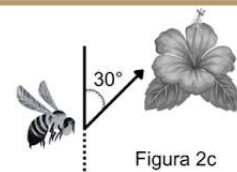
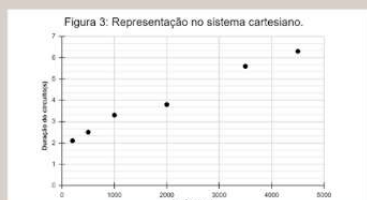


Figura 2c

Distância (m)	200	500	1000	2000	3500	4500
Duração do circuito (s)	2,1	2,5	3,3	3,8	5,6	6,3

Como podemos localizar uma florada a partir da dança da abelha?



CÁLCULOS

$$y = ax + b$$

$$500 = a(2,5) + b$$

$$3500 = a(5,6) + b$$

Resolvendo o sistema linear encontra-se os seguintes valores:
 $a = 967,74$ e $b = -1919,35$. Substituindo na expressão (1) temos a função empírica:

$$y = 967,74x - 1919,35$$

para $x > 2,1$

Por exemplo, se a abelha efetuar 3 voltas ou circuitos/segundos:

$$y = 967,74(3) - 1919,35$$

$$y = 983,87$$

Logo concluímos que, a florada está a cerca de 983,87 metros.

Equação da Reta

$$y = ax + b$$



A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DENTRO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A adoção de uma pedagogia baseada na Modelagem visa romper com a neutralidade e considerar elementos como a subjetividade do aluno, sua identidade, a relação entre a matemática e o mundo real, bem como a evolução do conhecimento matemático ao longo do tempo. Isso implica em uma abordagem mais ampla e inclusiva, que valoriza a diversidade de perspectivas e experiências dos estudantes.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira (2004). **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul.2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, v. 1ª, 2000.

BURAK, Dionsio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992

ANEXO 2 - Exemplos da Modelagem Matemática, adaptados de Ferreira e Pancieira (2006) e Biembengut e Hein (2000).

No exemplo 1, cujo tema é Condicionamento Físico, temos o seguinte: Carla é uma estudante que pesa 73 quilos. Ela quer perder peso por meio de um programa de dieta e de exercícios. Após consultar a Tabela 1, ela montou o programa de exercícios na Tabela 2. Essa situação proporcionou o levantamento do problema a trabalhar, que é: Quantas calorias ela vai queimar por dia se seguir esse programa?

Tabela 1 - Calorias queimadas por hora

Peso	Caminhar a 3 km/h	Correr a 9 km/h	Andar de bicicleta a 9 km/h	Jogar Futebol
65	201	613	287	401
69	213	651	304	420
73	225	688	321	441
77	237	726	338	468
81	249	764	356	492

Tabela 2 - Horas por dia para cada atividade

	Caminhar	Correr	Andar de bicicleta	Jogar Futebol
Segunda-feira	1,0	0,0	1,0	0,0
Terça-feira	0,0	0,0	0,0	2,0
Quarta-feira	0,4	0,5	0,0	0,0
Quinta-feira	0,0	0,0	0,5	2,0
Sexta-feira	0,4	0,5	0,0	0,0

Como resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático, possui-se as informações da estudante Carla, que estão localizadas na Tabela 1, destacadas na terceira linha. Com exceção do peso, as demais informações podem ser representadas por uma matriz $X_{4 \times 1}$ e as da Tabela 2, através de uma matriz $A_{5 \times 4}$.

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,5 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \\ 441 \end{pmatrix}$$

Então, por meio destas informações podemos dizer quantas calorias Carla vai queimar após cada dia de exercício físico, ao calcular $A \cdot X$:

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,5 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \\ 441 \end{pmatrix}$$

O produto da primeira linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na segunda-feira:

$$1,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 1,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 546$$

O produto da segunda linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na terça-feira:

$$0,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 2,0 \cdot 441 = 882$$

O produto da terceira linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na quarta-feira:

$$0,4 \cdot 225 + 0,5 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 434$$

O produto da quarta linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na quinta-feira:

$$0,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 0,5 \cdot 321 + 2,0 \cdot 441 = 1042,5$$

O produto da quinta linha de $A \cdot X$, representa as calorias que ela vai queimar na sexta-feira:

$$0,4 \cdot 225 + 0,5 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 434$$

A matriz A é de ordem 5×4 e a matriz X é de ordem 4×1 e a matriz-produto de $A \cdot X$ é 5×1 . Podemos, então, perceber que a multiplicação de duas matrizes somente é possível se, o número de colunas da primeira, for o mesmo que o número de linhas da segunda.

$$A_{m \times n} \cdot X_{n \times p} = AX_{m \times p}$$

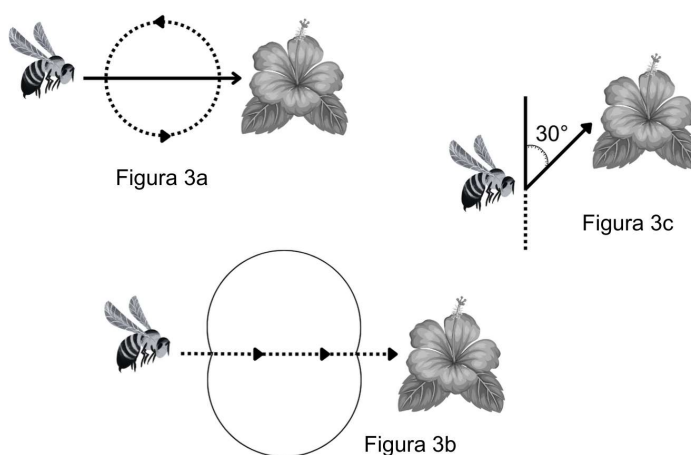
Logo, na etapa da análise crítica da solução, descobre-se que Carla vai queimar 546 calorias na segunda-feira, 882 calorias na terça-feira, 434 calorias na quarta-feira, 1042,5 calorias na quinta-feira e 434 calorias na sexta-feira com este programa de dieta e exercícios. Mas, será que não existe outra forma de resolução desse problema?

No exemplo 2, em que o tema é Abelhas, surge como pesquisa exploratória que uma abelha pode lembrar-se da rota de voo a partir da posição do sol no céu, do odor e da cor das flores. É capaz, também, de retornar à mesma fonte de alimento, no mesmo horário, do dia seguinte.

O pesquisador Von Frisch foi quem descobriu a forma de comunicação das abelhas, ou seja, quando uma abelha encontra uma boa fonte de néctar e pólen, ela retorna para informar às demais a posição e o odor das flores. Ela toma como referência a posição do sol, isto é, o ângulo entre sua própria rota de voo e uma linha horizontal da colmeia, na direção do sol.

Sua forma de comunicação é denominada a “dança do requebrado”. Quando as flores estão a menos de 100 metros de distância da colmeia, a dança é circular, de acordo com a Figura 3a. Se o alimento está a mais de 100 metros, a abelha corre para frente por uma pequena distância, retornando ao ponto inicial por um semicírculo, e volta descrevendo um outro semicírculo na direção oposta, dando uma ideia de oito, conforme Figura 3b. Se a dança é feita a 30° à direita da vertical, conforme Figura 3c, significa que o alimento está a 30° à direita do sol.

Figura 3: Representação da dança das abelhas.



Fonte: adaptado de Biembengut e Hein (2000, p. 98)

Ao dançar na colmeia, outras abelhas podem aprender a posição e o odor das flores, embora não aprendam sua cor e sua forma. O número de vezes por segundo que a abelha perfaz o circuito “dançando” indica a distância da florada em relação a colmeia. Crane (1983) apresenta a duração de cada circuito da dança versus a distância, representadas no Tabela 3 abaixo:

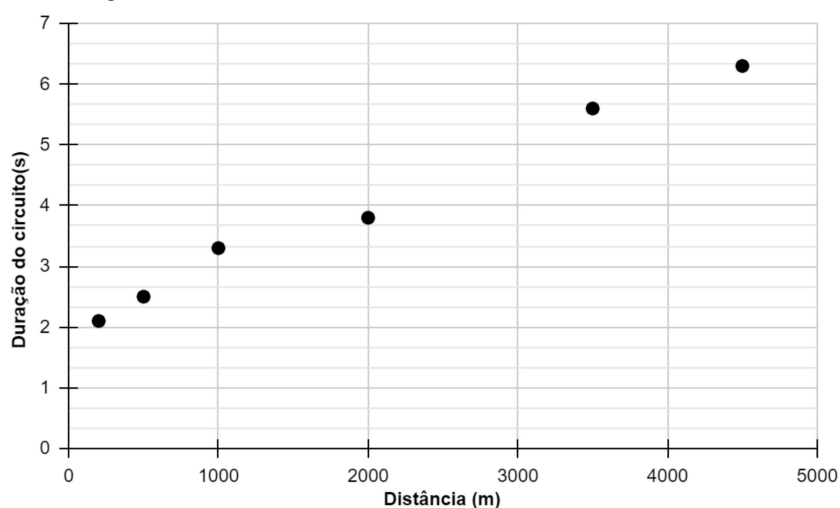
Tabela 3: Circuito da dança X distância

Distância (m)	200	500	1000	2000	3500	4500
Duração do circuito (s)	2,1	2,5	3,3	3,8	5,6	6,3

O exemplo 2, traz como levantamento de problema a pergunta: Como podemos localizar uma florada a partir da dança da abelha?

Sendo assim, surge a resolução do problema e o desenvolvimento do conteúdo matemático, sendo que, para calcular a distância da florada da colmeia, deve-se aproximar os dados da Tabela 3 a uma função de 1º grau. Inicialmente precisa-se representá-los em um sistema cartesiano, conforme a Figura 4 e, posteriormente, encontrar uma equação da reta que melhor se aproxima dos pontos

Figura 4: Representação no sistema cartesiano.



Fonte: adaptado de Biembengut e Hein (2000, p. 98)

Em geral, a distância da florada depende da duração do circuito da dança, ou seja, para saber a distância verifica-se o número de vezes que a abelha faz o circuito por segundo. Embora os dados “aparentemente” descrevem uma curva, vamos escolher dois pontos da Tabela 3, e encontrar a equação da reta que os

contém. Chamando de P_1 o par ordenado $(2,5; 500)$ e P_2 o par ordenado $(5,6; 3500)$. Substituindo-os na expressão abaixo:

$$y = ax + b \quad (1)$$

onde y representa a distância em metros; x , o número de vezes do circuito em segundos; e a e b , os coeficientes angular e linear a serem determinados.

$$500 = a(2,5) + b$$

$$3500 = a(5,6) + b$$

Resolvendo o sistema linear encontra-se os seguintes valores: $a = 967,74$ e $b = -1919,35$. Substituindo na expressão (1) temos a função empírica:

$$y = 967,74x - 1919,35$$

para $x > 2,1$

A expressão dada permite saber a distância aproximada da florada a partir do número de vezes que a abelha faz o circuito em sua “dança do requebrado” por unidade de tempo. Por exemplo, se a abelha efetuar 3 voltas ou circuitos/segundos:

$$y = 967,74(3) - 1919,35$$

$$y = 983,87$$

Logo concluímos que, a florada está a cerca de 983,87 metros. Um fato a destacar em ambos os exemplos é que os estudantes devem sempre se questionar quanto a forma de resolução de um problema, se ela é única ou se existem outros modos de resolver.

ANEXO 3 - Folha registro de atividade - Etapas da Modelagem Matemática.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF
Curso de Licenciatura em Matemática
Trabalho de Conclusão de Curso

IMEF

FOLHA REGISTRO DE ATIVIDADE

IDENTIFICAÇÃO	

TEMA ESCOLHIDO	

ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	
Escolha do Tema	
Pesquisa Exploratória	
Levantamento de problemas	
Resolução de problemas	
Análise crítica	

ANEXO 4 - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA – IMEF
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do estudo: Percepções de professores em formação inicial sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica.

Pesquisador responsável: Prof. Dra. Liliane Silva de Antiqueira

Instituição/Departamento: Universidade Federal do Rio Grande – FURG / Instituto de Matemática, Estatística e Física – IMEF.

Telefone e endereço postal completo: (53) 3293 5411. Av. Itália, Km 8, sn, Rio Grande - RS.

Local da coleta de dados: Laboratório de Ensino de Matemática e Física - LEMAFI/FURG.

Eu Liliane Silva de Antiqueira, responsável pela pesquisa Percepções de professores em formação inicial sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica, o convidamos a participar como voluntário deste nosso estudo.

Esta pesquisa pretende compreender a percepção de professores em formação inicial sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica no processo de ensinar e aprender Matemática. Assim, diante da importância da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica, torna-se essencial explorá-la na formação inicial de professores de Matemática e na preparação dos futuros docentes para o uso dessa estratégia pedagógica em sala de aula. Compreender a percepção desses professores em formação inicial sobre a Modelagem Matemática, suas visões, concepções e desafios, pode fornecer *insights* valiosos para aprimorar a formação docente e promover uma prática pedagógica mais eficaz no ensino da Matemática.

Para sua realização será feito o seguinte: Um estudo bibliográfico, a elaboração e o desenvolvimento de uma proposta formativa envolvendo a Modelagem Matemática, a aplicação de um questionário de pesquisa aos participantes e a análise das informações produzidas. Sua cooperação consistirá na participação da proposta formativa e em responder o questionário de pesquisa.

Os riscos da pesquisa são mínimos, e se relacionam a possíveis desconfortos, sendo eles: não se sentirem à vontade para escrever ou falar sobre determinado assunto, e que poderão sentir nos diferentes momentos da pesquisa. Os benefícios que esperamos como estudo são produzir conhecimentos e divulgar para os participantes e sociedade em geral, a contribuição sobre a importância da Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem da disciplina, bem como para o aprimoramento da formação docente. Com isso, inspirar os professores em formação inicial a explorar a Modelagem Matemática como uma metodologia eficaz e inovadora para o ensino dessa disciplina. Além disso, os participantes serão convidados a assistirem a defesa do Trabalho de Conclusão.

Durante todo o período da pesquisa você terá a possibilidade de tirar qualquer dúvida ou pedir qualquer outro esclarecimento. Para isso, entre em contato com algum dos pesquisadores ou com o Comitê de Ética em Pesquisa.

Você tem garantida a possibilidade de não aceitar participar ou de retirar sua permissão a qualquer momento, sem nenhum tipo de prejuízo pela sua decisão.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e poderão ser divulgadas, apenas, em eventos ou publicações, sem a identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre sua participação. Também serão utilizadas imagens.

Os gastos necessários para a sua participação na pesquisa serão assumidos pela pesquisadora. Fica, também, garantida a indenização em casos de danos comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa. Importa destacar também que não haverá compensação financeira por sua participação.

Destaca-se que é direito do participante não responder qualquer questão sem necessidade de explicação ou justificativa para tal. Diante disso, que cabe ao pesquisador:

- Garantir que sempre serão respeitados os valores culturais, sociais, morais, religiosos e éticos, bem como os hábitos e costumes quando as pesquisas envolverem comunidades.

- Assegurar a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem e a não estigmatização, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades, inclusive em termos de autoestima, de prestígio e/ou econômico - financeiro.

- Garantir a não violação e a integridade dos documentos (danos físicos, cópias, rasuras).

- Minimizar desconfortos, garantindo local reservado e liberdade para não responder questões constrangedoras.

Diante do exposto, importa destacar que: "os pesquisadores garantem assistência imediata, integral e gratuita aos participantes".

É importante destacar que:

- É garantido ao participante o ressarcimento de despesas decorrentes da participação na pesquisa, quando houver. (Resolução CNS nº 466/2012, item IV.3, subitem g; Resolução CNS nº 510/2016, Art. 9, item VII; Resolução CNS nº 510/2016, Art. 17, item VII)
- O participante poderá solicitar o acesso ao registro do consentimento sempre que desejar, solicitando-o por e-mail. (Resolução CNS nº 510/2016, item 17, subitem X, parágrafo 2).

Caso seja de seu interesse, o termo poderá ser solicitado sempre que desejar, basta solicitar pelo e-mail: lilianeantiqueira@furg.br

Autorização

Eu, **[nome completo do participante]**, após a leitura ou a escuta da leitura deste documento e ter tido a oportunidade de conversar com o pesquisador responsável, para esclarecer todas as minhas dúvidas, estou suficientemente informado, ficando claro para que minha participação é voluntária e que posso retirar este consentimento a qualquer momento sem penalidades ou perda de qualquer benefício. Estou ciente também dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos aos quais serei submetido, dos possíveis danos ou riscos deles provenientes e da garantia de confidencialidade. Diante do exposto e de espontânea vontade, expresso minha concordância em participar deste estudo e assino este termo em duas vias, uma das quais foi-me entregue.

Assinatura do participante

Liliane Silva de Antikeira - Pesquisadora responsável

Local e data: _____

CEP – FURG – Endereço: Avenida Itália Km. 8 s/n, prédio das Pró-Reitorias segundo andar – Propesp. Telefone: (53) 3237 3013, e-mail: cep@furg.br

O Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos da Universidade Federal do Rio Grande (CEP-FURG) tem por finalidade defender os interesses dos participantes de pesquisa em sua integridade e dignidade, contribuindo para o desenvolvimento de pesquisas dentro dos padrões éticos consensualmente aceitos e legalmente preconizados, baseando-se nos princípios universalmente aceitos de autonomia, beneficência, não maleficência, justiça e equidade. Disponível em: <https://propesp.furg.br/pt/comites/cep-furg>.