

Maurício Fanguero Pereira

O Jogo de Xadrez: uma alternativa para ensinar Matemática

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Março, 2022

Maurício Fangueiro Pereira

O Jogo de Xadrez: uma alternativa para ensinar Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso submetido por Maurício Fangueiro Pereira como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado, pelo Curso de Matemática Licenciatura junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Universidade Federal do Rio Grande - FURG
Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF
Curso de Matemática Licenciatura

Orientador: Profa. Dra. Cinthya Maria Schneider Meneghetti

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil
Março, 2022

Maurício Fangueiro Pereira

O Jogo de Xadrez: uma alternativa para ensinar Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso submetido por Maurício Fangueiro Pereira como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado, pelo Curso de Matemática Licenciatura junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Trabalho aprovado (a ata de defesa assinada está anexada no final do arquivo).

**Profa. Dra. Cinthya Maria Schneider
Meneghetti**
(Orientadora - FURG)

Prof. Dr. Rodrigo Barbosa Soares
(FURG)

Profa. Dra. Luciele Rodrigues Nunes
(FURG)

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil
Março, 2022

Agradecimentos

Primeiramente, queria agradecer a Deus por ter me dado fé e coragem para permanecer até o fim e vencer as dificuldades ao longo da caminhada, onde me permitiu que tudo isso acontecesse, não somente nesses anos como universitário, mas em todos os momentos ao longo da minha vida.

À Universidade Federal do Rio Grande, seu corpo docente e direção pela amizade, respeito e conhecimentos transmitidos.

À minha orientadora Dra. Cinthya Meneghetti, pelo empenho dedicado na elaboração deste trabalho, e também não somente por ter me ensinado, mas por ter me feito aprender.

Agradeço a minha família, pai, mãe, irmãos e primos pela paciência, apoio e suporte em todos os momentos, pois com este apoio tudo se torna mais fácil.

A todos os colegas que acreditaram em mim e nas horas difíceis demonstraram apoio e carinho, contribuindo para eu chegar em mais uma etapa da minha formação.

A todos que fizeram parte de tudo isto, o meu muito obrigado.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Bispo e seus possíveis movimentos	13
Figura 2 – Dama e seus possíveis movimentos	13
Figura 3 – A jogada Roque	14
Figura 4 – Peão e seus possíveis movimentos	14
Figura 5 – Tabuleiro do Jogo de Xadrez	23
Figura 6 – Possíveis movimentos do Rei	24
Figura 7 – Possíveis movimentos da Dama	24
Figura 8 – Possíveis movimentos da Torre	25
Figura 9 – Possíveis movimentos do Bispo	26
Figura 10 – Possíveis movimentos do Cavalo	26
Figura 11 – Possíveis movimentos do Peão	27
Figura 12 – Movimento possível do cavalo	28
Figura 13 – Solução do Exercício- Letra a)	28
Figura 14 – Solução do Desafio - Letra b)	29
Figura 15 – Solução do Desafio, letra c).	29
Figura 16 – Solução da primeira parte do tabuleiro	32
Figura 17 – Solução da segunda parte do tabuleiro	33
Figura 18 – Solução da terceira parte do tabuleiro	34
Figura 19 – Solução do tabuleiro - Geogebra	35
Figura 20 – Solução da quarta parte do tabuleiro	35
Figura 21 – Cavalo na casa (D,3)	36
Figura 22 – Cavalo na casa (D,3)	38
Figura 23 – Tabuleiro de Xadrez	41
Figura 24 – Exemplo 1	42
Figura 25 – Solução do Exemplo, letra b)	43
Figura 26 – Solução do Exemplo, letra c)	44
Figura 27 – Ângulo α	45
Figura 28 – Solução do Exemplo, letra d)	45
Figura 29 – Solução do Exemplo, letra e)	46
Figura 30 – Teste 1	48
Figura 31 – Solução do Exercício, letra b)	48
Figura 32 – Solução do Desafio. letra c)	49
Figura 33 – Solução do Exercício, letra d)	49
Figura 34 – Teste 2	51
Figura 35 – Solução do Exercício, letra b)	51
Figura 36 – Solução do Exercício, letra d)	52

Figura 37 – Teste 3	53
Figura 38 – Solução do Exercício, letra b)	53
Figura 39 – Solução do Exercício, letra c)	54
Figura 40 – Solução do Exercício, letra d)	54
Figura 41 – Exemplo	56
Figura 42 – Solução do Exemplo, letra b)	57
Figura 43 – Solução do Exemplo, letra c)	58
Figura 44 – Solução do Exemplo, letra d)	59
Figura 45 – Solução do Exemplo, letra d)	59
Figura 46 – Solução do Exemplo, letra d)	60
Figura 47 – Teste 1	62
Figura 48 – Solução do Exercício, letra b)	63
Figura 49 – Solução do Exercício, letra c)	64
Figura 50 – Solução do Exercício, letra d)	64
Figura 51 – Solução do Exercício, letra d)	65
Figura 52 – Solução do Exercício, letra d)	65
Figura 53 – Teste 2	67
Figura 54 – Solução do Exercício, letra b)	67
Figura 55 – Solução do Exercício, letra c)	68
Figura 56 – Solução do Exercício, letra d)	69
Figura 57 – Solução do Exercício, letra d)	69
Figura 58 – Solução do Exercício, letra d)	70
Figura 59 – Teste 3	71
Figura 60 – Solução do Exercício, letra b)	72
Figura 61 – Solução do Exercício, letra c)	73
Figura 62 – Solução do Exercício, letra d)	74
Figura 63 – Solução do Exercício, letra d)	74
Figura 64 – Solução do Exercício, letra d)	75

Resumo

Este Trabalho de Conclusão do Curso de Matemática Licenciatura visa responder a seguinte questão: o Jogo de Xadrez pode ser uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática no Ensino Fundamental? Desta maneira, o objetivo do trabalho é propor três atividades correlacionadas ao jogo que trabalhem os conteúdos de Coordenadas no Plano, Geometria Plana e Trigonometria, para os alunos do sexto e nono ano do Ensino Fundamental. Esperamos que essa proposta possa desenvolver o raciocínio lógico dos alunos e também contribuir para o seu desenvolvimento cognitivo geral.

Palavras-chaves: Jogo de Xadrez; Ensino de Matemática; Desenvolvimento Cognitivo.

Sumário

	Lista de ilustrações	4
	Introdução	9
1	OBJETIVOS	11
1.1	Objetivo Geral	11
1.2	Objetivos Específicos	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	A origem do xadrez	12
2.2	O xadrez nos documentos educacionais	14
2.3	O xadrez e o aspecto cognitivo	16
2.4	O xadrez pedagógico	16
2.5	O Jogo de Xadrez e a matemática	17
3	METODOLOGIA	19
4	ATIVIDADES PROPOSTAS	21
4.1	Atividade 1	21
4.1.1	Objetivos	21
4.1.1.1	Objetivos Específicos	21
4.1.2	Público Alvo	21
4.1.3	Local de Realização	21
4.1.4	Tempo Estimado	22
4.1.5	Material necessário	22
4.1.6	Pré-requisitos	22
4.1.7	Forma de avaliação	22
4.1.8	Competências/Habilidades segundo a BNCC	22
4.1.9	Dicas para o professor	22
4.1.10	Desenvolvimento da atividade	23
4.2	Atividade 2	30
4.2.1	Objetivos	30
4.2.1.1	Objetivos Específicos	30
4.2.2	Público Alvo	30
4.2.3	Local de Realização	30
4.2.4	Tempo Estimado	30
4.2.5	Material necessário	30

4.2.6	Pré-requisitos	30
4.2.7	Forma de avaliação	31
4.2.8	Competências/Habilidades conforme a BNCC	31
4.2.9	Dicas para o professor	31
4.2.10	Desenvolvimento da Atividade	31
4.3	Atividade 3	39
4.3.1	Objetivos	39
4.3.1.1	Objetivos Específicos	39
4.3.2	Público Alvo	39
4.3.3	Local de Realização	39
4.3.4	Tempo Estimado	39
4.3.5	Material necessário	39
4.3.6	Pré-requisitos	39
4.3.7	Forma de avaliação	40
4.3.8	Competências/Habilidades segundo a BNCC	40
4.3.9	Dicas para o professor	40
4.3.10	Desenvolvimento da Atividade	40
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICES	79
	APÊNDICE A – MATERIAL DO ALUNO	80

Introdução

Os alunos do Ensino Fundamental podem despertar e desenvolver diferentes habilidades de uma forma divertida e alegre com o auxílio de atividades extracurriculares. O jogo é um mecanismo que proporciona a construção de aprendizado e de experiências que podem influenciar de forma positiva os processos de aprendizagem alterando o pensar, agir e interagir do estudante.

Segundo Vygotsky (1998), “embora no jogo de xadrez não haja uma substituição direta nas relações da vida real, ela é sem dúvida um tipo de situação imaginária importante na resolução de conflitos e na solução de problemas”. Conforme o autor, através da aprendizagem do xadrez os alunos organizam habilidades, estratégias e conhecimentos socialmente disponíveis, podendo contribuir para autoestima, autonomia e outros.

Sendo assim, este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) consiste em apontar algumas contribuições do Jogo de Xadrez no desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas correlacionados com a disciplina de Matemática. O objetivo do trabalho é apresentar atividades que ilustram como o Jogo de Xadrez pode ser uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática no Ensino Fundamental.

A escolha de trabalhar com o Jogo de Xadrez e não com outros jogos de tabuleiros, como por exemplo o Jogo de Dama, foi devido ao fato de o tabuleiro possuir a ordenação de linhas e colunas, permitindo assim que as atividades que fossem elaboradas para trabalhar com os conteúdos de matemática relacionados ao Plano Cartesiano. O outro motivo da escolha foi o fato que algumas peças podem se mover mais de uma casa no Jogo de Xadrez, com movimentos distintos e percorrendo diferentes distâncias. No Jogo de Dama, por exemplo, as peças só se mexem uma casa de cada vez e todas elas fazem o mesmo movimento no tabuleiro.

Desta maneira, como esta pesquisa é de caráter exploratório, foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre a temática envolvida. Mais especificamente, ela foi baseada em alguns autores que abordam o tema proposto, onde os mesmos investigam as contribuições do jogo no processo de ensino aprendizagem e abordam o uso do jogo como uma alternativa pedagógica para o ensino de matemática no Ensino Fundamental, como por exemplo, os autores Oliveira e Castilho (2006) e Penteado, Coqueiro e Hermann (2011).

Sendo assim, devido ao cenário de pandemia do COVID-19 foram organizadas três atividades relacionadas ao Jogo de Xadrez para serem trabalhadas de forma remota no sexto e nono ano do Ensino Fundamental, onde se possam estudar os conteúdos de Coordenadas no Plano, Geometria Plana e Trigonometria. A escolha do sexto e nono ano foi devido aos conteúdos abordados nas atividades, pois usualmente são estudados nessas

turmas.

Primeiramente foi elaborada uma atividade com movimento do cavalo e do bispo, que são duas peças do Jogo de Xadrez, para possibilitar a compreensão de par ordenado e localização de pontos no plano utilizando o tabuleiro. Já na segunda atividade, trabalhou-se os conceitos de: ponto, reta, segmento de reta, intersecção de retas, retas paralelas e perpendiculares, construções de triângulos retângulos, perímetro e área através do movimento do cavalo, sendo essas duas atividades para o sexto ano. Na terceira atividade, trabalhou-se com as jogadas de xeque-mate os conceitos de: distância entre dois pontos, seno, cosseno e tangente, perímetro e área, sendo essa atividade específica para o nono ano. São explicados os movimentos das peças necessários para realizar os todos os exercícios. O estudo aprofundado do Jogo de Xadrez não é o foco desse trabalho e pode ser realizado como atividade extracurricular.

Esperamos que essas atividades possam fazer com que os alunos sejam capazes de apontar as contribuições do Jogo de Xadrez no desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas correlacionados com a disciplina de Matemática e também em outras disciplinas, focando no saber olhar e compreender a realidade que se apresenta a partir de uma brincadeira. Nesse trabalho estão descritos os objetivos geral e específicos da proposta, uma breve revisão bibliográfica sobre o tema, a metodologia que pretendemos usar ao longo do trabalho, as atividades propostas com as suas resoluções, as considerações finais e, ao final do texto, as atividades em uma versão para impressão e aplicação com os estudantes.

1 Objetivos

Este trabalho visa responder a seguinte questão: o Jogo de Xadrez pode ser uma alternativa pedagógica para o ensino de matemática no Ensino Fundamental? A fim de construir atividades que utilizem o jogo como ferramenta didática para o ensino de matemática, nesse capítulo descrevemos o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho.

1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa é propor atividades sobre os conteúdos de Coordenadas no Plano, Geometria Plana e Trigonometria, através dos movimentos das peças do Jogo de Xadrez.

1.2 Objetivos Específicos

Mais precisamente, os objetivos específicos do trabalho são:

- estimular o raciocínio lógico dos alunos;
- verificar se o Jogo de Xadrez pode ser uma alternativa pedagógica de ensino de Matemática;
- associar o tabuleiro do jogo com o Plano Cartesiano;
- associar o movimento das peças do jogo com as coordenadas no Plano Cartesiano;
- compreender o tabuleiro e a movimentação das peças associando com conceitos da Geometria Plana como perímetro, área e propriedades dos triângulos;
- determinar, através dos movimentos das peças, qual ângulo que a peça faz em relação ao eixo horizontal;
- calcular os valores de seno, cosseno e tangente de ângulos em um triângulo retângulo.

2 Revisão Bibliográfica

Para melhor compreender como o Jogo de Xadrez surgiu e sua utilização por alguns autores na atualidade, esse capítulo foi dividido em quatro seções: a primeira sobre a origem do xadrez, após apresentamos de forma breve como o xadrez aparece nos documentos educacionais, seu aspecto cognitivo e o xadrez pedagógico e, por fim, o xadrez como prática pedagógica seguindo a ideia de Oliveira (2019).

2.1 A origem do xadrez

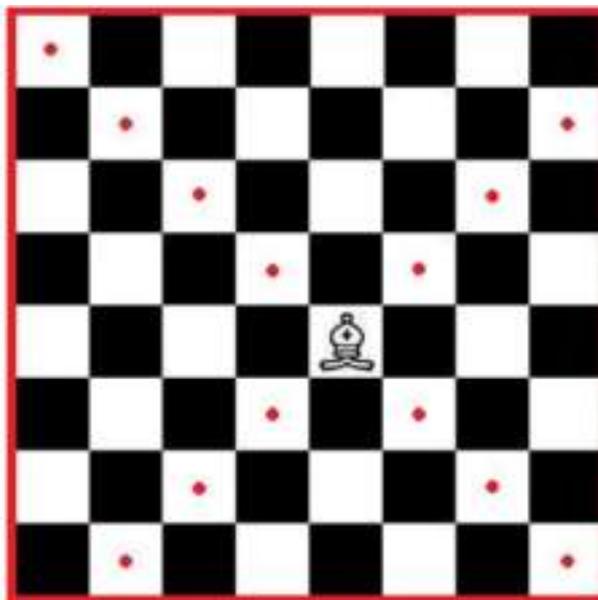
De acordo com Virtuoso (2021), a origem do xadrez é o maior mistério existente no mundo, infelizmente os historiadores não chegam a um denominador comum. Segundo Oliveira (2019) o xadrez é um jogo antigo e suas principais características são descritas a seguir.

O xadrez é um dos jogos mais antigos da humanidade; ao longo do tempo, manteve a sua estrutura básica de jogo com algumas variações: tabuleiro quadriculado, peças de hierarquia com movimentos distintos, materiais em igualdade, captura de peças por substituição; um dos objetivos é capturar a principal peça do adversário. Não se sabe ao certo a origem do xadrez; são várias as referências desse jogo milenar. A evidência mais antiga vem do século VII, ao norte da Índia; o jogo era conhecido como Chaturanga, e poderia ser jogado com até quatro oponentes; os exércitos se enfrentavam no tabuleiro, que era composto por quatro grupos de oito peças: Rei (Rajá), Elefante, Cavalo e Barco (ou carruagem), além da infantaria. No Brasil o jogo existe desde 1808, quando D. João VI ofereceu à Biblioteca Nacional, no Rio de Janeiro; atualmente é um jogo praticado no Brasil, inclusive nas escolas (OLIVEIRA, 2019, p.1).

No século XII começaram a ocorrer as primeiras mudanças, mas foi em 1475 que as regras foram aplicadas. Não se sabe exatamente a origem dessas alterações se foi na Itália ou na Espanha, mas os movimentos conhecidos na atualidade foram todos reajustados nessa época e difundidos rapidamente pela Europa.

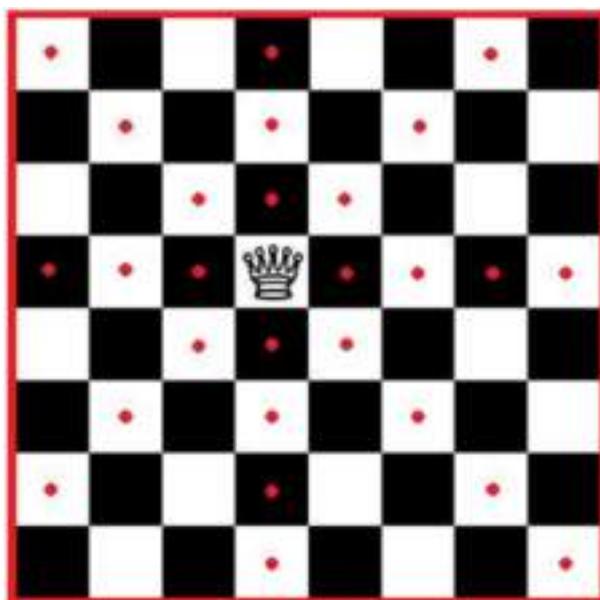
As principais diferenças entre o jogo atual e seu antecessor são: o Bispo (Elefante) que no surgimento do xadrez só se movimentava apenas por duas casas diagonais a cada jogada. Hoje, ele se movimenta por mais de duas casas diagonais a cada jogada, conforme a Figura 1. A Rainha (Dama), a peça mais poderosa do jogo, se limitava antigamente a se movimentar à apenas uma casa diagonal e hoje ela faz o movimento de quase todas as peças do xadrez, mas o único movimento que ela não faz é o do Cavalo, conforme a Figura 2.

Figura 1 – Bispo e seus possíveis movimentos



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

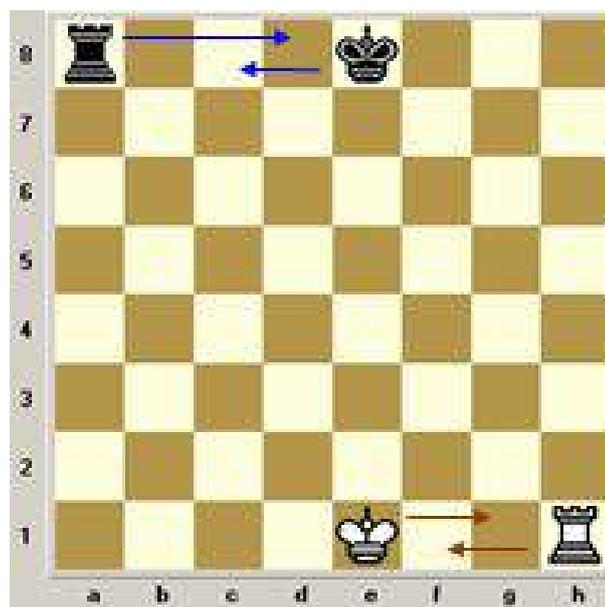
Figura 2 – Dama e seus possíveis movimentos



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

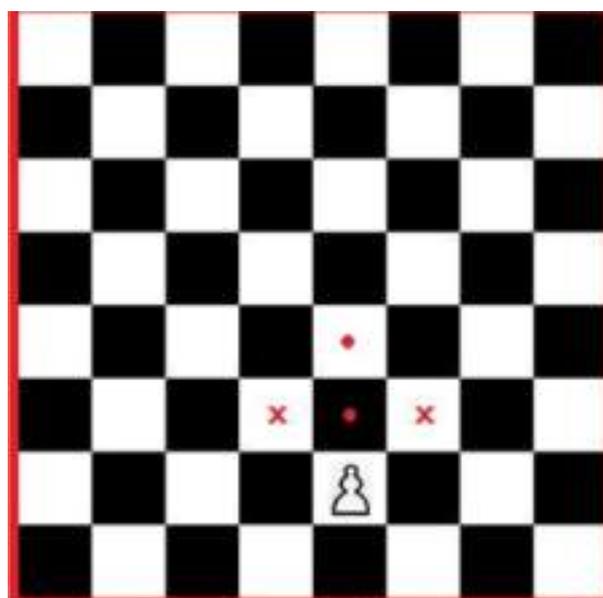
Naquela época não existia o Roque (que é uma jogada que se faz movimentando o Rei e a Torre), onde o Rei andar­á duas casas e a Torre passara para o lado dele, conforme a Figura 3. Os peões, por sua vez, não eram possibilitados de se mover duas casas em sua primeira jogada e hoje em dia eles podem, conforme a Figura 4 (XADREZ, 2021a).

Figura 3 – A jogada Roque



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

Figura 4 – Peão e seus possíveis movimentos



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

2.2 O xadrez nos documentos educacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) recomendam a utilização de jogos como recurso didático nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental. O documento ressalta que esse recurso pode contribuir para um trabalho de formação de atitudes necessárias para aprendizagem matemática, levando o aluno a enfrentar desafios,

lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não for satisfatório.

No que diz a respeito aos jogos de estratégia, o citado documento afirma que o xadrez ajuda a desenvolver o pensamento matemático:

Nos jogos de estratégia (busca de procedimentos para ganhar) parte-se da realização de exemplos práticos (e não da repetição de modelos de procedimentos criados por outros) que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático (BRASIL, 1997, p.47).

Atualmente, a educação básica pública e privada do Brasil é regida pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017). Na BNCC estão dispostas habilidades, as quais espera-se que os estudantes estejam munidos até o fim de cada ciclo letivo, que são os chamados “anos”, os quais o Ensino Fundamental é compreendido entre 1º e 9º ano e o Ensino Médio entre 1º e 3º ano. Ademais, também estão descritas competências que os alunos devem ter até o fim de cada ciclo educacional, os quais são divididas entre a educação infantil, anos iniciais do Ensino Fundamental, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Uma das competências dispostas nesse documento sugere que a matemática seja abordada de forma lúdica, a fim de proporcionar aos alunos a ideia de que a disciplina também é uma ciência humana:

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2017, p.263).

O Jogo de Xadrez não é mencionado diretamente na BNCC, mas ele pode contribuir para desenvolver as seguintes habilidades (BRASIL, 2017, p.293):

- (EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas;
- (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros;
- (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

2.3 O xadrez e o aspecto cognitivo

Segundo Vygotsky (1998), a influência do contexto social é o fator determinante na formação da inteligência e, portanto, no desenvolvimento do sujeito. Por inúmeras vezes o autor cita a importância do brincar, dizendo que o ensino sistemático escolar não é o único responsável pelo desenvolvimento cognitivo. Portanto, ele considera que o jogo é motivador para o desenvolvimento da zona de desenvolvimento proximal, pois brincadeiras e jogos são aprendidos desde os primeiros contatos entre mãe e filho.

Em uma de suas obras mais conhecidas, Vygotsky (1998) afirma:

O brincar cria na criança uma nova forma de desejos. Ensiná-a a desejar, relacionar seus desejos a um “eu” fictício, ao seu papel no jogo e suas regras. Dessa maneira, as maiores aquisições de uma criança são conseguidas no brincar, aquisições que no futuro tornar-se-ão seu nível de ação real e moralidade (VYGOTSKY, 1998, p.114).

E ainda, Huizinga (2004) em sua obra *Homo Ludens*, discursa sobre o tema, valendo-se da ideia de que o jogo é uma atividade intencionalmente “não-séria” e externa à vida habitual do estudante. “É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro de limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras” (HUIZINGA, 2004, p.13). Ou seja, para o autor, a atividade lúdica deve desempenhar papel de aprendizado direcionado, diretamente ligado ao emocional e ao cotidiano do aluno.

2.4 O xadrez pedagógico

A prática do Jogo de Xadrez como ferramenta pedagógica, é de fundamental importância na vida escolar. Mas, vale salientar que antes de trabalhar com o jogo nas escolas, é interessante mostrar que existem três formas de praticar o xadrez.

De acordo com Oliveira (2019),

Existem diferentes formas de praticar o xadrez; a primeira delas é o xadrez lúdico, o qual se associa ao lazer e à diversão. Ele também possui sua importância, pois o ser humano possui a natureza lúdica e a necessidade do descanso físico e mental. A segunda forma de jogar o xadrez é voltada para competições, onde se enfatizam a técnica e o aprimoramento das jogadas; o aluno busca melhorar seu rendimento nos campeonatos; essa segunda forma de jogar chama-se xadrez técnico. A terceira forma, chama-se xadrez pedagógico; é definido como uma manifestação que possibilita aperfeiçoar as habilidades cognitivas do processo ensino-aprendizagem em educação formal e não formal. É necessário que o professor possa focar em oferecer atividades dentro do xadrez visando aprimorar o desempenho escolar do aluno (OLIVEIRA, 2019, p.2).

De acordo com TOTAL (2011), o xadrez pedagógico é uma manifestação da prática do Jogo de Xadrez que possibilita aperfeiçoar as habilidades cognitivas do processo ensino aprendizagem em educação formal e não formal.

Sendo assim, acreditamos que o xadrez pode ser utilizado como alternativa pedagógica para o ensino da matemática, pois ele permite combater as diferenças existentes no contexto escolar, permitindo que seja para todos e não apenas para aqueles que tem facilidades em determinadas disciplinas.

Segundo o professor Charles Moura Netto, em sua entrevista:

O xadrez pedagógico geralmente se desenvolve através de projetos educacionais que além da prática do xadrez, possam intermediar o diálogo entre saberes (matemática, física, português, inglês, história, geografia, artes, química, educação física, etc) da educação. O xadrez pedagógico pode ser introduzido nas disciplinas de todos os níveis de educação (ed. Infantil, ed. fundamental, ensino médio e superior) através de “tema transversal” em consonância com os conteúdos programáticos previstos nas disciplinas. O xadrez pedagógico possibilita também aos 15 indivíduos que o praticam a discussão de valores morais, sociais, cognitivos e posturas individuais e coletivas (TOTAL, 2011).

Com isso, acreditamos que o jogo de xadrez pode ser utilizado como uma ferramenta pedagógica para o ensino da matemática no Ensino Fundamental, desenvolvendo o raciocínio lógico, memória, concentração, planejamento e tomadas de decisões.

2.5 O Jogo de Xadrez e a matemática

A matemática está inevitavelmente presente em quase tudo ao nosso redor. Números que parecem sempre tão simples para alguns não são para outros, assim como o xadrez parece tão simples jogar para alguns e para outros não. Uma questão que pode ser discutida e que certamente nos intriga é: existe realmente uma ligação direta entre o Jogo de Xadrez e a Matemática ou as similaridades entre estas duas artes ficam por conta exclusivamente da lógica envolvida?

Os autores Oliveira e Castilho (2006) afirmam que:

Alguns conteúdos curriculares de matemática têm uma relação estreita com o Xadrez. Uma delas pode ser vista no tabuleiro e o sistema de anotação utilizado numa partida. O eixo y equivale à numeração das filas (oito no total), enquanto o eixo x equivale às colunas, rotuladas de "a" a "h", [...] Outra questão interessante é abstração necessária tanto no xadrez como na matemática (OLIVEIRA; CASTILHO, 2006, p.2).

Segundo Oliveira e Castilho (2006), o Xadrez possibilita mostrar o Plano Cartesiano através do seu tabuleiro e também pode proporcionar o ensino das coordenadas

através do movimento das peças no tabuleiro. Ele também possibilita mostrar noções básicas de Geometria Plana e de Trigonometria, pois a partir dos movimentos das peças alguns triângulos retângulos aparecem.

E ainda, nos livros referentes ao sexto e ao nono ano do projeto Teláris, Dante (2015) fala que os jogos constituem um excelente recurso didático, pois levam os alunos a desempenhar um papel ativo na construção do conhecimento, com isto o jogo de xadrez pode ser uma possibilidade de metodologia de ensino de matemática para a disciplina. No entanto, o autor aborda os conteúdos de coordenadas no plano, geometria plana e trigonometria utilizando situações problemas para captar e despertar o interesse dos alunos.

Conforme Penteado, Coqueiro e Hermann (2011, p.14) o xadrez proporciona que:

A utilização do tabuleiro e das peças, relacionando os com um conteúdo matemático, servem não apenas como exemplo de aplicação para assuntos matemáticos, mas também como um meio para despertar o interesse dos alunos. Percebemos muitos alunos com dificuldades em matemática interessando-se mais pelas atividades e tentando resolver os problemas propostos. Ao decorrer das aulas, muitos alunos passaram a se dedicar mais, obtendo uma melhora significativa de desempenho na disciplina de matemática. Por outro lado, o professor precisa ter cuidado com o preparo das atividades para que as aulas sejam interessantes e motivadoras. Caso contrário, uma atividade diferenciada como as aulas de xadrez podem se tornar cansativas fazendo com que os alunos percam o interesse. Geralmente as aulas de matemática, do ensino regular não possuem muitos recursos didáticos, limitando-se aos cadernos, ao quadro e ao giz. Com isso, o xadrez aparece como um meio para o trabalho docente da matemática no ensino fundamental.

Sendo assim, consideramos usar o Jogo de Xadrez como uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática. Esse trabalho consiste na elaboração de atividades sobre o jogo com a ideia que os alunos primeiramente aprendam a mexer as peças (conhecendo os movimentos básicos), para que depois possam responder as atividades propostas e assim tornar as aulas de matemática mais atrativas.

3 Metodologia

Em virtude do tema escolhido e do caráter exploratório do tema por parte dos estudantes, uma vez que eles necessariamente não possuem familiaridade com o Jogo de Xadrez, foram feitas pesquisas bibliográficas para conhecer mais sobre a origem do jogo e como ele funciona a fim de estabelecer relações com conteúdos de Matemática. Tal processo se deu através de pesquisas em páginas da internet, livros, artigos científicos, ou seja, fontes pertinentes sobre a temática investigada.

Com isto, inicialmente foi realizada uma pesquisa sobre a origem do xadrez e em documentos como a BNCC (BRASIL, 2017) e os PCN (BRASIL, 1997) a fim de analisar se ambos tratam sobre o uso dos jogos para o ensino da matemática. Além disso foi feita uma pesquisa sobre alguns autores que estudam os jogos no processo de ensino-aprendizagem e, por fim, pesquisa de autores que trabalham com o uso do Jogo de Xadrez para o ensino da matemática.

Após investigar questões teóricas acerca do tema, partimos da ideia de que os alunos nunca tiveram contato com o Jogo do Xadrez. Desta forma, antes de realizar as atividades que serão propostas, será necessário uma introdução básica de como mexer as peças do Jogo de Xadrez para facilitar a compreensão das atividades. Complementar essa introdução fica a cargo do professor, de acordo com as características da turma. Na primeira atividade é apresentado o tabuleiro e os movimento das peças. Assim, este TCC consiste em buscar uma proposta que exemplifique como o Jogo de Xadrez pode ser uma alternativa pedagógica para o ensino da Matemática no Ensino Fundamental.

Foram elaboradas três atividades que abordam conteúdos de matemática a partir do Jogo de Xadrez, precisamente os conteúdos de Coordenadas no Plano, Geometria Plana (de posição e perímetro) e Trigonometria no Triângulo Retângulo. Devido ao momento atual que vivemos (pandemia do COVID-19), as atividades serão propostas para serem realizadas de forma remota, mas nada impede que futuramente elas possam ser aplicadas presencialmente (com alguns ajustes que podem ser feitos pelo professor).

Nas atividades propostas não será necessário o uso de tecnologias para sua resolução, mas é necessário que os estudantes possuam noções sobre o jogo em si, que devem ser trabalhadas pelo professor antes de iniciá-las. Por exemplo, é necessário saber como mexer as peças no tabuleiro e também possuir noções sobre a teoria matemática envolvida. As atividades não necessitam ser aplicadas em sequência e tanto podem ser aplicadas de forma individual ou em duplas. Em cada uma delas estará identificado o conteúdo e a etapa/ano para o qual ela é recomendada.

No próximo capítulo serão apresentadas as atividades, bem como sua resolução. As

atividades no formato para impressão (material do aluno) estão disponíveis no Apêndice, no final desse trabalho.

4 Atividades Propostas

O Jogo de Xadrez pode ir muito além da prática de um esporte fascinante, ele pode ajudar no desenvolvimento de competências necessárias para desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Por isso foram elaboradas três atividades correlacionadas com o Jogo de Xadrez, onde podem ser trabalhados os conteúdos de Coordenadas no Plano, Geometria Plana e Trigonometria no Ensino Fundamental. A seguir, estão descritas as atividades e sua resolução.

4.1 Atividade 1

O conteúdo abordado nessa atividade é Coordenadas no Plano.

4.1.1 Objetivos

O objetivo geral da atividade é trabalhar o conteúdo de Coordenadas no Plano através do movimento do cavalo e do bispo no tabuleiro de xadrez.

4.1.1.1 Objetivos Específicos

- Promover a socialização dos estudantes;
- Mostrar os movimentos básicos das peças no tabuleiro de xadrez;
- Retomar conceitos já abordados sobre o conteúdo de Coordenadas no Plano Cartesiano;
- Relacionar as coordenadas no Plano Cartesiano com o tabuleiro de xadrez.

4.1.2 Público Alvo

Estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental.

4.1.3 Local de Realização

A atividade é proposta para ser trabalhada de forma remota.

4.1.4 Tempo Estimado

Para aplicação da atividade são estimadas duas aulas de 50 minutos cada, podendo ser necessário mais tempo para a familiarização da turma com os movimentos das peças do jogo.

4.1.5 Material necessário

Folhas com o roteiro da atividade impressa (material do aluno disponível no Apêndice para impressão), papel, lápis, borracha e régua. O roteiro vai ser todo disponibilizado pelo responsável pela oficina.

4.1.6 Pré-requisitos

- Noções sobre o Jogo de Xadrez;
- Conhecer os conteúdos de Coordenadas no Plano e Plano Cartesiano.

4.1.7 Forma de avaliação

Entregar a atividade resolvida via plataforma, no endereço que será disponibilizado pelo professor.

4.1.8 Competências/Habilidades segundo a BNCC

(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas (BRASIL, 2017, p.293).

(EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros (BRASIL, 2017, p.293).

4.1.9 Dicas para o professor

- Observar se o tabuleiro está posicionado corretamente;
- Não promover a competitividade entre os estudantes;
- Observar que o tabuleiro pode ser visto como uma malha quadriculada, com isto você pode aumentar ou reduzir a escala do tabuleiro.

4.1.10 Desenvolvimento da atividade

Essa atividade foi adaptada de Bueno (2018).

Primeiro momento (10 minutos)

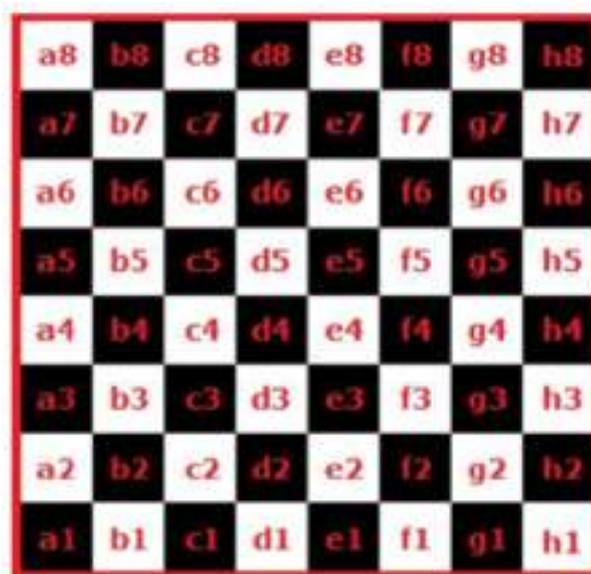
Promover a socialização entre o professor e os estudantes.

Segundo momento (40 minutos)

Vamos começar com uma breve introdução básica do Jogo de Xadrez para facilitar a compreensão do restante da atividade ou simplesmente refrescar a sua memória.

Conforme o site Xadrez (2021b), O tabuleiro do Jogo de Xadrez consiste em 64 espaços quadrados, temos as colunas (fileiras verticais) em sua direção e do seu oponente, que são marcadas de "a" para "h" e depois as linhas (fileiras horizontais) de 1 a 8. Cada um desses quadrados é identificado pela combinação de uma letra da coluna e o número da fileira horizontal. Conforme a Figura 5:

Figura 5 – Tabuleiro do Jogo de Xadrez



Fonte: <https://www.soxadrez.com.br/conteudos/tabuleiro_pecas/>

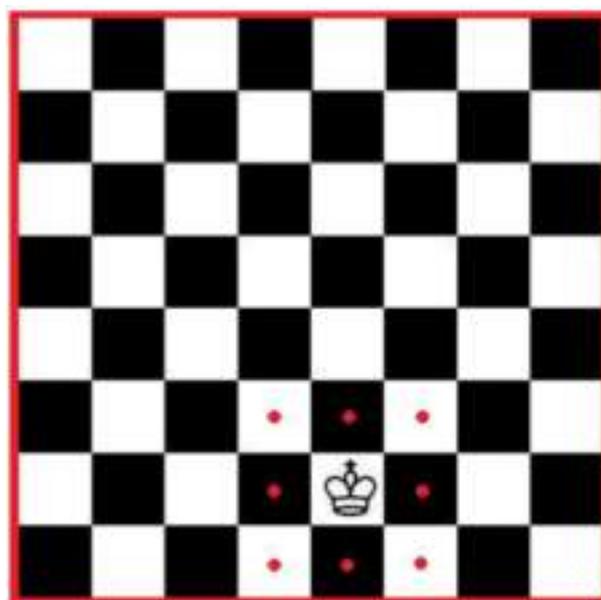
Em matemática, costumamos identificar a posição da peça na forma de par ordenado. Por exemplo, se a peça estiver na posição $b3$, escrevemos $(b, 3)$. A primeira coordenada se refere a coluna e a segunda se refere a linha.

Sendo assim, depois desta breve introdução básica do tabuleiro do Jogo de Xadrez, serão apresentados quais os movimentos que podem ser feitos com cada uma das seis peças do Jogo de Xadrez (XADREZ, 2021a).

O **Rei** pode se mover em todas direções (vertical, horizontal e diagonal) somente uma casa de cada vez, desde que o movimento não seja para uma casa ameaçada pelo

adversário, como indicam os pontos vermelhos na Figura 6:

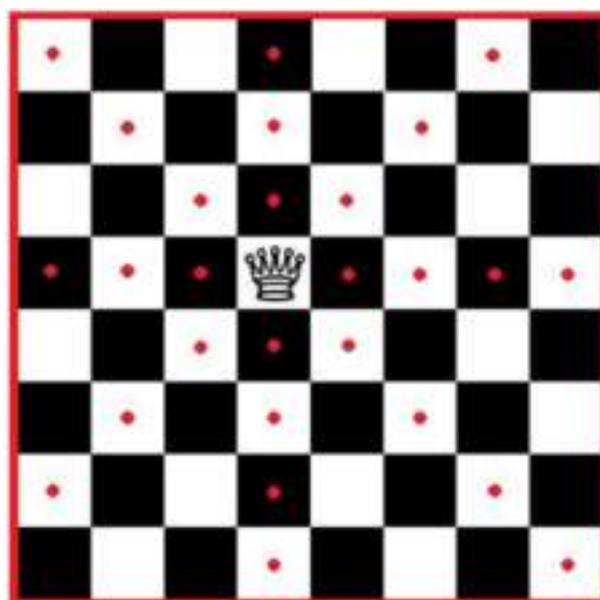
Figura 6 – Possíveis movimentos do Rei



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

A **Dama**, assim como o Rei, pode se mover em todas direções (vertical, horizontal e diagonal), porém quantas casas quiser, desde que estejam livres. Porém, o movimento ocorre apenas em um sentido em cada jogada. Como indicam os pontos vermelhos na Figura 7:

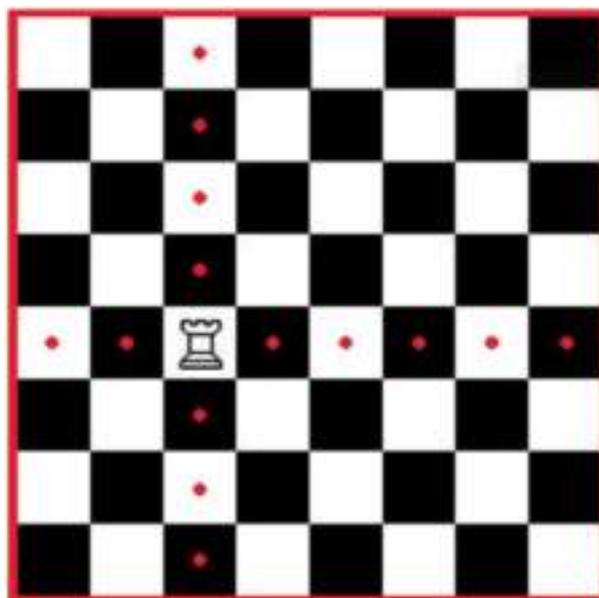
Figura 7 – Possíveis movimentos da Dama



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

A **Torre** se movimenta em direções ortogonais, isto é, pelas linhas (horizontais) e colunas (verticais), não podendo se mover pelas diagonais. Ela pode mover quantas casas desejar se estiverem desocupadas pelas colunas e linhas, porém, apenas em um sentido em cada jogada. Como indicam os pontos vermelhos na Figura 8:

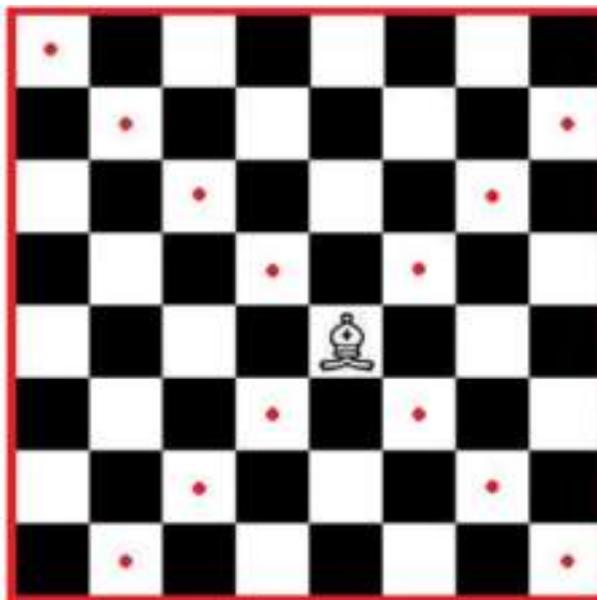
Figura 8 – Possíveis movimentos da Torre



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

O **Bispo** se movimenta nas direções diagonais, não podendo se mover pelas ortogonais como as Torres. Ele pode mover quantas casas quiser pelas diagonais, porém, apenas em um sentido em cada jogada e desde que as mesmas estejam desobstruídas. O Bispo que iniciar a partida em uma casa branca somente poderá transitar pelas brancas, enquanto o Bispo que inicia em uma casa preta somente poderá transitar pelas casas pretas. Observe a ilustração dos movimentos possíveis para o Bispo na Figura 9:

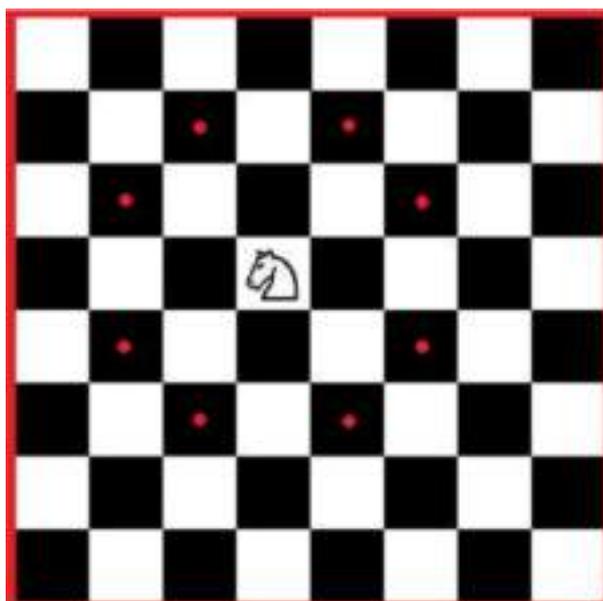
Figura 9 – Possíveis movimentos do Bispo



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/p1.php>>

O **Cavalo** é a única peça que pode "saltar" sobre outras peças. A movimentação do cavalo é feita em forma de "L", ou seja, anda 2 casas em qualquer direção (vertical ou horizontal) e depois mais uma em sentido perpendicular. Como indicam os pontos vermelhos na Figura 10:

Figura 10 – Possíveis movimentos do Cavalo

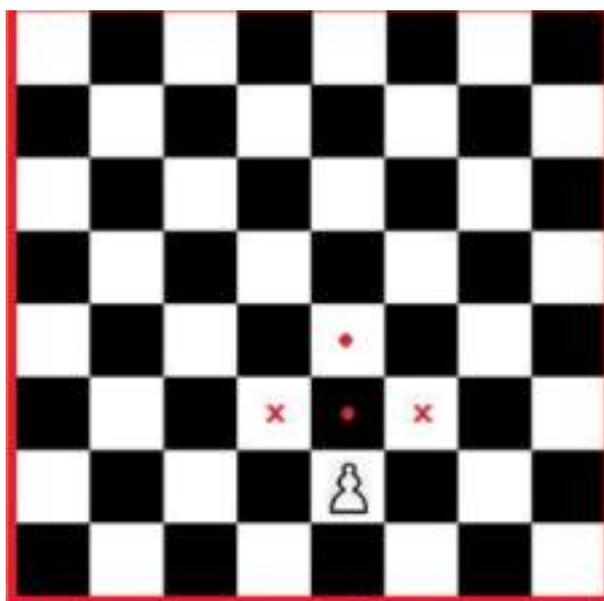


Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/p1.php>>

O **Peão** somente pode fazer movimentos adjacentes à sua posição anterior, isto é,

não pode retroceder. O peão, assim como o rei só pode deslocar-se uma casa à frente por lance, no entanto, quando o peão ainda está na sua posição inicial, este pode dar um salto de 2 casas à frente, conforme indicam os pontos vermelhos na Figura 11, e também é a única peça que efetua a captura de outra peça com um movimento diferente do utilizado para avançar no tabuleiro. Ele captura as peças que estejam em sua diagonal uma fileira acima, ou seja, nas colunas adjacentes a sua. Como indicam os xis vermelhos na Figura 11:

Figura 11 – Possíveis movimentos do Peão



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/p1.php>>

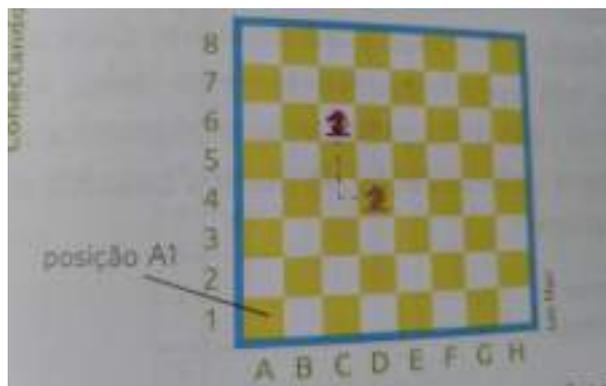
Terceiro momento (50 minutos)

Após conhecer os movimentos das peças do Jogo de Xadrez, os estudantes irão resolver o exercício e desafio propostos.

Exercício

No jogo de xadrez, o movimento do cavalo lembra a letra L. Na Figura 12, observe um possível movimento do cavalo, peça inicialmente localizada na posição (C, 6) e após o movimento na posição (D, 4).

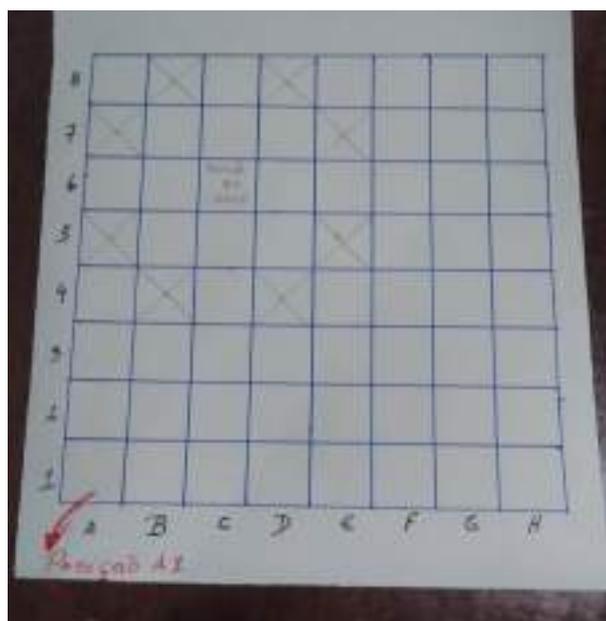
Figura 12 – Movimento possível do cavalo



Fonte: Retirado de (CHAVANTE, 2018)

- a) Marque com um X na Figura 13, todos os movimentos possíveis do cavalo a partir da posição (C, 6), conforme o exemplo indicado na imagem da Figura 12.

Figura 13 – Solução do Exercício- Letra a)



Fonte: Próprio Autor

- b) Escreva todas as coordenadas achadas na Figura 13.

Resposta: (A, 5), (A, 7), (B, 4), (B, 8), (D, 4), (D, 8), (E, 5), (E, 7).

Desafio

- a) Considere os pontos (B, 2), (B, 4), (C, 1), (C, 5), (E, 1), (E, 5), (F, 2), (F, 4). Na Figura 14 marque com um X todos esses pontos no tabuleiro.

- b) Diga qual a peça faz este movimento e marque com um ponto qual a posição que ela se encontra no tabuleiro.

A peça que faz este movimento é o cavalo e a posição que ela se encontra é na casa $(D, 3)$.

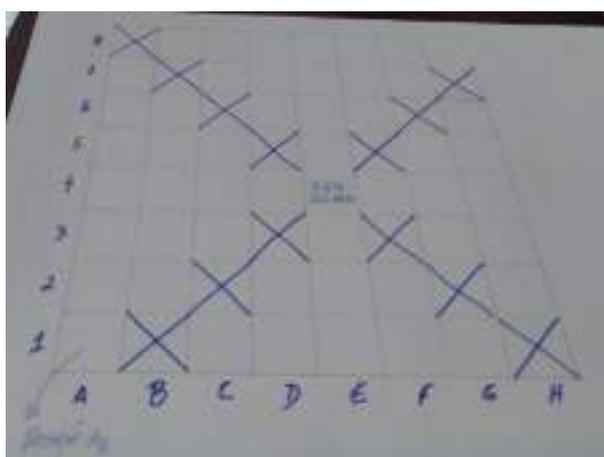
Figura 14 – Solução do Desafio - Letra b)



Fonte: Próprio Autor

- c) Considere um bispo na posição $(E, 4)$. Marque com um X na Figura 15 todos os movimentos possíveis do bispo, anotando suas respectivas coordenadas (lembre-se que o bispo só se movimenta em diagonal).

Figura 15 – Solução do Desafio, letra c).



Fonte: Próprio Autor

As coordenadas achadas são:

$(B, 1), (C, 2), (D, 3), (F, 3), (G, 2), (H, 1), (A, 8), (B, 7), (C, 6), (D, 5), (F, 5), (G, 6), (H, 7)$.

4.2 Atividade 2

Os conteúdos abordados na Atividade são de Geometria Plana: ponto, segmento de reta, retas paralelas, intersecção de retas, construção de triângulos, perímetro e área de um triângulo.

4.2.1 Objetivos

O Objetivo geral da Atividade é trabalhar conteúdos de Geometria Plana através do movimento do cavalo no tabuleiro de xadrez.

4.2.1.1 Objetivos Específicos

- Promover a socialização dos estudantes;
- Retomar conceitos já abordados sobre Geometria Plana;
- Relacionar os movimentos das peças de xadrez com ponto, segmento de reta, retas paralelas e perímetro.

4.2.2 Público Alvo

Estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental.

4.2.3 Local de Realização

A atividade é proposta para ser trabalhada de forma remota.

4.2.4 Tempo Estimado

Para realização da Atividade são estimadas duas aulas de 50 minutos cada.

4.2.5 Material necessário

Folhas com o roteiro da atividade impressa (material do aluno disponível no Apêndice para impressão), papel, lápis, borracha compasso e régua. O roteiro vai ser todo disponibilizado pelo responsável pela oficina.

4.2.6 Pré-requisitos

- Ter noções sobre o Jogo de Xadrez;
- Conhecer os conteúdos de Geometria Plana: ponto, reta, retas paralelas e perímetro.

4.2.7 Forma de avaliação

Entregar a atividade resolvida via plataforma, no endereço que será disponibilizado pelo professor.

4.2.8 Competências/Habilidades conforme a BNCC

(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes (BRASIL, 2017, p.293).

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos (BRASIL, 2017, p.299).

(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares (BRASIL, 2017, p.299).

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros (BRASIL, 2017, p.299).

4.2.9 Dicas para o professor

- Observar se o tabuleiro está posicionado corretamente;
- Estimular os conteúdos relacionados as atividades;
- Lembrar que o cavalo tem oito movimentos possíveis.

4.2.10 Desenvolvimento da Atividade

Primeiro momento (5 minutos)

Promover a socialização entre o professor e os estudantes.

Segundo momento(25 minutos)

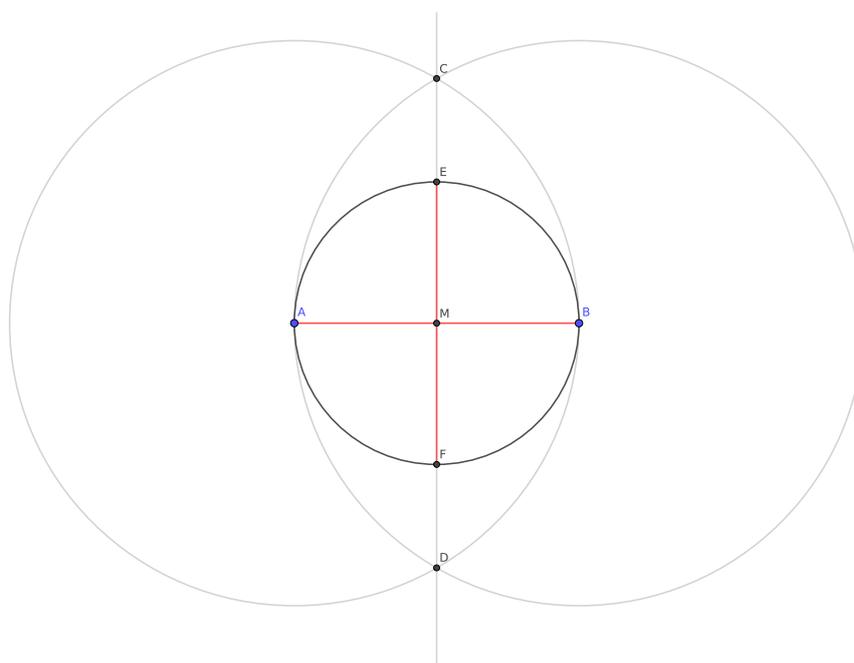
Vamos construir nosso próprio tabuleiro: essa etapa é opcional, se o professor preferir pode entregar uma imagem do tabuleiro já construída. A construção pode ser feita tanto no papel quanto em um software, dependendo das possibilidades disponíveis e dos conhecimentos do professor. Se o professor optar pelo uso do compasso para construção do tabuleiro, é importante observar que o uso do compasso pode ser restrito para alunos do sexto ano, pois o compasso só é recomendado pela BNCC (BRASIL, 2017) no sétimo

ano. Além disso, deve-se verificar se a escola permite o uso do compasso para os alunos do sexto ano.

A construção do tabuleiro traz algumas vantagens, como por exemplo, revisar os conteúdos de retas paralelas e perpendiculares, e também mostrar como se constrói o ponto médio de um segmento de reta usando régua e compasso.

Observe a Figura 16 e faça os seguintes passos:

Figura 16 – Solução da primeira parte do tabuleiro



Fonte: Próprio Autor

Primeiro passo: considere o segmento AB de comprimento 16 cm;

Segundo passo: com centro em A e raio \overline{AB} , trace $\Gamma_1(A; \overline{AB})$;

Terceiro passo: com centro em B e raio \overline{AB} , trace $\Gamma_2(A; \overline{AB})$;

Quarto passo: marque $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \{C, D\}$;

Quinto passo: trace a reta CD ;

Sexto passo: marque o ponto $M = CD \cap AB$;

Sétimo passo: com centro em M e raio \overline{AM} , trace $\Gamma_3(M; \overline{AM})$;

Oitavo passo: marque os pontos $\Gamma_3 \cap CD = \{E, F\}$.

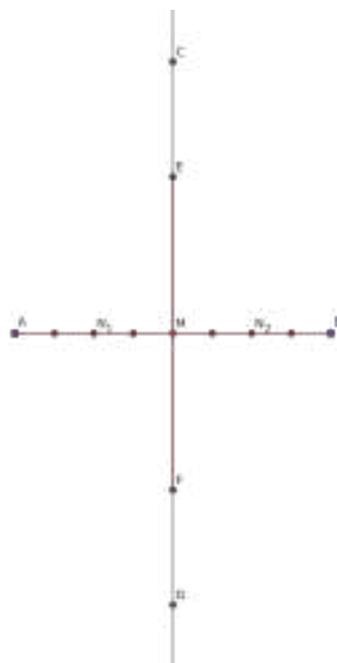
Note que o segmento EF é perpendicular ao segmento AB : é possível verificar isso com o transferidor.

Observação:

Aqui o professor pode mencionar a congruência de triângulos, para justificar a construção da reta perpendicular, retomando a definição de congruência e os casos de congruência utilizados. Mas é importante observar que o conteúdo de congruência de triângulos só é abordado no nono ano do Ensino Fundamental. Se os estudantes estiverem no sexto ano, podem verificar a perpendicularidade utilizando o transferidor, por exemplo.

Repetindo os mesmos passos, construa os pontos médios de AM , BM (pontos N_1 e N_2) conforme a Figura 17 e, em seguida, os pontos médios de AN_1 , N_1M , MN_2 e N_2B (pontos N, M_1, M_2, N_3). Em seguida trace as retas perpendiculares ao segmento AB que passam por esses pontos.

Figura 17 – Solução da segunda parte do tabuleiro



Fonte: Próprio Autor

Após, para traçar as perpendiculares ao segmento AB passando pelos pontos A e B :

Primeiro passo: prolongue o segmento AB em 4 cm, 2 cm antes do ponto A e 2 cm após o ponto B , no qual denotaremos estes pontos G e H :

Segundo passo: considere o segmento GN ;

Terceiro passo: com centro em G e raio \overline{GN} , trace $\Gamma_1(G; \overline{GN})$;

Quarto passo: com centro em N e raio \overline{GN} , trace $\gamma_2(N; \overline{AB})$;

Quinto passo: marque $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \{I, J\}$;

Sexto passo: trace a reta IJ ;

Para traçar a perpendicular no ponto B , basta repetir os mesmos passos para traçar a perpendicular no ponto A ;

Assim, temos que o Tabuleiro está como na Figura 18.

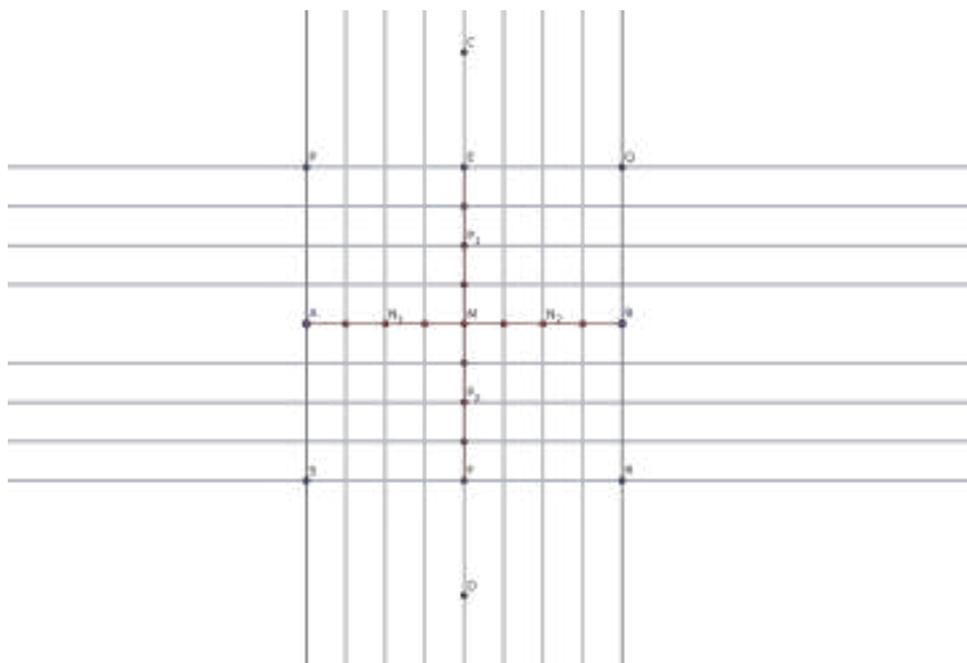
Figura 18 – Solução da terceira parte do tabuleiro



Fonte: Próprio Autor

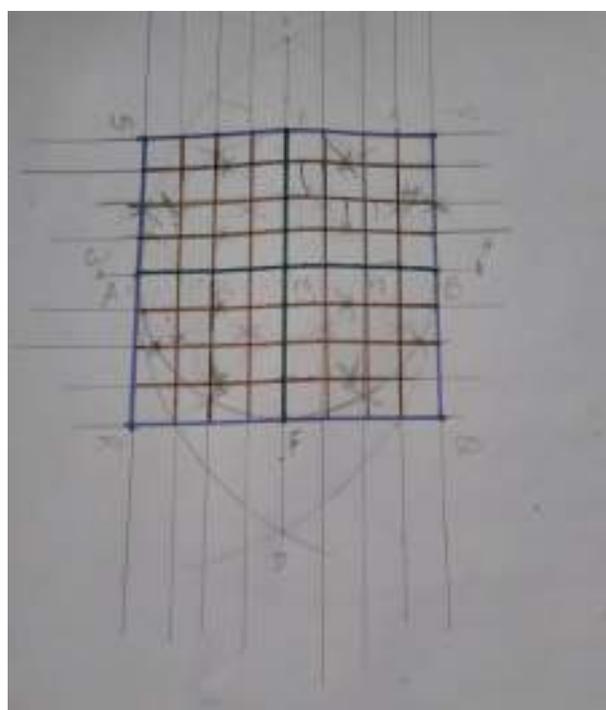
Para traçar as retas horizontais, gire 90 graus a folha de papel e construa os pontos médios de EM e MF (e demais pontos médios), repetindo a construção da segunda parte do tabuleiro, conforme a Figura 19. O quadrado $PQRS$ corresponde ao tabuleiro do Jogo.

Figura 19 – Solução do tabuleiro - Geogebra



Fonte: Próprio Autor

Figura 20 – Solução da quarta parte do tabuleiro



Fonte: Próprio Autor

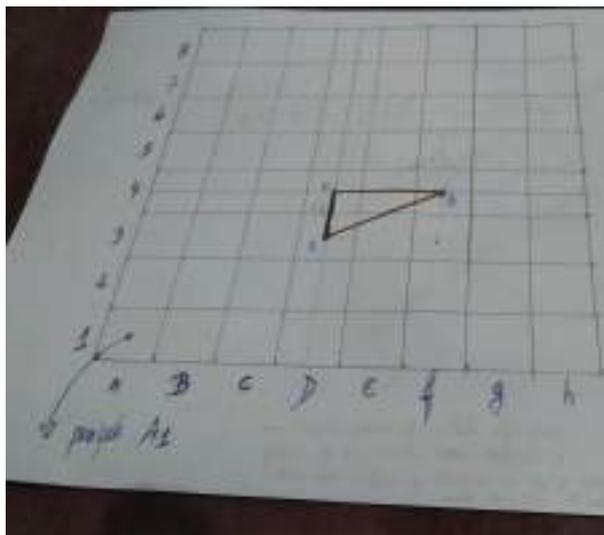
Observe que, após a construção do tabuleiro, foram construídos 64 quadrados de 2 cm de lado cada.

Terceiro momento (30 minutos)

Temos um cavalo na posição $(D, 3)$, lembre-se que o cavalo anda em formato de L, e que a peça se movimenta pelo meio do tabuleiro.

Observe a Figura 21 (para os estudantes o tabuleiro estará em branco) e faça os seguintes passos:

Figura 21 – Cavalo na casa $(D, 3)$



Fonte: Próprio Autor

Primeiro passo: marque um ponto que denotaremos de ponto A , no centro da casa onde a peça se encontra que é a posição $(D, 3)$.

Segundo passo: faça um movimento da peça (são oito possíveis movimentos), marque um ponto no centro da casa onde a peça chegou, onde denotaremos de ponto B ;

Observação: para ilustrar, foi escolhido o movimento que o cavalo se mexe uma casa para cima e duas casas a direita, mas os alunos podem fazer um dos outros setes tipos de movimentos que o cavalo pode fazer.

Terceiro passo: traçar uma reta passando pelo ponto A , paralela ao eixo dos números;

Quarto passo: traçar uma reta passando pelo ponto B paralela ao eixo dos letras;

Quinto passo: marcar um ponto onde essas paralelas se intersectam, o qual denotaremos de ponto C ;

Sexto passo: traçar os segmentos de reta AB , BC e CA .

Note que depois de realizar esses passos, formamos um triângulo retângulo ABC , independentemente de qual das 8 possibilidades de jogada tenha sido escolhida.

Com relação ao triângulo retângulo responda:

a) Qual a medida dos catetos?

Considere que cada quadrado do tabuleiro possui 2 cm de lado. Então o primeiro cateto (que é oposto ao vértice B) mede 2 cm, pois ele é igual a um lado do quadrado do tabuleiro. O segundo cateto (oposto ao vértice A) mede 4 cm, pois ele equivale a dois lados de quadrado do tabuleiro.

b) A hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo?

Sim, pois é o lado oposto ao ângulo reto, sendo considerado o maior lado do triângulo retângulo.

c) O perímetro do triângulo ABC é menor ou maior que 6 cm?

Maior, pois o triângulo tem três lados, como a soma de dois dos lados (catetos) já é 6 cm, e como falta o valor da hipotenusa que é o maior lado do triângulo.

d) Qual a medida da hipotenusa?

É possível medir a hipotenusa com a régua ela tem aproximadamente 4,5 cm.

e) Qual o valor do perímetro do triângulo ABC ?

O perímetro é a soma dos comprimentos de todos os lados do triângulo. Chamando de L_1 , L_2 e L_3 os comprimentos dos lados do triângulo, temos que P é dado por:

$$P = L_1 + L_2 + L_3$$

$$P = 2 + 4 + 4,5$$

$$P = 10,5 \text{ cm.}$$

f) Qual a área deste triângulo retângulo?

Chamando de B a base e H a altura de um triângulo de área A , temos:

$$A = \frac{B \times H}{2}$$

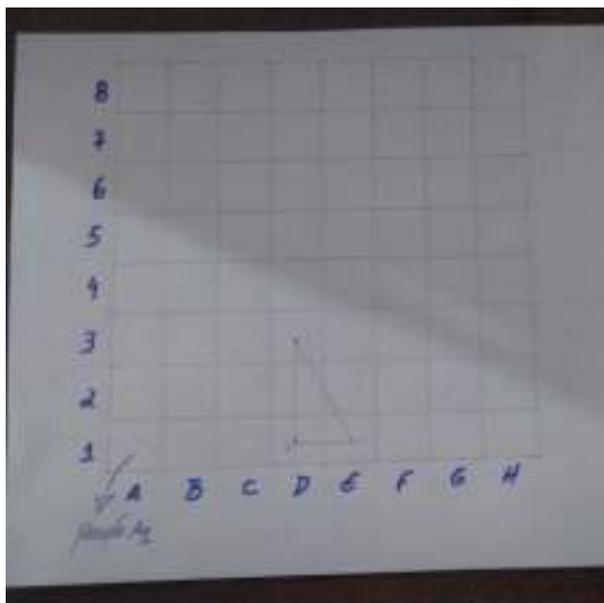
$$A = \frac{2 \times 4}{2} = \frac{8}{2}$$

$$A = 4 \text{ cm}^2.$$

Quarto momento (40 minutos)

Temos um cavalo na posição $(D, 3)$. Escolha outro movimento do cavalo e faça todos os passos da atividade anterior. Quando traçar o triângulo (conforme a Figura 22), compare com o triângulo obtido anteriormente. Os catetos, a hipotenusa, o perímetro e a área são iguais ou diferentes?

Figura 22 – Cavalo na casa $(D,3)$



Fonte: Próprio Autor

Em qualquer umas das oito possibilidades para o movimento do cavalo, em todos os triângulos a área e o perímetro serão iguais e o comprimento da hipotenusa vai ser sempre igual também.

A única diferença que vai existir entre os triângulos é a medida dos catetos, pois dependendo do movimento que você fizer com o cavalo os catetos vão inverter os seus valores com relação ao seu vértice.

A conclusão esperada é que todos percebam que triângulos diferentes podem ter mesma área e mesmo perímetro.

Observação:

Nestas duas atividades correlacionadas ao triângulo retângulo, quando for calcular a hipotenusa o professor pode mencionar o Teorema de Pitágoras, que diz que a soma do quadrado das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa, dizendo que este Teorema só é trabalhado no nono ano. Somente com o Teorema a medida exata da hipotenusa, que é $\sqrt{20} \text{ cm}$, será encontrada.

4.3 Atividade 3

O conteúdo abordado nessa atividade é Trigonometria.

4.3.1 Objetivos

O objetivo geral da atividade é relacionar o conteúdo de Trigonometria com as jogadas de xeque-mate.

4.3.1.1 Objetivos Específicos

- Promover a socialização dos estudantes;
- Mostrar os movimentos básicos das peças no tabuleiro de xadrez;
- Retomar os conceitos de trigonometria: ângulos, seno e cosseno;
- Relacionar a jogada de xeque-mate com conceitos de Trigonometria.

4.3.2 Público Alvo

Estudantes do nono ano do Ensino Fundamental.

4.3.3 Local de Realização

A atividade é proposta para ser trabalhada de forma remota.

4.3.4 Tempo Estimado

Para realização da Atividade são estimadas duas aulas de 50 minutos cada. Esse tempo pode ser ampliado de acordo com a turma, para que os estudantes possam se familiarizar com as jogadas de xeque-mate.

4.3.5 Material necessário

Folhas com o roteiro da atividade impressa (material do aluno disponível no Apêndice para impressão), papel, lápis, borracha, régua e transferidor. O roteiro vai ser todo disponibilizado pelo responsável pela oficina.

4.3.6 Pré-requisitos

- Ter noções sobre o Jogo de Xadrez;
- Conhecer os conteúdos de Trigonometria: ângulos e relações métricas no triângulo retângulo.

4.3.7 Forma de avaliação

Entregar a atividade via plataforma que será disponibilizado pelo professor.

4.3.8 Competências/Habilidades segundo a BNCC

- (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do Teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes (BRASIL, 2017, p.315).
- (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano (BRASIL, 2017, p.315).

4.3.9 Dicas para o professor

- Observar se o tabuleiro está posicionado corretamente;
- Retomar os conteúdos relacionados as atividades;
- Observar que mesmo você aumentando ou diminuindo os valores das medidas dos catetos no triângulo retângulo os ângulos internos sempre serão os mesmos e, conseqüentemente, os valores de seno, cosseno e tangente se mantêm;
- Ler a parte inicial da Atividade 1 para retomar quais os movimentos que podem serem feitos com cada uma das seis peças do jogo de xadrez.

4.3.10 Desenvolvimento da Atividade

Primeiro momento: (5 minutos)

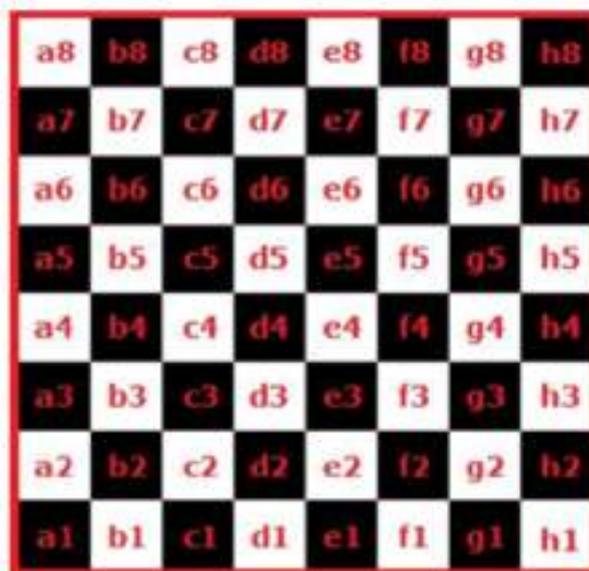
Promover a socialização entre o professor e os estudantes.

Segundo momento: (5 minutos)

Vamos começar com uma breve introdução básica do tabuleiro do Jogo de Xadrez para facilitar a compreensão do restante da atividade ou simplesmente refrescar a sua memória.

O tabuleiro do Jogo de Xadrez consiste em 64 espaços quadrados, temos as colunas indo de cima para baixo em sua direção e do seu oponente (na vertical), e são marcadas de "a" para "h" e depois as fileiras horizontais identificadas de 1 a 8. Cada um desses quadrados é identificado pela combinação de uma letra da coluna e o número da fileira horizontal. Conforme a Figura 23:

Figura 23 – Tabuleiro de Xadrez



Fonte: <https://www.soxadrez.com.br/conteudos/tabuleiro_pecas/>

Em matemática, por exemplo a posição da peça na casa $a8$ é associada ao par ordenado $(a, 8)$, sendo que o a corresponde a coluna e o 8 corresponde a linha do tabuleiro.

Terceiro momento: (40 minutos)

Você sabe o que é xeque-mate? Então vamos dar uma breve explicação do que é xeque-mate, que é uma jogada que representa o final da partida, para obter a vitória no Jogo de Xadrez é preciso dar um xeque-mate, ou seja, colocar o Rei adversário em uma posição na qual seja impossível ele escapar. O jogador que fizer isto primeiro vence a partida, mas vale salientar que existem três formas de sair do xeque-mate:

- Capturar a peça que está atacando o Rei;
- Colocar uma peça entre o Rei e a peça que está atacando;
- Mover o Rei para uma casa que não esteja em ataque;

Porém, se nenhum desses movimentos puder ser efetuado, então o xeque-mate é concretizado e a partida termina.

Para resolver tanto os exemplos como os exercícios, suponha que cada quadrado menor (ou casa do tabuleiro), tenha 2 cm de lado, como por exemplo a casa $(A, 1)$ tem medida de lado 2 cm .

Exemplo

No diagrama 24 mostrado a seguir, é a peça branca que joga e dá xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021). Observe a Figura 24 e responda as seguintes questões:

Figura 24 – Exemplo 1



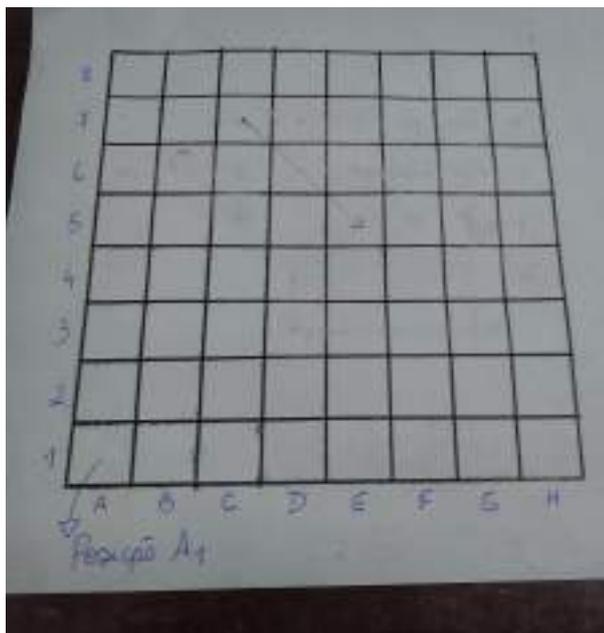
Fonte: <<http://4.bp.blogspot.com/-DLy8ZXEs2HA/TV0UGCwReKI/AAAAAAAAADhI/n4tHkW8ASdU/s400/19.jpg>>

a) Qual peça faz este lance?

A Rainha que sai da casa (C, 7) e vai até a casa (E, 5).

b) No tabuleiro, trace uma seta na Figura 25 indicando qual este movimento.

Figura 25 – Solução do Exemplo, letra b)



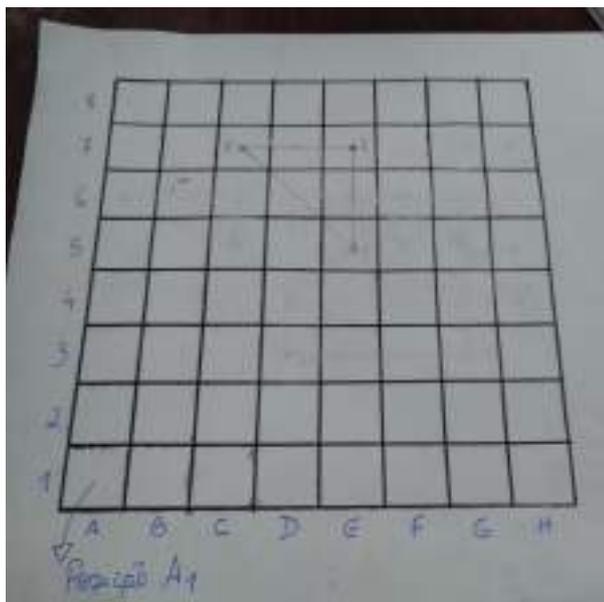
Fonte: Próprio Autor

- c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras (como na Figura 26), calcule qual a distância percorrida (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro.

Após isso, traçar uma reta passando pelo ponto I , paralela ao eixo dos números; traçar uma reta passando pelo ponto J paralela ao eixo das letras; marcar um ponto onde essas paralelas se intersectam, o qual denotaremos de ponto L ; obtendo assim um triângulo retângulo IJJ . Com isto, basta achar os valores dos catetos, cujo os valores vão ser $\overline{IL} = b$ e $\overline{JL} = c$, onde $b = 4$ e $c = 4$ centímetros. Sendo assim, basta usar o teorema de Pitágoras para achar a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo IJJ .

Figura 26 – Solução do Exemplo, letra c)



Fonte: Próprio Autor

Nota-se que a distância percorrida é a medida da hipotenusa do Triângulo Retângulo, desta forma basta aplicar o Teorema de Pitágoras:

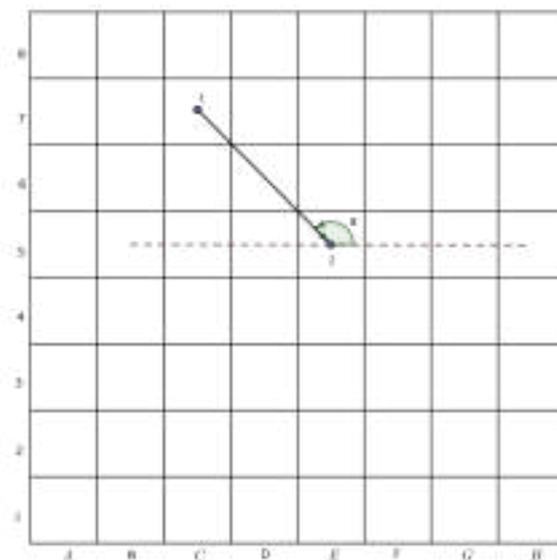
$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ &= 4^2 + 4^2 \\ &= 16 + 16 \\ &= 32. \end{aligned}$$

Então a distância percorrida pela peça é $\sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5,66 \text{ cm}$.

- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 27, diga qual o ângulo α , medido no sentido anti horário, que o movimento da peça faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

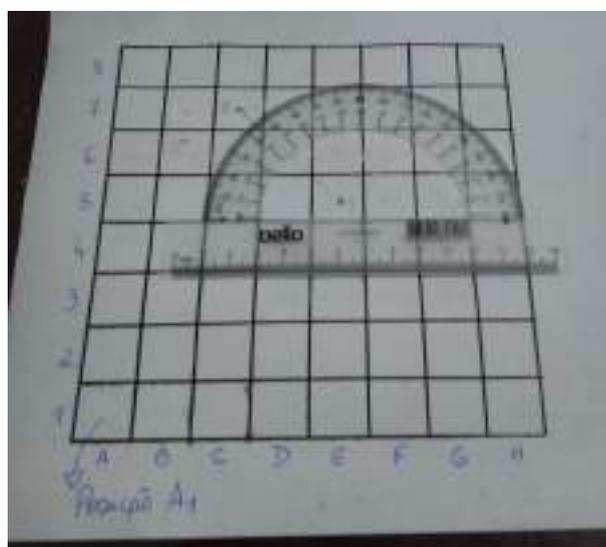
O ângulo α mede 135 graus.

Figura 27 – Ângulo α



Fonte: Próprio Autor

Figura 28 – Solução do Exemplo, letra d)

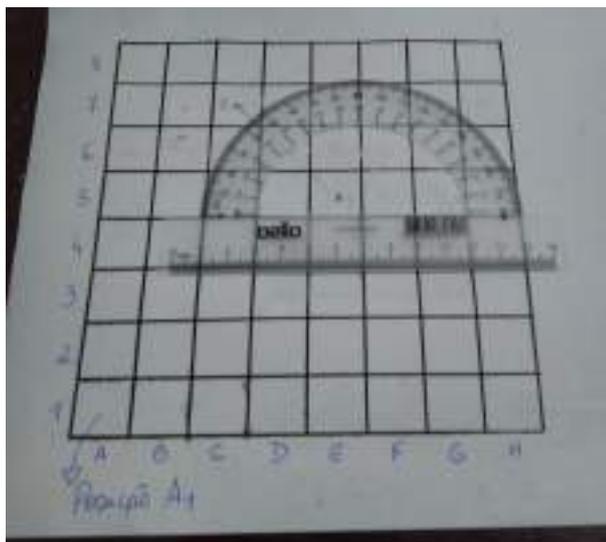


Fonte: Próprio Autor

e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?

O ângulo β mede $180 - 135 = 45$ graus.

Figura 29 – Solução do Exemplo, letra e)



Fonte: Próprio Autor

f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo β ?Sabendo que $\sin(\beta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$, temos:

$$\begin{aligned}
 \sin(\beta) &= \frac{4}{\sqrt{32}} \\
 &= \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 16}} \\
 &= \frac{4}{\sqrt{2} \cdot 4} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2}.
 \end{aligned}$$

Como temos $\cos(\beta) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$, temos:

$$\begin{aligned}\cos(\beta) &= \frac{4}{\sqrt{32}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 16}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 4^2}} \\ &= \frac{4}{4\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

Além disso, $\tan(\beta) = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{cateto adjacente}}$, logo

$$\begin{aligned}\tan(\beta) &= \frac{4}{4} \\ &= 1.\end{aligned}$$

Exercícios

Nos três diagramas mostrados a seguir, são as peças brancas que jogam e dão xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021).

Vamos resolver estes testes? Conforme o exemplo anterior.

Primeiro Teste: observe a Figura 30 e responda as seguintes questões:

Figura 30 – Teste 1



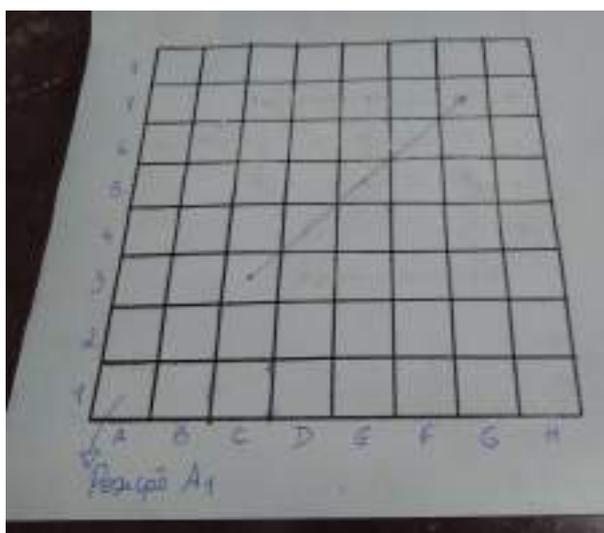
Fonte: <<http://sociedadedosmestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate?

A rainha que sai da casa (C,3) e vai até a casa (G,7).

b) No tabuleiro, trace uma seta na Figura 31 indicando este movimento.

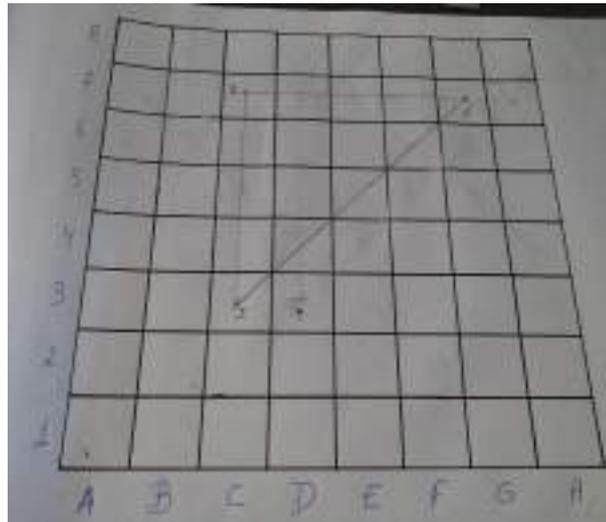
Figura 31 – Solução do Exercício, letra b)



Fonte: Próprio Autor

c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 32, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Figura 32 – Solução do Desafio. letra c)



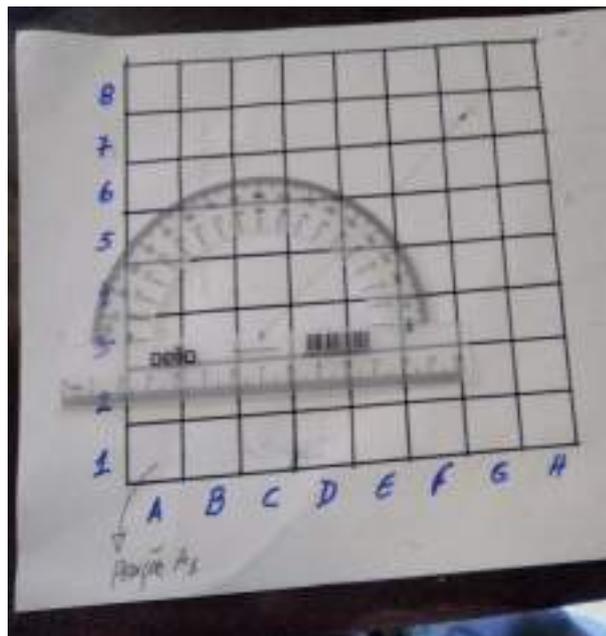
Fonte: Próprio Autor

A distância percorrida pela peça é $\sqrt{128} = 8\sqrt{2} \approx 11,31 \text{ cm}$.

- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 33, diga qual o ângulo α , medido no sentido anti-horário, que o movimento da peça faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

O ângulo α mede 45 graus.

Figura 33 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?

O ângulo β será $180 - 45 = 135$ graus.

f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo α ?

Sabemos que $\sin(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$, assim temos:

$$\begin{aligned}\sin(\alpha) &= \frac{8}{\sqrt{128}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2 \cdot 64}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2 \cdot 8^2}} \\ &= \frac{8}{8\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

Como $\cos(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$, temos:

$$\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Por fim, temos $\tan(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$, ou seja,

$$\begin{aligned}\tan(\alpha) &= \frac{8}{8} \\ &= 1.\end{aligned}$$

Segundo teste: observe a Figura 34 e responda as seguintes questões:

Figura 34 – Teste 2



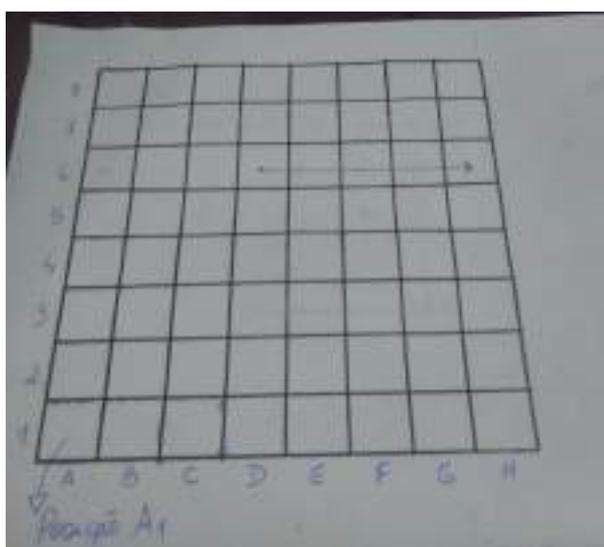
Fonte: <<http://sociedadedostestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate ?

A torre que sai da casa $(D, 6)$ e vai até a casa $(H, 6)$.

b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 35 indicando este movimento.

Figura 35 – Solução do Exercício, letra b)



Fonte: Próprio Autor

c) Qual a distância percorrida (movimento da peça faz) para dar xeque-mate ?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado

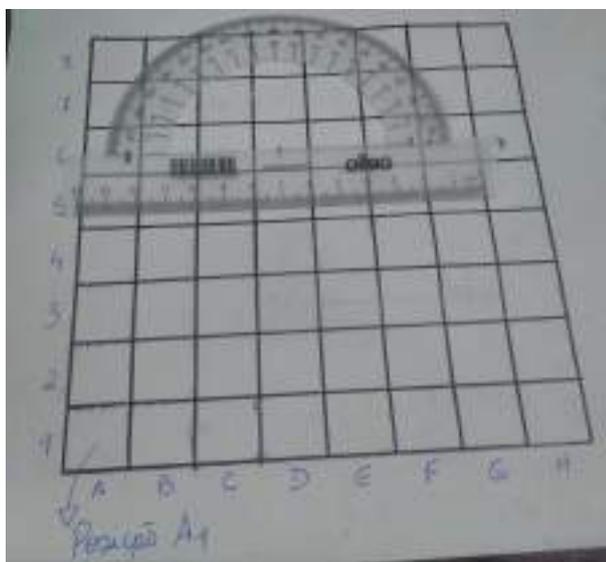
do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro.

Sendo assim, neste movimento basta somente contar quantos lados de quadrado a peça percorreu para dar xeque-mate. Logo a distância percorrida é 8 centímetros.

- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 36, diga qual o ângulo α , medido no sentido anti horário, que o movimento que a peça para faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

O ângulo α será 0 graus.

Figura 36 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

- e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?

O ângulo β será $180 - 0 = 180$ graus.

- f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo β ?

Considerando as definições de seno, cosseno e tangente, temos:

$$\sin(\beta) = 0$$

$$\cos(\beta) = -1$$

$$\tan(\beta) = 0.$$

Terceiro teste: observe a Figura 37 e responda as seguintes questões:

Figura 37 – Teste 3



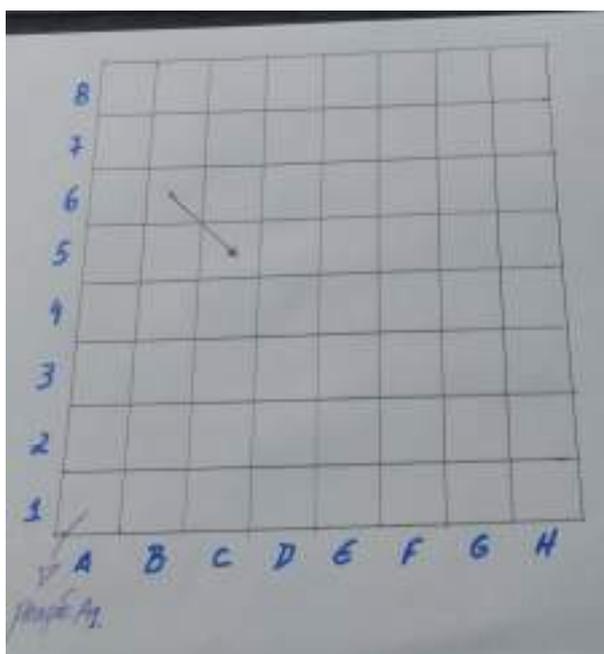
Fonte: <<http://sociedadedostestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate ?

O bispo que sai da casa (B, 6) e vai até a casa (C, 5).

b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 38 indicando este movimento.

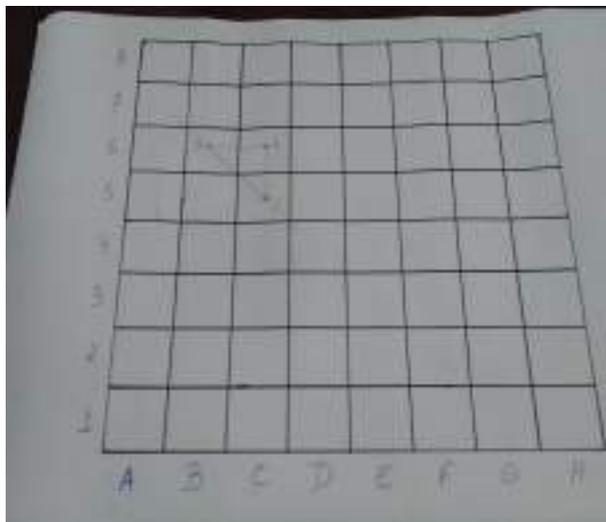
Figura 38 – Solução do Exercício, letra b)



Fonte: Próprio Autor

- c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 39, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Figura 39 – Solução do Exercício, letra c)



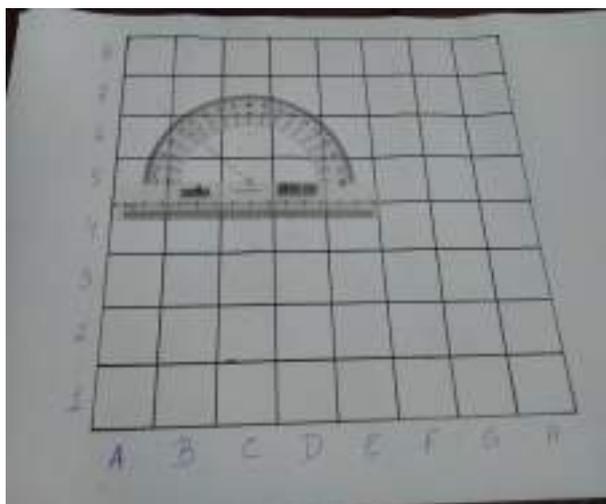
Fonte: Próprio Autor

A distância percorrida pela peça é $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$ centímetros.

- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 40, diga qual o ângulo α , medido no sentido anti horário, que o movimento que a peça para faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

O ângulo α será 135 graus.

Figura 40 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?

O ângulo β será $180 - 135 = 45$ graus.

f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo β ?

Sabendo que $\sin(\beta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$, temos:

$$\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Além disso, $\cos(\beta) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$. Assim, temos:

$$\begin{aligned} \cos(\beta) &= \frac{2}{\sqrt{8}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2^2}} \\ &= \frac{2}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Além disso, $\tan(\beta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$. De onde vem que

$$\begin{aligned} \tan(\beta) &= \frac{2}{2} \\ &= 1. \end{aligned}$$

Observação:

Aqui o professor pode fazer um comentário sobre o fato dos triângulos serem diferentes em cada teste mas o valor dos senos e cossenos do mesmo ângulo não mudam. Observando que mesmo aumentando ou diminuindo os valores das medidas dos catetos no triângulo retângulo, os ângulos internos sempre serão os mesmos e, conseqüentemente, os valores de seno, cosseno e tangente se mantêm.

Quarto momento: (50 minutos)

Desafios

Exemplo

No diagrama 41 mostrado a seguir, é a peça branca que joga e dá xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021). Observe a Figura 41 e responda as seguintes questões:

Figura 41 – Exemplo



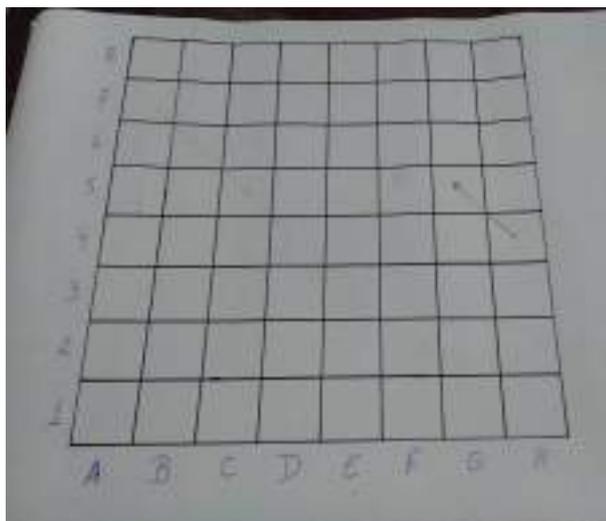
Fonte: <<http://sociedadedostrestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance ?

A Rainha que sai da casa (H, 4) e vai até a casa (G, 5).

b) No tabuleiro, faça uma seta na Figura 42 indicando este movimento.

Figura 42 – Solução do Exemplo, letra b)



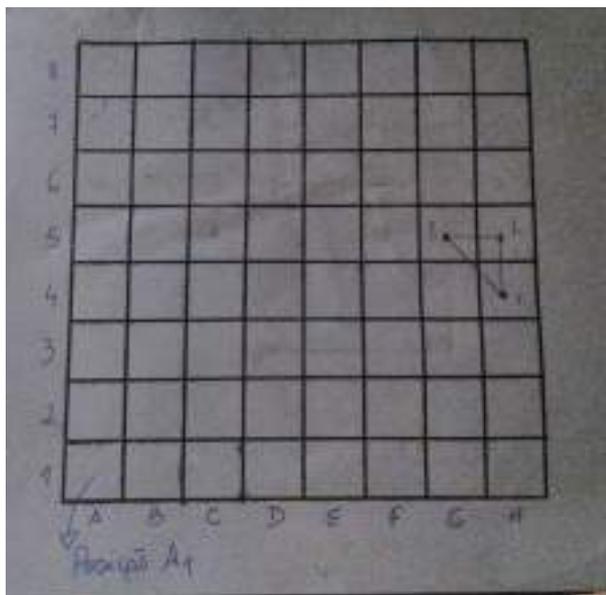
Fonte: Próprio Autor

- c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 43, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro.

Após isso, traçar uma reta passando pelo ponto I , paralela ao eixo dos números; traçar uma reta passando pelo ponto J paralela ao eixo das letras; marcar um ponto onde essas paralelas se intersectam, o qual denotaremos de ponto L ; obtendo assim um triângulo retângulo $IJJL$. Com isto, basta achar os valores dos catetos, cujo os valores vão ser $\overline{IL} = b$ e $\overline{JL} = c$, onde $b = 2$ e $c = 2$ centímetros. Sendo assim, basta aplicar o Teorema de Pitágoras para achar a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo $IJJL$.

Figura 43 – Solução do Exemplo, letra c)



Fonte: Próprio Autor

Nota-se que a distância percorrida é a hipotenusa do Triângulo Retângulo, desta forma basta aplicar o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 \\
 &= b^2 + c^2 \\
 &= 2^2 + 2^2 \\
 &= 4 + 4 \\
 &= 8.
 \end{aligned}$$

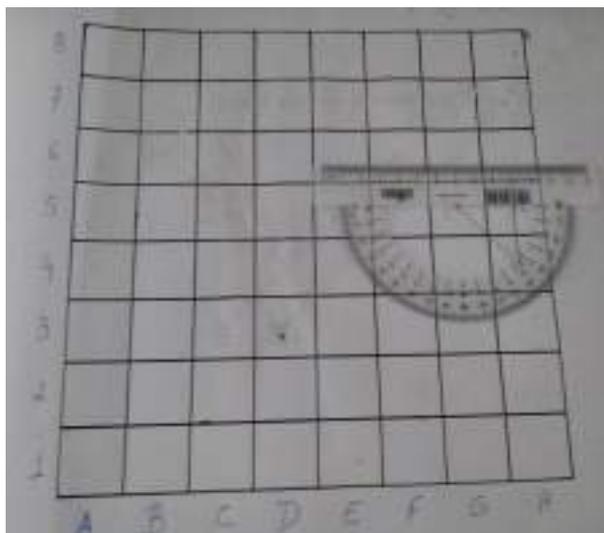
Então a distância percorrida pela peça é $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$ centímetros.

d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 44, 45, 46, encontre os valores dos ângulos internos α , β e γ deste triângulo retângulo?

Sabe-se que em qualquer triângulo, a soma de seus ângulos internos é 180 graus

O ângulo α mede 45 graus.

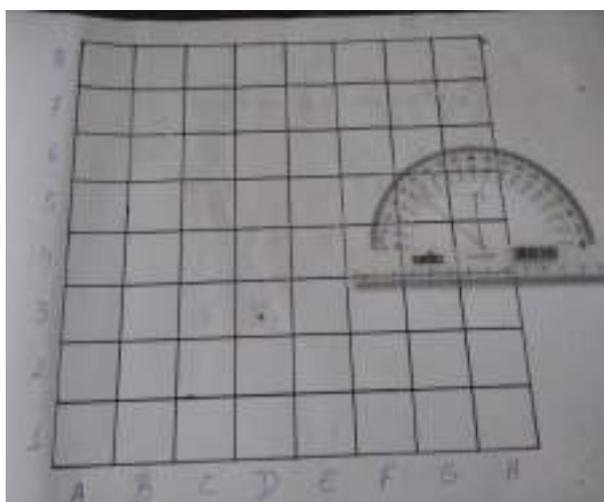
Figura 44 – Solução do Exemplo, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo β mede 45 graus. Observe que o triângulo IJJ é isósceles de base IJ .

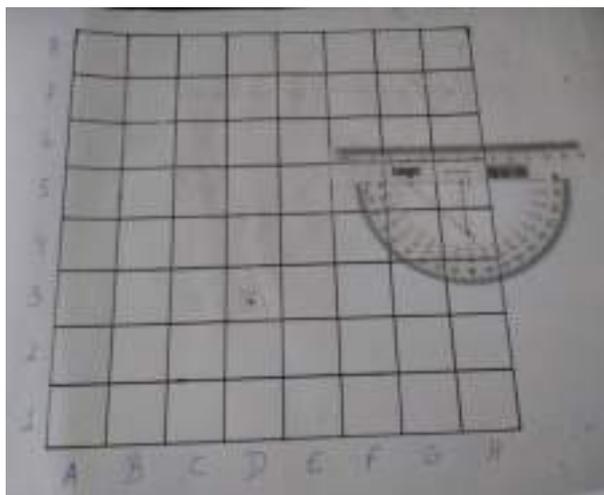
Figura 45 – Solução do Exemplo, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo γ mede 90 graus, por isso o triângulo IJJ é um triângulo retângulo. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180 graus, também é possível determinar γ fazendo $\gamma = 180 - \alpha - \beta$.

Figura 46 – Solução do Exemplo, letra d)



Fonte: Próprio Autor

e) Qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?

Sabemos que $\sin(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$, assim temos:

$$\begin{aligned}
 \sin(\alpha) &= \frac{2}{\sqrt{8}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2^2}} \\
 &= \frac{2}{2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Além disso, $\cos(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$. Portanto,

$$\begin{aligned}
 \cos(\alpha) &= \frac{2}{\sqrt{8}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2^2}} \\
 &= \frac{2}{2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2}.
 \end{aligned}$$

E ainda temos $\tan(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$. Assim,

$$\begin{aligned}
 \tan(\alpha) &= \frac{2}{2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Analogamente, temos: $\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\tan(\beta) = 1$.

Finalmente, para γ temos: $\sin(\gamma) = 1$

$$\cos(\gamma) = 0$$

$\tan(\gamma) = \text{não existe}$.

f) Qual o perímetro deste triângulo IJJ ?

O perímetro é a soma dos comprimentos de todos os lados do triângulo. Chamando L_1 , L_2 e L_3 o comprimento dos lados do triângulo, temos que o perímetro P é dado por:

$$P = L_1 + L_2 + L_3$$

$$P = 2 + 2 + \sqrt{8}$$

$$P = 4 + \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$P = 4 + \sqrt{2^2} \sqrt{2}$$

$$P = 4 + 2\sqrt{2} \text{ cm.}$$

g) Qual a área deste triângulo retângulo?

Se B é a medida da base relativa ao vértice I e H a medida da altura, temos que a área A do triângulo é:

$$A = \frac{B \times H}{2}$$

$$A = \frac{2 \times 2}{2} = \frac{4}{2}$$

$$A = 2 \text{ cm}^2.$$

Exercícios

Nos três diagramas mostrados a seguir, são as peças brancas que jogam e dão xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021).

Vamos resolver estes testes? Cada um deles pode ser resolvido conforme o exemplo anterior.

Primeiro teste: Observe a Figura 47 e resolva as seguintes questões:

Figura 47 – Teste 1



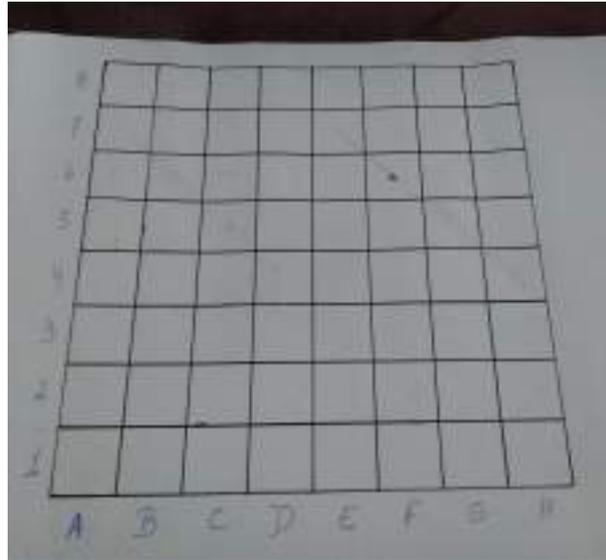
Fonte: <<http://sociedadedostestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate ?

O bispo que sai da casa $(E, 7)$ e vai até a casa $(F, 6)$.

b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 48 indicando este movimento.

Figura 48 – Solução do Exercício, letra b)

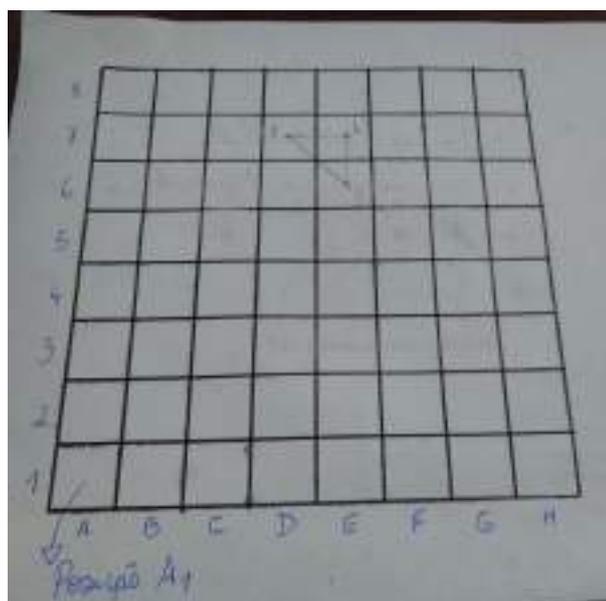


Fonte: Próprio Autor

c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 49, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro. Esboce o triângulo IJJ , conforme o exemplo anterior.

Figura 49 – Solução do Exercício, letra c)



Fonte: Próprio Autor

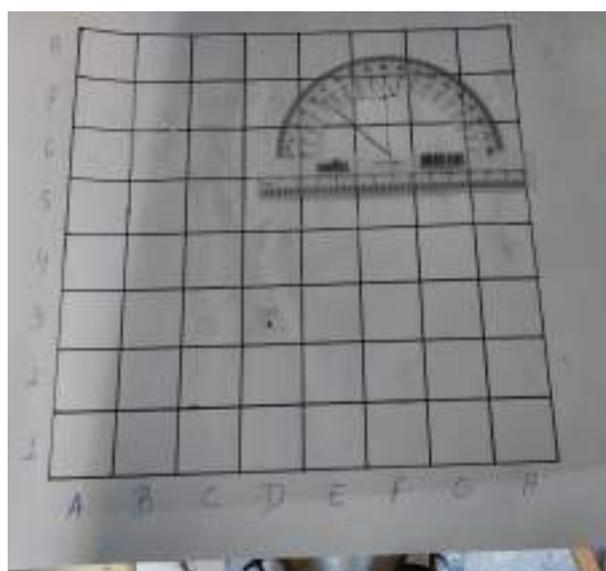
A distância percorrida pela peça é $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$ centímetros.

d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 50, 51, 52, determine os valores dos ângulos internos α , β e γ do triângulo IJJ ?

Lembre que em qualquer triângulo, a soma de seus ângulos internos é 180 graus.

O ângulo α será 45 graus.

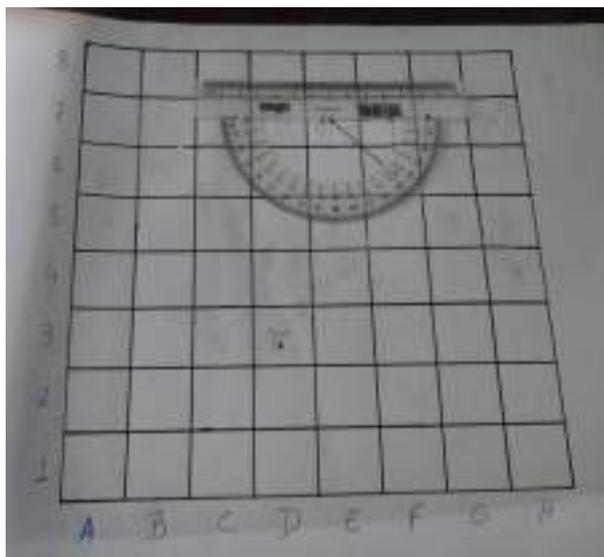
Figura 50 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo β será 45 graus.

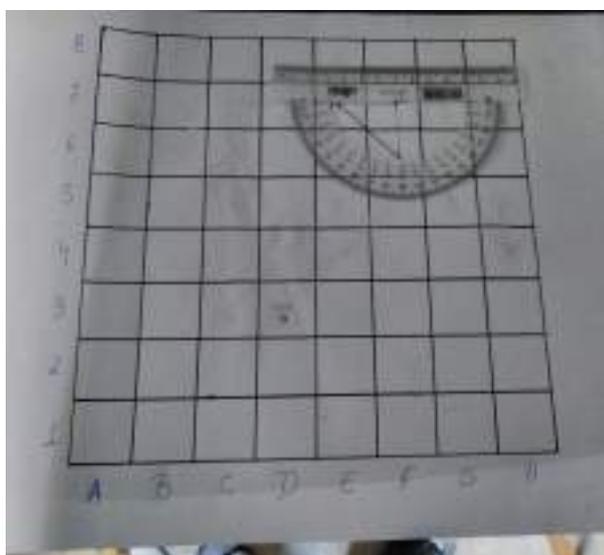
Figura 51 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo γ será 90 graus.

Figura 52 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

e) Qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?

Sabendo que

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{cateto adjacente}}$$

temos:

$$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\tan(\alpha) = 1.$$

Além disso,

$$\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\tan(\beta) = 1,$$

$$\sin(\gamma) = 1,$$

$$\cos(\gamma) = 0,$$

$$\tan(\gamma) = \text{não existe.}$$

f) Qual o perímetro deste triângulo IJL ?

O perímetro P é a soma dos comprimentos de todos os lados do triângulo.

$$P = 4 + 2\sqrt{2}cm.$$

g) Qual a área deste triângulo retângulo?

A área do triângulo é $A = 2\text{ cm}^2$.

Segundo teste: Observe a Figura 53 e resolva as seguintes as questões:

Figura 53 – Teste 2



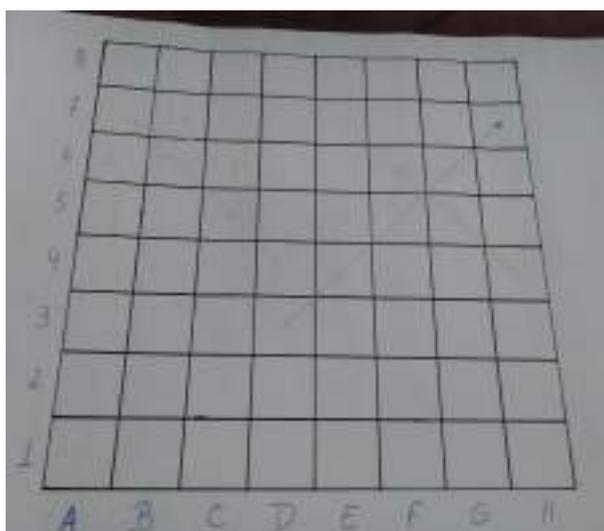
Fonte: <<http://sociedadedosmestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate ?

A Rainha que sai da casa (D, 3) e vai até a casa (H, 7).

b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 54 indicando este movimento.

Figura 54 – Solução do Exercício, letra b)

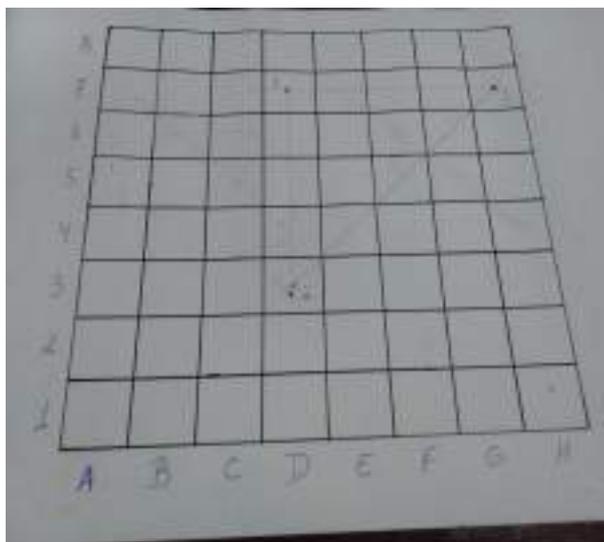


Fonte: Próprio Autor

c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 54, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro. Traçar o triângulo IJJ conforme o exemplo.

Figura 55 – Solução do Exercício, letra c)



Fonte: Próprio Autor

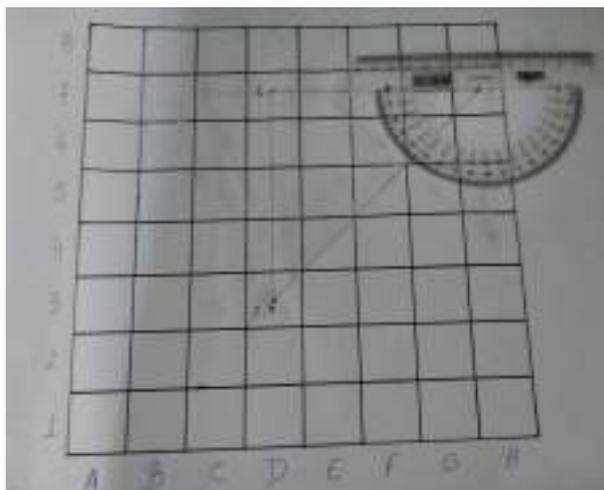
Nota-se que a distância percorrida é a hipotenusa do Triângulo Retângulo IJJ , desta forma basta aplicar o Teorema de Pitágoras.

Então a distância percorrida pela peça é $\sqrt{128} = 8\sqrt{2} \approx 11,31$ centímetros

- d) No tabuleiro abaixo, com o uso de um transferidor na Figura 56, 57, 58, diga os valores dos ângulos internos α , β e γ deste triângulo retângulo?

O ângulo α será 45 graus.

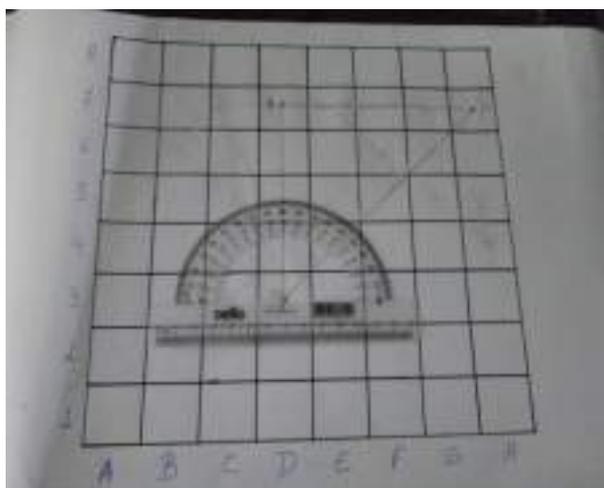
Figura 56 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo β será 45 graus.

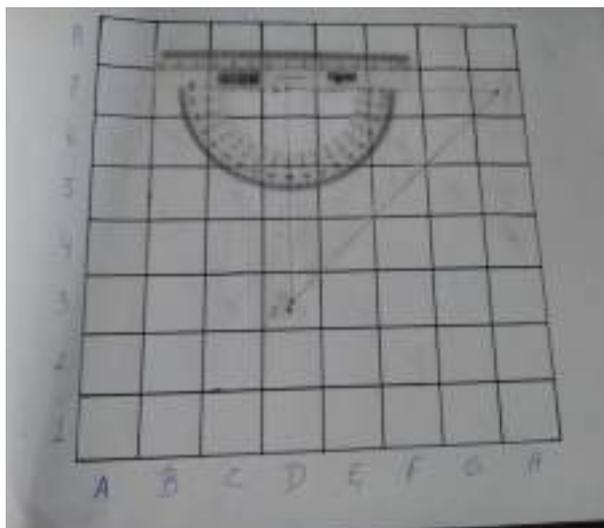
Figura 57 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo γ será 90 graus.

Figura 58 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

Temos que o triângulo IJL é isósceles e retângulo.

e) Qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?

Os valores são:

$$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\tan(\alpha) = 1,$$

$$\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\tan(\beta) = 1,$$

$$\sin(\gamma) = 1,$$

$$\cos(\gamma) = 0,$$

$$\tan(\gamma) = \text{n\~{o} existe.}$$

f) Qual o perímetro deste triângulo IJJ ?

O perímetro é a soma dos comprimentos de todos os lados do triângulo.

$$P = 16 + 8\sqrt{2}.cm$$

g) Qual a área deste triângulo retângulo?

A área do triângulo é $A = 32\text{ cm}^2$.

Terceiro Teste: Observe a Figura 59, e resolva as seguintes questões:

Figura 59 – Teste 3



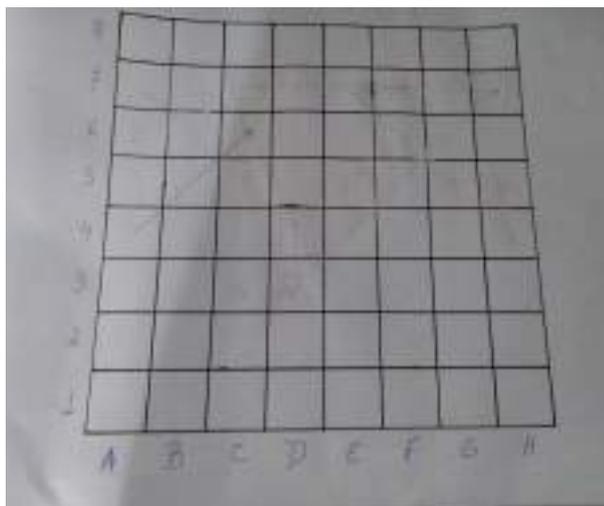
Fonte: <<http://sociedadedostresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate ?

A Rainha que sai da casa $(A, 4)$ e vai até a casa $(C, 6)$.

b) No tabuleiro, faça uma seta na figura 60 indicando este movimento.

Figura 60 – Solução do Exercício, letra b)



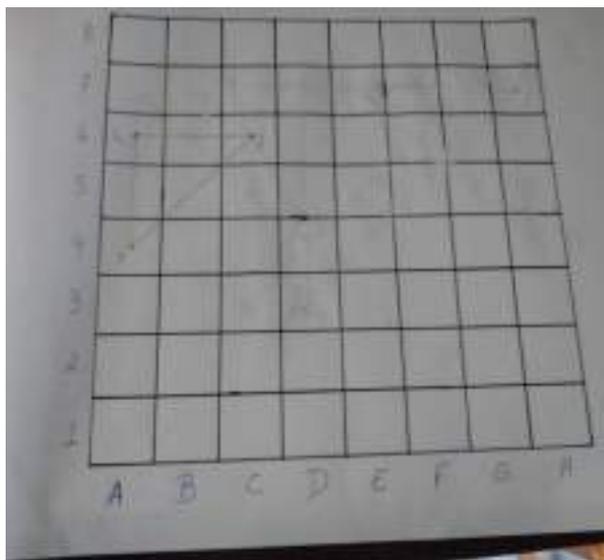
Fonte: Próprio Autor

- c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 61, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro.

Após isso, traçar uma reta passando pelo ponto I , paralela ao eixo dos números; traçar uma reta passando pelo ponto J paralela ao eixo das letras; marcar um ponto onde essas paralelas se intersectam, o qual denotaremos de ponto L ; obtendo assim um triângulo retângulo IJJ . Com isto, basta achar os valores dos catetos, cujo os valores vão ser $\overline{IL} = b$ e $\overline{JL} = c$, onde $b = 4$ e $c = 4$ centímetros. Sendo assim, basta usar o teorema de Pitágoras para achar a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo IJJ .

Figura 61 – Solução do Exercício, letra c)



Fonte: Próprio Autor

Nota-se que a distância percorrida é a hipotenusa do Triângulo Retângulo, desta forma basta aplicar o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$= b^2 + c^2$$

$$= 4^2 + 4^2$$

$$= 16 + 16$$

$$= 32.$$

Então a distância percorrida pela peça é $\sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5,66$ centímetros.

d) No tabuleiro abaixo, com o uso de um transferidor na figura 62, 63, 64, diga os valores dos ângulos internos α , β e γ deste triângulo retângulo?

O ângulo α será 45 graus.

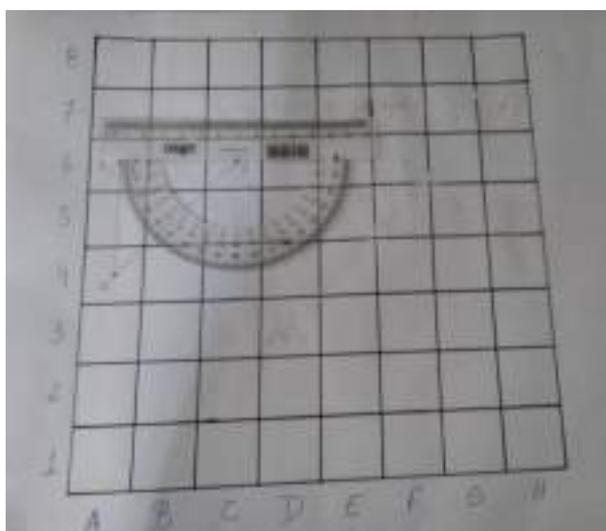
Figura 62 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo β será 45 graus.

Figura 63 – Solução do Exercício, letra d)

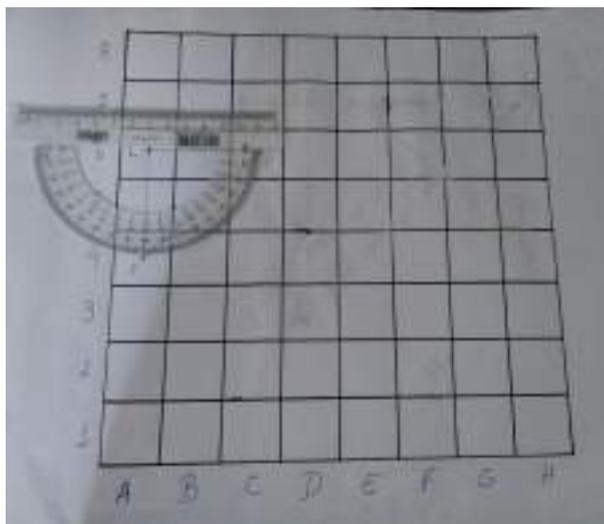


Fonte: Próprio Autor

Portanto, o triângulo IJJ é um triângulo isósceles.

O ângulo γ será 90 graus.

Figura 64 – Solução do Exercício, letra d)



Fonte: Próprio Autor

e) Qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?

Para o ângulo α temos: $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\tan(\alpha) = 1$.

Para o ângulo β temos: $\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\tan(\beta) = 1$.

Para o ângulo γ temos: $\sin(\gamma) = 1$, $\cos(\gamma) = 0$ e $\tan(\gamma) =$ Não existe.

f) Qual o perímetro deste triângulo IJL ?

O perímetro P é a soma dos comprimentos de todos os lados do triângulo.

$$P = 8 + 4\sqrt{2}.cm$$

g) Qual a área deste triângulo retângulo?

A área do triângulo é $A = 8\text{ cm}^2$.

5 Considerações finais

Com as atividades propostas, esperamos que por meio da prática do Jogo de Xadrez seja possível propiciar aos alunos momentos de lazer. Além disso, que as atividades possam estimular o raciocínio lógico, a concentração e também contribuir para o seu desenvolvimento cognitivo. Esperamos que os estudantes possam correlacionar o jogo com outras disciplinas (não só com a matemática) e assim o aluno possa construir habilidades de forma mais geral.

A escolha pelo do Jogo de Xadrez e não por outros jogos de tabuleiro, foi devido ao fato que ampliaria muito o trabalho e não contemplaria o objetivo que é mostrar que o Jogo de Xadrez pode ser uma ótima alternativa pedagógica para o ensino da matemática. Além disso, porque existem muitos jogos de tabuleiro e um diferencial que o Jogo de Xadrez possui um sistema de anotações onde se permite trabalhar com o Plano Cartesiano e também, além disso, as peças se movimentam por várias casas e em direções diferentes, e não por uma só casa e direção de cada vez.

Ante todo o exposto, foi possível perceber que os jogos são importantes para os alunos que demandam de um incentivo a mais para que ocorra a aprendizagem, em especial os que estão colocados no Ensino Fundamental, pois se encontram em uma fase de conhecimento e se apegam a atividades que lhe chamam a atenção. Deste modo, é possível reparar que a utilização de jogos, em particular o Xadrez (que estabelece uma estratégia de ensino-aprendizagem), pode criar condições para que os educandos sejam capazes de associar, compreender e relacionar o Jogo de Xadrez com as Coordenadas no Plano Cartesiano, Geometria Plana e com a Trigonometria no triângulo retângulo através do Tabuleiro de Xadrez e do movimentos das peças.

Desta forma, foram muitos os aprendizados durante a escrita do trabalho, pois o Jogo de Xadrez propicia trabalhar com vários conceitos matemáticos de uma forma leve e prazerosa e também podemos perceber com o desenvolvimento das atividades a presença da matemática nos detalhes do dia a dia de forma lúdica e divertida.

Devido a tudo isto, esperamos que os alunos compreendam a importância do tema e reconheçam que o Jogo de Xadrez auxilia o professor a proporcionar um ensino e aprendizagem de qualidade. Que por meio do jogo seja possível diminuir o distanciamento que muitas vezes existe entre o professor e o aluno durante as aulas de matemática.

Referências

- ALBUQUERQUE, A. *Mate em 1*. Sociedade dos Mestres de Xadrez, 2021. Disponível em: <<http://sociedadedosmestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>. Acesso em: 01/08/2021. Citado 4 vezes nas páginas 42, 47, 56 e 62.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 3 e 4 ciclos do Ensino Fundamental*. Brasília, 1997. 57 p. Acesso em 01/07/2021. Citado 3 vezes nas páginas 14, 15 e 19.
- BRASIL. Base nacional comum curricular (BNCC). Educação é a Base. MEC/CONSED/UNDIME, Brasília, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 27/06/2021. Citado 5 vezes nas páginas 15, 19, 22, 31 e 40.
- BUENO, J. *Versão Preliminar da Apostila de Xadrez Pedagógico*. 2018. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/72802740-Versao-preliminar-da-apostila-de-xadrez-pedagogico.html>>. Acesso em: 04.10.2021. Citado na página 23.
- CHAVANTE, E. R. *Matemática Anos Finais- sexto ano Componente Curricular: Matemática*. São Paulo: SM didaticos, 2018. Citado na página 28.
- DANTE, L. R. *Projeto Teláris: Matemática 6*. São Paulo: Ática, 2015. Citado na página 18.
- HUIZINGA, J. *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura*. São Paulo: Perspectiva, 2004. 4, 14, 193 p. Citado na página 16.
- OLIVEIRA, C. A. S. de; CASTILHO, J. E. *O xadrez como ferramenta pedagógica complementar no ensino da matemática*. 2006. Disponível em: <<https://www.bing.com/search?q=O+xadrez+como+ferramenta+pedagógica+complementar+no+ensino+da+matemática&cvid=96e97d9c5bab4ca7b8915f0401ca47f1&aqs=edge..69i57.1749j0j1&pglt=43&FORM=ANNTA1&PC=ACTS>>. Acesso em: 02/07/2021. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 17.
- OLIVEIRA, T. J. de. O xadrez como uma alternativa pedagógica no âmbito escolar. *Revista Educação Pública*, v. 19, n. 20, 2019. Acesso em: 02/07/2021. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 16.
- PENTEADO, L.; COQUEIRO, V. S.; HERMANN, W. *O ensino de conteúdos matemáticos a partir do jogo de xadrez no Ensino Fundamental*. 2011. Disponível em: <http://fecilcam.br/nupem/anais_vi_epct/PDF/ciencias_exatas/09-PENTEADO_COQUEIRO_HERMANN.pdf>. Acesso em: 02/07/2021. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 18.
- TOTAL, X. *Entrevista com o professor Charles Moura Netto*. 2011. Disponível em: <<http://w.w.w.xadreztotal.com.br/entrevista-com-o-professor-Charles-Moura-Netto/>>. Acesso em: 01/07/2021. Citado na página 17.

VIRTUOUS. *História do xadrez*. 2021. Disponível em: <http://www.soxadrez.com.br/conteudos/historia_xadrez/>. Acesso em: 27/06/2021. Citado na página 12.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. São Paulo: Martins Fontes, 1998. Trad. José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 16.

XADREZ, S. *Movimento das Peças*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2021. Disponível em: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>. Acesso em: 02/08/2021. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 23.

XADREZ, S. *Tabuleiro e Peças*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2021. Disponível em: <https://www.soxadrez.com.br/conteudos/tabuleiro_pecas/>. Acesso em: 02/08/2021. Citado na página 23.

Apêndices

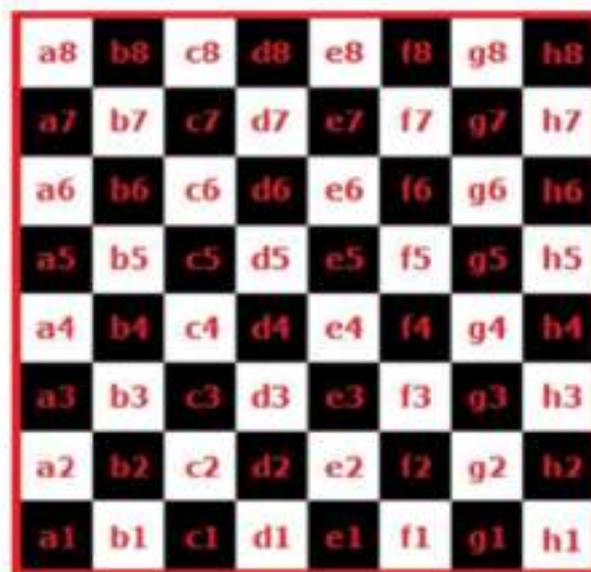
APÊNDICE A – Material do Aluno

Atividade 1

Vamos começar com uma breve introdução básica do Jogo de Xadrez para facilitar a compreensão do restante da atividade ou simplesmente refrescar a sua memória.

Conforme o site Xadrez (2021b), O tabuleiro do Jogo de Xadrez consiste em 64 espaços quadrados, temos as colunas (fileiras verticais) em sua direção e do seu oponente, que são marcadas de "a" para "h" e depois as linhas (fileiras horizontais) de 1 a 8. Cada um desses quadrados é identificado pela combinação de uma letra da coluna e o número da fileira horizontal. Conforme a Figura 1:

Figura 1 – Tabuleiro de Xadrez



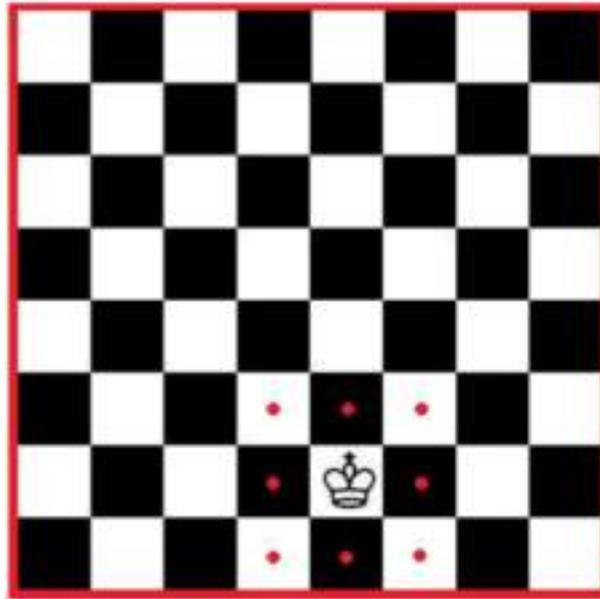
Fonte: <https://www.soxadrez.com.br/conteudos/tabuleiro_pecas/>

Em matemática, costumamos identificar a posição da peça na forma de par ordenado. Por exemplo, se a peça estiver na posição $b3$, escrevemos $(b, 3)$. A primeira coordenada se refere a coluna e a segunda se refere a linha.

Sendo assim, depois desta breve introdução básica do tabuleiro do Jogo de Xadrez, serão apresentados quais os movimentos que podem ser feitos com cada uma das seis peças do jogo de xadrez (XADREZ, 2021a).

O **Rei** pode se mover em todas direções (vertical, horizontal e diagonal) somente uma casa de cada vez, desde que o movimento não seja para uma casa ameaçada pelo adversário, como indicam os pontos vermelhos na Figura 2:

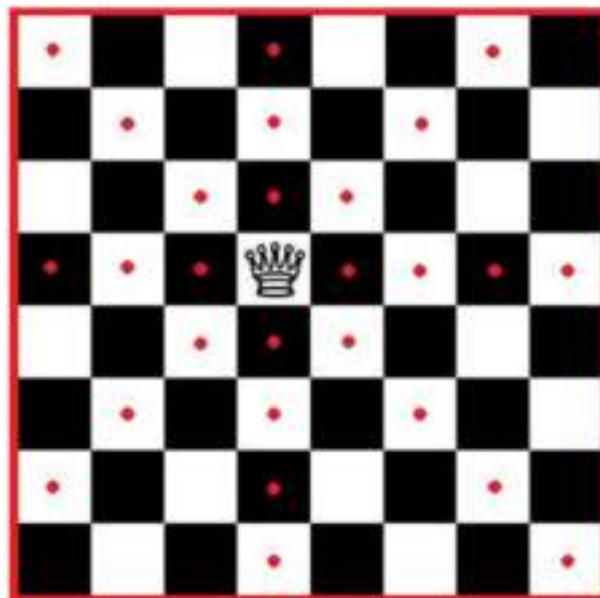
Figura 2 – Possíveis movimentos do Rei



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

A **Dama**, assim como o Rei, pode se mover em todas direções (vertical, horizontal e diagonal), porém quantas casas quiser, desde que estejam livres. Porém, o movimento ocorre apenas em um sentido em cada jogada. Como indicam os pontos vermelhos na Figura 3:

Figura 3 – Possíveis movimentos da Dama

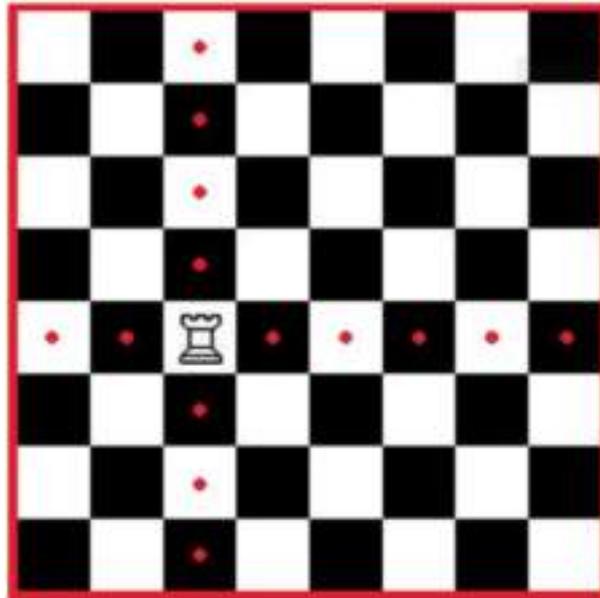


Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

A **Torre** se movimenta em direções ortogonais, isto é, pelas linhas (horizontais) e

colunas (verticais), não podendo se mover pelas diagonais. Ela pode mover quantas casas desejar se estiverem desocupadas pelas colunas e linhas, porém, apenas em um sentido em cada jogada. Como indicam os pontos vermelhos na Figura 4:

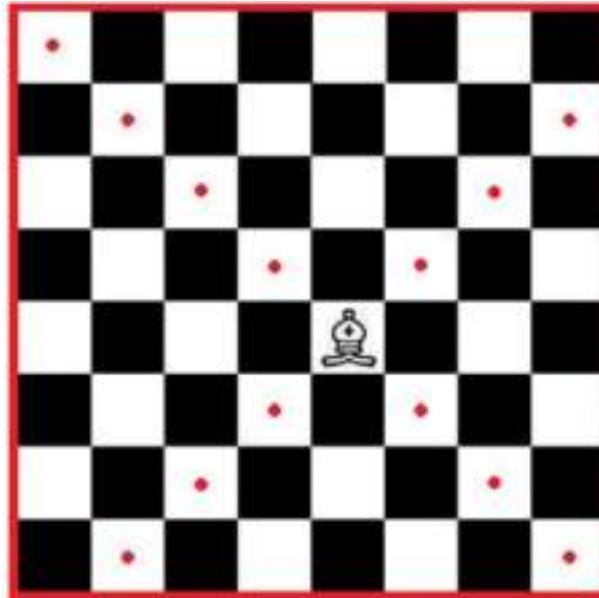
Figura 4 – Possíveis movimentos da Torre



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>

O **Bispo** se movimenta nas direções diagonais, não podendo se mover pelas ortogonais como as Torres. Ele pode mover quantas casas quiser pelas diagonais, porém, apenas em um sentido em cada jogada e desde que as mesmas estejam desobstruídas. O Bispo que iniciar a partida em uma casa branca somente poderá transitar pelas brancas, enquanto o Bispo que inicia em uma casa preta somente poderá transitar pelas casas pretas. Observe a ilustração dos movimentos possíveis para o Bispo na Figura 5:

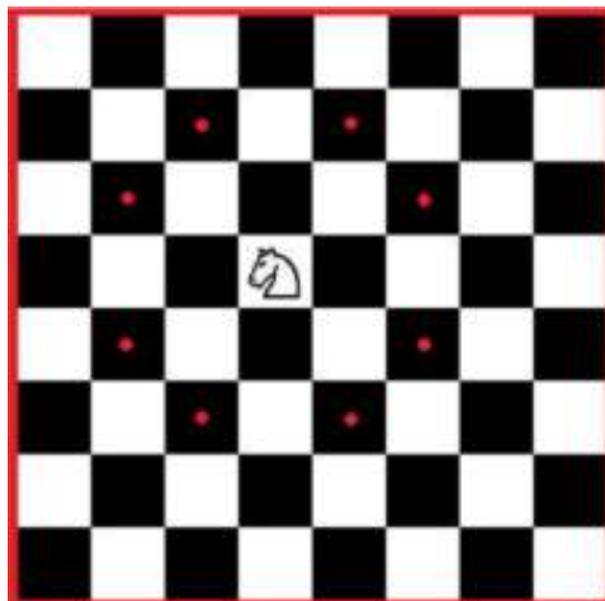
Figura 5 – Possíveis movimentos do Bispo



Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/p1.php>>

O **Cavalo** é a única peça que pode "saltar" sobre outras peças. A movimentação do cavalo é feita em forma de "L", ou seja, anda 2 casas em qualquer direção (vertical ou horizontal) e depois mais uma em sentido perpendicular. Como indicam os pontos vermelhos na Figura 6:

Figura 6 – Possíveis movimentos do Cavalo

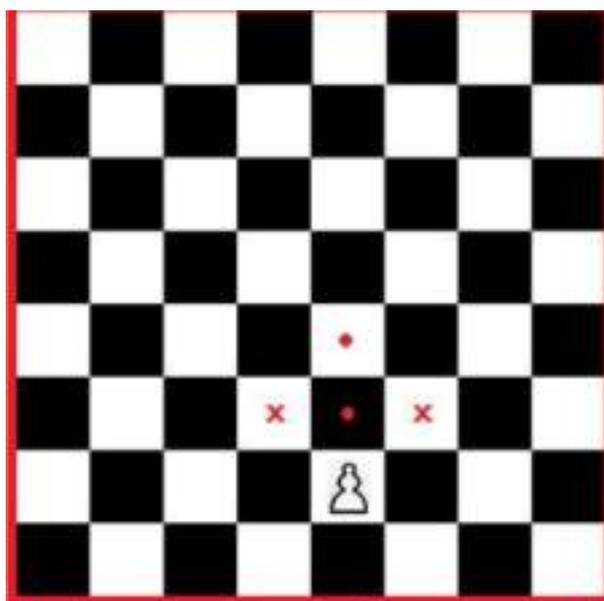


Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/p1.php>>

O **Peão** somente pode fazer movimentos adjacentes à sua posição anterior, isto é,

não pode retroceder. O peão, assim como o rei só pode deslocar-se uma casa à frente por lance, no entanto, quando o peão ainda está na sua posição inicial, este pode dar um salto de 2 casas à frente, conforme indicam os pontos vermelhos na Figura 7, e também é a única peça que efetua a captura de outra peça com um movimento diferente do utilizado para avançar no tabuleiro. Ele captura as peças que estejam em sua diagonal uma fileira acima, ou seja, nas colunas adjacentes a sua. Como indicam os xis vermelhos na Figura 7:

Figura 7 – Possíveis movimentos do Peão



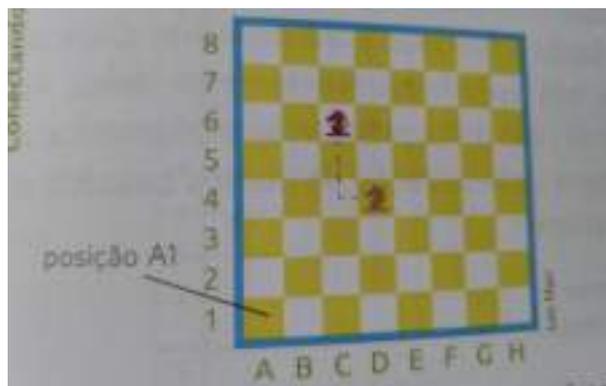
Fonte: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/p1.php>>

Os exercícios a seguir foram adaptados de Bueno (2018).

Exercícios

No jogo de xadrez, o movimento do cavalo lembra a letra L. Na Figura 8, observe um possível movimento do cavalo, peça inicialmente localizada na posição (C, 6) e após o movimento na posição (D, 4).

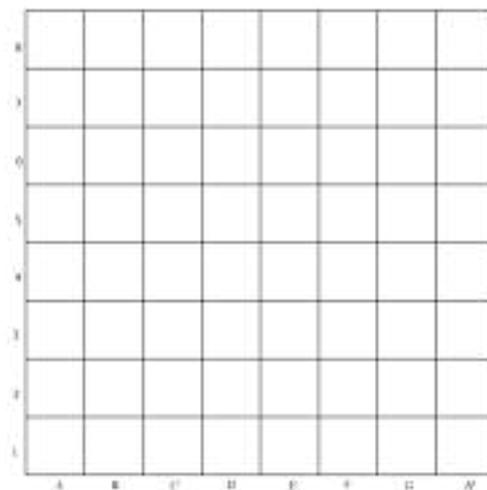
Figura 8 – Movimento possível do cavalo



Fonte: Retirado de (CHAVANTE, 2018)

Exercício 1. a) Marque com um X na Figura 9, todos os movimentos possíveis do cavalo a partir da posição (C, 6), conforme o exemplo indicado na imagem da Figura 8.

Figura 9 – Solução do Exercício 1 - Letra a)

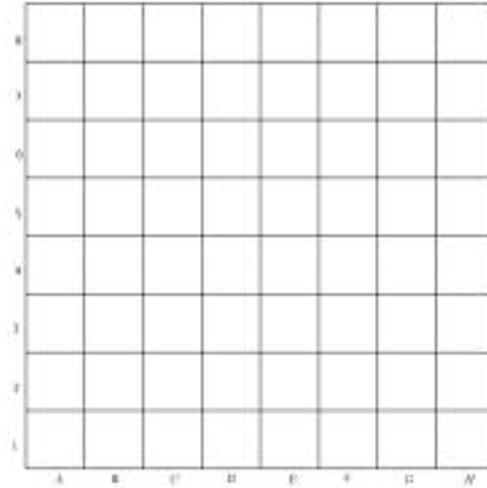


b) Escreva todas as coordenadas achadas na Figura 9.

Desafio

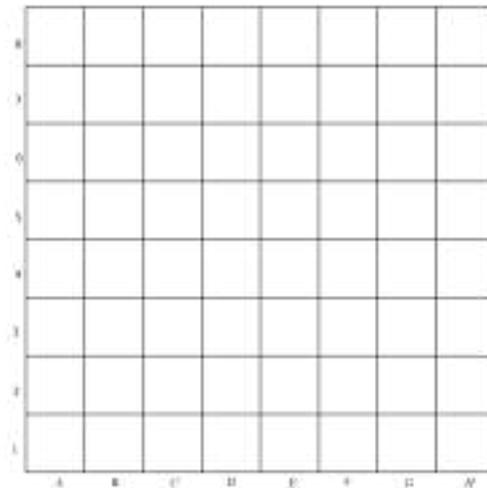
- a) Considere os pontos (B, 2), (B, 4), (C, 1), (C, 5), (E, 1), (E, 5), (F, 2), (F, 4). Na Figura 10 marque com um X todos esses pontos no tabuleiro.
- b) Diga qual a peça faz este movimento e marque com um ponto qual a posição que ela se encontra no tabuleiro.

Figura 10 – Solução do Desafio - Letra b)



- c) Considere um bispo na posição $(E, 4)$. Marque com um X na Figura 11 todos os movimentos possíveis do bispo, anotando suas respectivas coordenadas. (Lembre-se que o bispo só se movimenta em diagonal).

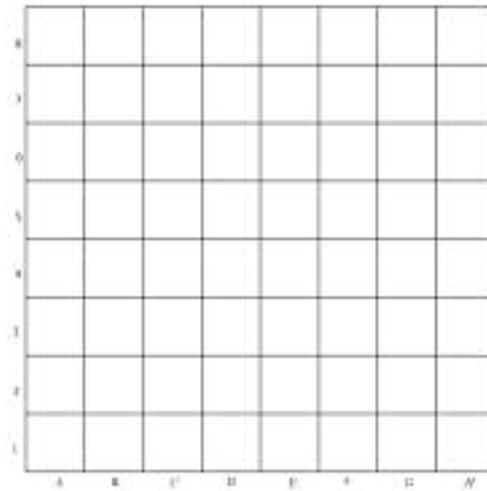
Figura 11 – Solução do Desafio, letra c).



Atividade 2

Vamos construir nosso próprio tabuleiro: essa etapa é opcional, se o professor preferir pode entregar uma imagem do tabuleiro já construída, conforme a Figura 12.

Figura 12 – Tabuleiro



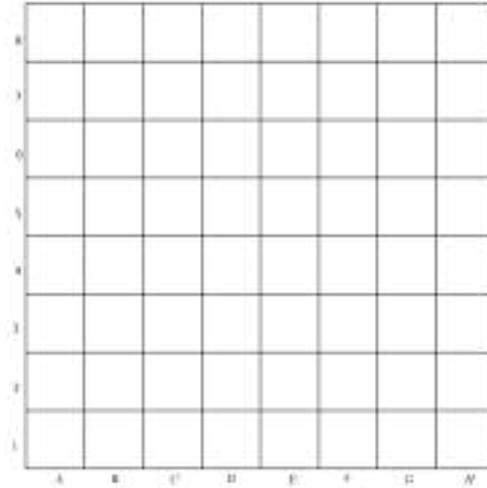
Nos exercícios que seguem, observe que o tabuleiro é um quadrado que tem como comprimento de lado 16 cm. São 64 quadrados menores (casas), onde cada um desses quadrados tem medida de lado 2 cm.

Exercícios

Temos um cavalo na posição $(D, 3)$, lembre-se que o cavalo anda em formato de L, e que a peça se movimenta pelo meio do tabuleiro.

Observe a Figura 13 e faça os seguintes passos:

Figura 13 – Cavalo na casa $(D, 3)$



Primeiro passo: marque um ponto que denotaremos de ponto A , no centro da casa onde a peça se encontra que é a posição $(D, 3)$.

Segundo passo: faça um movimento da peça (são oito possíveis movimentos), marque um ponto no centro da casa onde a peça chegou, onde denotaremos de ponto B ;

Terceiro passo: traçar uma reta passando pelo ponto A , paralela ao eixo dos números;

Quarto passo: traçar uma reta passando pelo ponto B paralela ao eixo dos letras;

Quinto passo: marcar um ponto onde essas paralelas se intersectam, o qual denotaremos de ponto C ;

Sexto passo: traçar os segmentos de reta AB , BC e CA .

Note que depois de realizar esses passos, formamos um triângulo retângulo ABC .

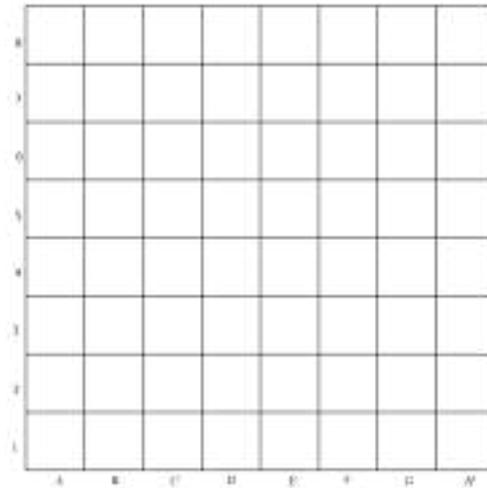
Com relação ao triângulo retângulo responda:

- Qual a medida dos catetos?
- A hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo?
- O perímetro do triângulo ABC é menor ou maior que 6 cm?
- Qual a medida da hipotenusa?
- Qual o valor do perímetro do triângulo ABC ?
- Qual a área deste triângulo retângulo?

Desafio

Temos um cavalo na posição $(D, 3)$. Escolha outro movimento do cavalo e faça todos os passos do exercício anterior. Quando chegar no triângulo conforme a Figura 14, compare com o triângulo obtido anteriormente. Os catetos, a hipotenusa, o perímetro e a área são iguais ou diferentes?

Figura 14 – Cavalo na casa (D3)



Atividade 3

Você sabe o que é xeque-mate? Então vamos dar uma breve explicação do que é xeque-mate, que é uma jogada que representa o final da partida, para obter a vitória no Jogo de Xadrez é preciso dar um xeque-mate, ou seja, colocar o Rei adversário em uma posição na qual seja impossível ele escapar. O jogador que fizer isto primeiro vence a partida, mas vale salientar que existem três formas de sair do xeque-mate:

- Capturar a peça que está atacando o Rei;
- Colocando uma peça entre o Rei e a peça que está atacando;
- Mover o Rei para uma casa que não esteja em ataque;

Porém, se nenhum desses movimentos puder ser efetuado, então o xeque-mate é concretizado e a partida termina.

Para resolver tanto os exemplos como os exercícios, suponha que cada quadrado menor (ou casa do tabuleiro), tenha 2 cm de lado cada um. Por exemplo, a casa $(A, 1)$ tem medida de lado 2 cm.

Exemplo

No diagrama 15 mostrado a seguir, é a peça branca que joga e dá xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021). Observe a Figura 15 e responda as seguintes questões:

Figura 15 – Exemplo



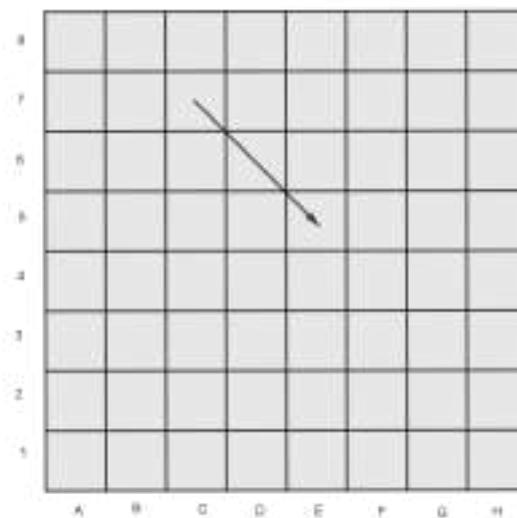
Fonte: <<http://4.bp.blogspot.com/-DLy8ZXE2HA/TV0UGCwReKI/AAAAAAAAADhI/n4tHkW8ASdU/s400/19.jpg>>

a) Qual peça faz este lance?

A Rainha que sai da casa (C, 7) e vai até a casa (E, 5).

b) No tabuleiro, trace uma seta na Figura 16 indicando qual este movimento.

Figura 16 – Solução do Exemplo, letra b)



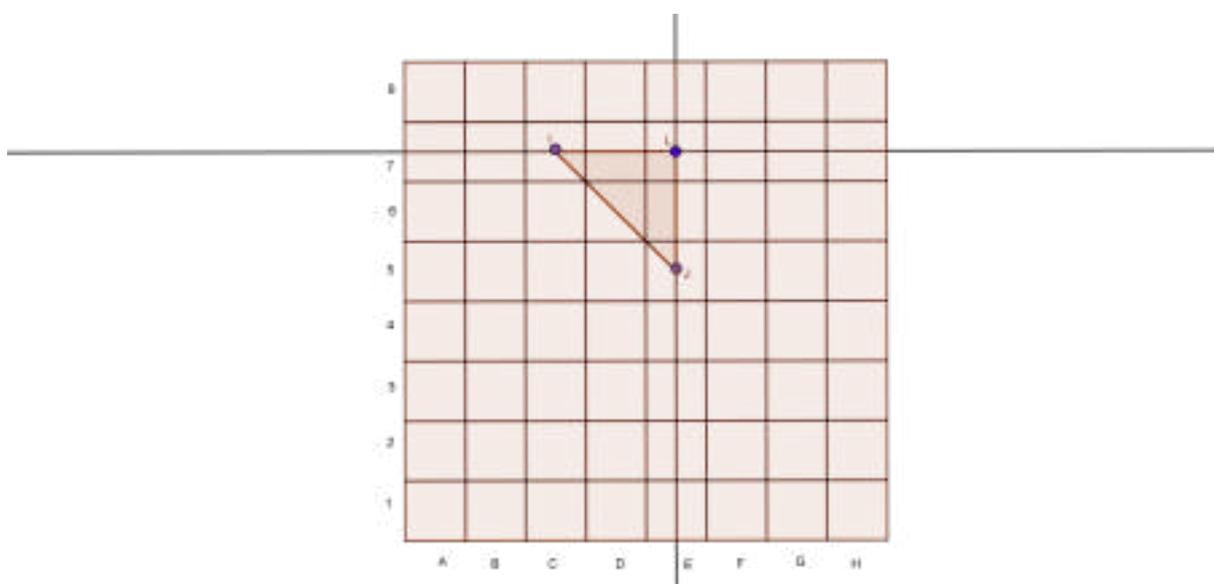
Fonte: Próprio Autor

c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras (como na Figura 17), calcule qual a distância percorrida (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro.

Após isso, traçar uma reta passando pelo ponto I , paralela ao eixo dos números; traçar uma reta passando pelo ponto J paralela ao eixo das letras; marcar um ponto onde essas paralelas se intersectam, o qual denotaremos de ponto L ; obtendo assim um triângulo retângulo IJJ . Com isto, basta achar os valores dos catetos, cujo os valores vão ser $\overline{IL} = b$ e $\overline{JL} = c$, onde $b = 4$ e $c = 4$ centímetros. Sendo assim, basta usar o teorema de Pitágoras para achar a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo IJJ .

Figura 17 – Solução do Exemplo, letra c)



Fonte: Próprio Autor

Nota-se que a distância percorrida é a medida da hipotenusa do Triângulo Retângulo, desta forma basta aplicar o Teorema de Pitágoras:

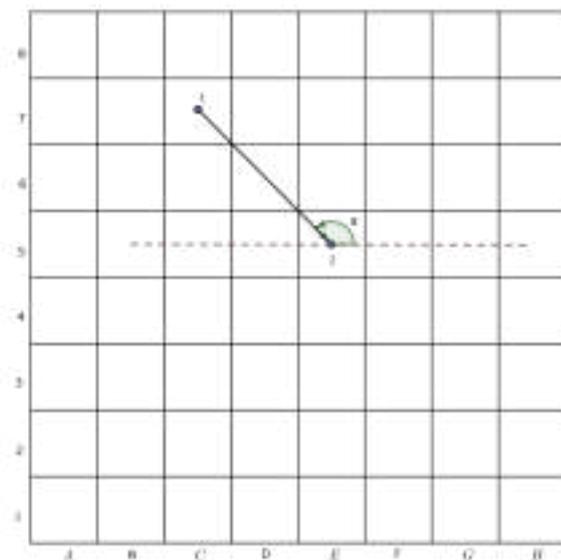
$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 \\
 &= 4^2 + 4^2 \\
 &= 16 + 16 \\
 &= 32.
 \end{aligned}$$

Então a distância percorrida pela peça é $\sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5,66$ centímetros.

- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 18, diga qual o ângulo α , medido no sentido anti horário, que o movimento da peça faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

O ângulo α mede 135 graus.

Figura 18 – Ângulo α

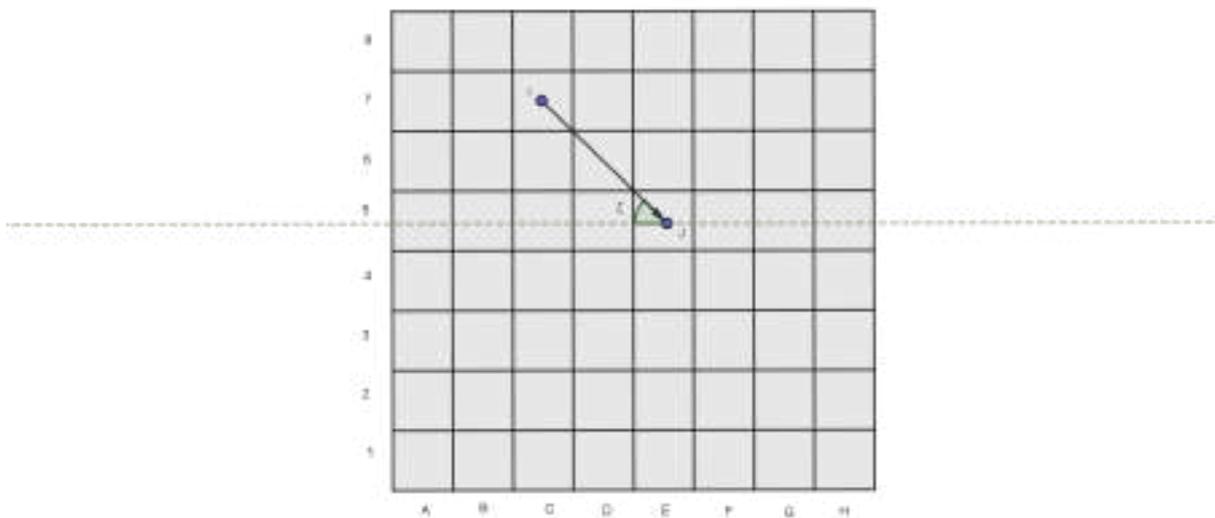


Fonte: Próprio Autor

e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?

O ângulo β mede $180 - 135 = 45$ graus.

Figura 19 – Solução do Exemplo, letra e)



Fonte: Próprio Autor

f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo β ?

Sabendo que $\sin(\beta) = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{hipotenusa}}$, temos:

$$\begin{aligned}\sin(\beta) &= \frac{4}{\sqrt{32}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 16}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 4^2}} \\ &= \frac{4}{4\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

Como temos $\cos(\beta) = \frac{\textit{cateto adjacente}}{\textit{hipotenusa}}$, temos:

$$\begin{aligned}\cos(\beta) &= \frac{4}{\sqrt{32}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 16}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 4^2}} \\ &= \frac{4}{4\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

Além disso, $\tan(\beta) = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{cateto adjacente}}$, logo

$$\begin{aligned}\tan(\beta) &= \frac{4}{4} \\ &= 1.\end{aligned}$$

Exercícios

Nos três diagramas mostrados abaixo, são as peças brancas que jogam e dão xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021).

Vamos resolver estes testes? Conforme o exemplo acima.

Primeiro Teste: observe a Figura 20 e responda as seguintes questões:

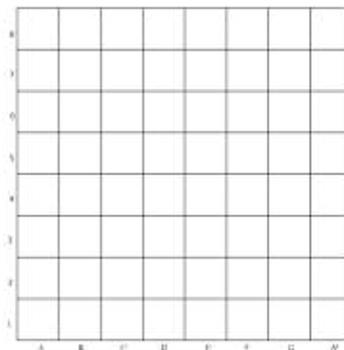
Figura 20 – Teste 1



Fonte: <<http://sociedadedosmestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

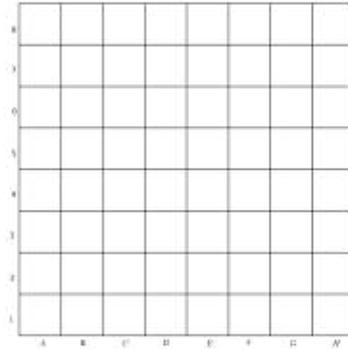
- Qual peça faz este lance para dar xeque-mate?
- No tabuleiro, trace uma seta na Figura 21 indicando este movimento.

Figura 21 – Solução do item B



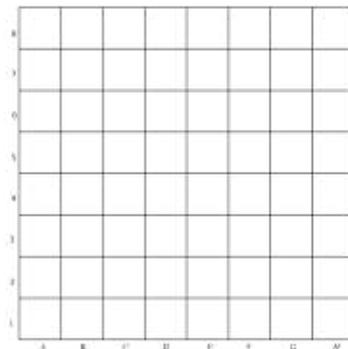
- No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 22, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Figura 22 – Solução do item C



- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 23, diga qual o ângulo α , medido no sentido anti-horário, que o movimento da peça faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

Figura 23 – Solução do item D



- e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?
- f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo α ?

Segundo teste: observe a Figura 24 e responda as seguintes questões:

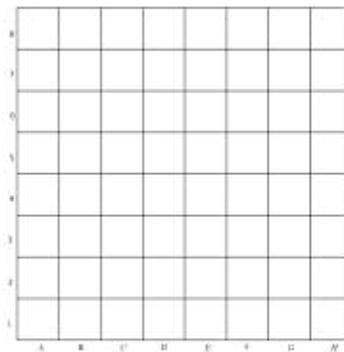
Figura 24 – Teste 2



Fonte: <<http://sociedadedostestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

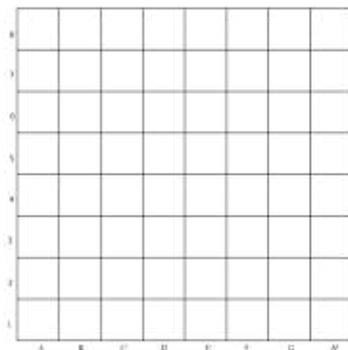
- a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate?
- b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 25 indicando este movimento?

Figura 25 – Solução do item B



- c) Qual a distância percorrida (movimento da peça faz) para dar xeque-mate ?
- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 26 , diga qual o ângulo α , medido no sentido anti horário, que o movimento que a peça para faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

Figura 26 – Solução do item C



- e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?
- f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo β ?

Terceiro teste: observe a Figura 27 e responda as seguintes questões:

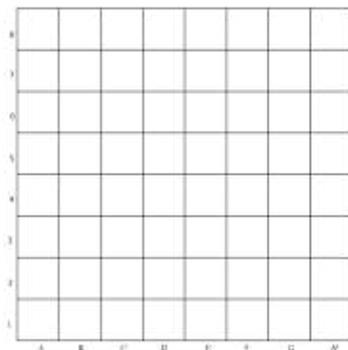
Figura 27 – Teste 3



Fonte: <<http://sociedadedostrestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

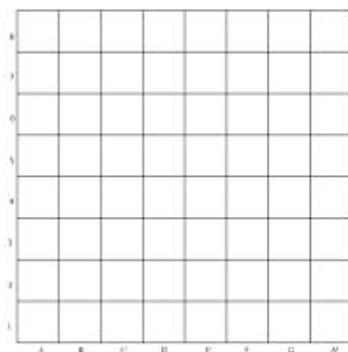
- a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate?
- b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 28 indicando este movimento.

Figura 28 – Solução do item B



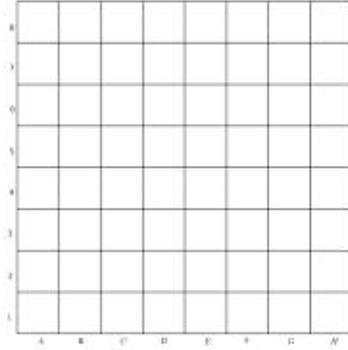
- c) No tabuleiro abaixo, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 29, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Figura 29 – Solução do item c)



- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 30, diga qual o ângulo α , medido no sentido anti horário, que o movimento que a peça para faz para dar xeque-mate, em relação ao eixo horizontal?

Figura 30 – Solução do item d)



- e) Marque no tabuleiro o ângulo β , suplementar do ângulo α . Qual a medida do ângulo β ?
- f) Qual o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo β ?

Desafio

Exemplo

No diagrama 31 mostrado a seguir, é a peça branca que joga e dá xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021). Observe a Figura 31 e responda as seguintes questões:

Figura 31 – Exemplo



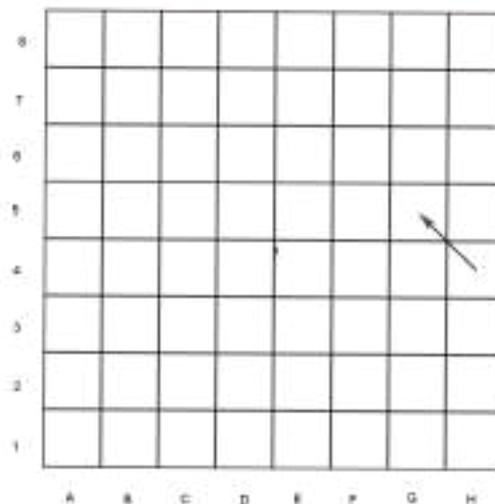
Fonte: <<http://sociedadedostresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance ?

A Rainha que sai da casa $(H, 4)$ e vai até a casa $(G, 5)$.

b) No tabuleiro, faça uma seta na Figura 32 indicando este movimento.

Figura 32 – Solução do Exemplo, letra b)



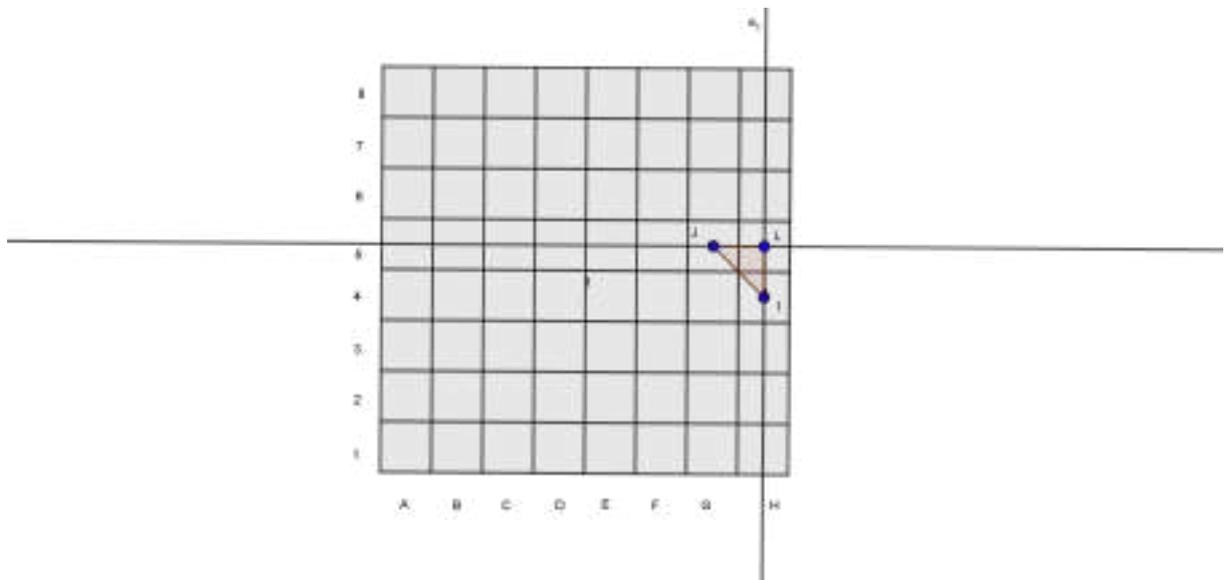
Fonte: Próprio Autor

c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 33, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Depois de traçar o movimento que a peça faz para dar xeque-mate, em seguida indique o ponto inicial I e ponto final J no tabuleiro. Suponha que cada quadrado do tabuleiro tenha 2 cm de lado e que os pontos I e J estejam posicionados em seu centro.

Após isso, traçar uma reta passando pelo ponto I , paralela ao eixo dos números; traçar uma reta passando pelo ponto J paralela ao eixo das letras; marcar um ponto onde essas paralelas se intersectam, o qual denotaremos de ponto L ; obtendo assim um triângulo retângulo $IJJL$. Com isto, basta achar os valores dos catetos, cujo os valores vão ser $\overline{IL} = b$ e $\overline{JL} = c$, onde $b = 2$ e $c = 2$ centímetros. Sendo assim, basta aplicar o Teorema de Pitágoras para achar a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo $IJJL$.

Figura 33 – Solução do Exemplo, letra c)



Fonte: Próprio Autor

Nota-se que a distância percorrida é a hipotenusa do Triângulo Retângulo, desta forma basta aplicar o Teorema de Pitágoras:

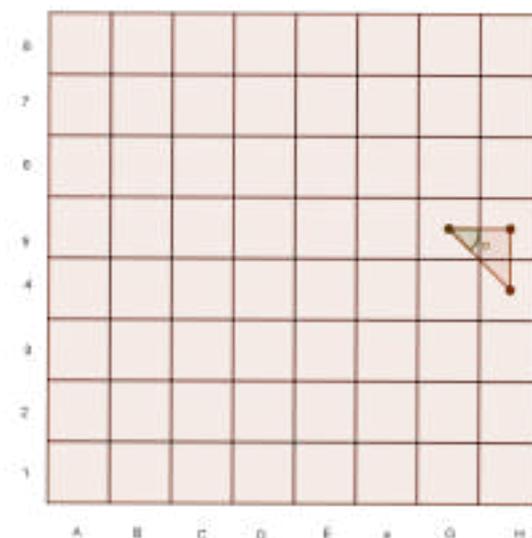
$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 \\
 &= 2^2 + 2^2 \\
 &= 4 + 4 \\
 &= 8.
 \end{aligned}$$

Então a distância percorrida pela peça é $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$ centímetros.

- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 34, encontre os valores dos ângulos internos α , β e γ deste triângulo retângulo?

Sabe-se que em qualquer triângulo, a soma de seus ângulos internos é 180 graus.
O ângulo α mede 45 graus.

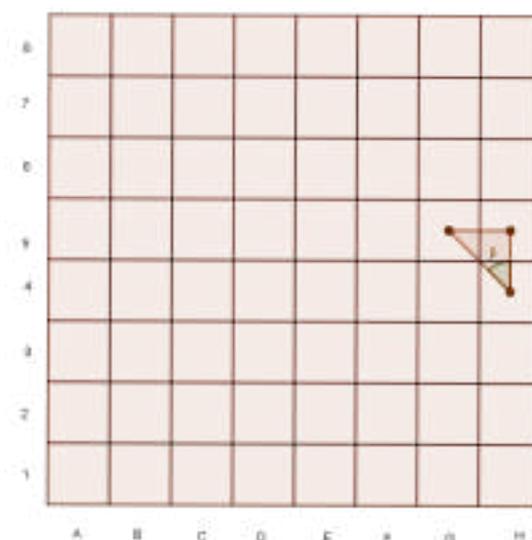
Figura 34 – Solução do Exemplo, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo β mede 45 graus. Observe que o triângulo IJJ é isósceles de base IJ .

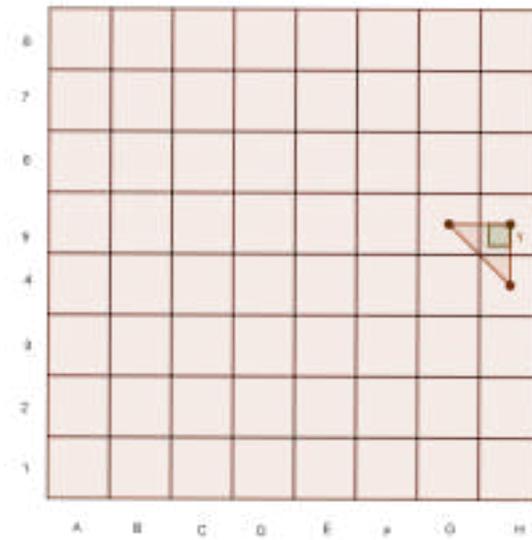
Figura 35 – Solução do Exemplo, letra d)



Fonte: Próprio Autor

O ângulo γ mede 90 graus, por isso o triângulo IJJ é um triângulo retângulo. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180 graus, também é possível determinar γ fazendo $\gamma = 180 - \alpha - \beta$.

Figura 36 – Solução do Exemplo, letra d)



Fonte: Próprio Autor

e) Qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?

Sabemos que $\sin(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$, assim temos:

$$\begin{aligned}\sin(\alpha) &= \frac{2}{\sqrt{8}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2^2}} \\ &= \frac{2}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{1\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

Além disso, $\cos(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$. Portanto,

$$\begin{aligned}
\cos(\alpha) &= \frac{2}{\sqrt{8}} \\
&= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2}} \\
&= \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2^2}} \\
&= \frac{2}{2\sqrt{2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\
&= \frac{\sqrt{2}}{2}.
\end{aligned}$$

E ainda temos $\tan(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$. Assim,

$$\begin{aligned}
\tan(\alpha) &= \frac{2}{2} \\
&= 1
\end{aligned}$$

Analogamente, temos: $\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\tan(\beta) = 1$.

Finalmente, para γ temos: $\sin(\gamma) = 1$

$$\cos(\gamma) = 0$$

$\tan(\gamma) = \text{n\~{a}o existe}$.

f) Qual o per\u00edmetro deste tri\u00e2ngulo IJL ?

O per\u00edmetro \u00e9 a soma dos comprimentos de todos os lados do tri\u00e2ngulo.

$$P = L_1 + L_2 + L_3$$

$$P = 2 + 2 + \sqrt{8}$$

$$P = 4 + \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$P = 4 + \sqrt{2^2} \sqrt{2}$$

$$P = 4 + 2\sqrt{2} \text{cm}.$$

g) Qual a área deste triângulo retângulo?

$$A = \frac{B \times H}{2}$$

$$A = \frac{2 \times 2}{2} = \frac{4}{2}$$

$$A = 2 \text{ cm}^2.$$

Exercícios

Nos três diagramas mostrados abaixo, são as peças brancas que jogam e dão xeque-mate em 1 lance (ALBUQUERQUE, 2021).

Vamos resolver estes testes? Conforme o exemplo acima.

Primeiro teste: Observe a Figura 37 e resolva as seguintes questões:

Figura 37 – Teste 1

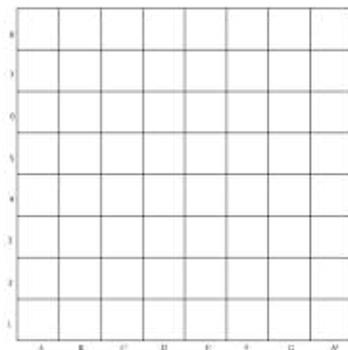


Fonte: <<http://sociedadedostresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate?

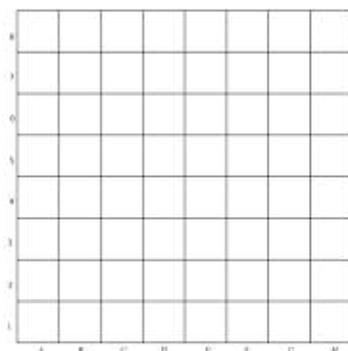
b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 38 indicando este movimento.

Figura 38 – Solução do Exercício, letra b)



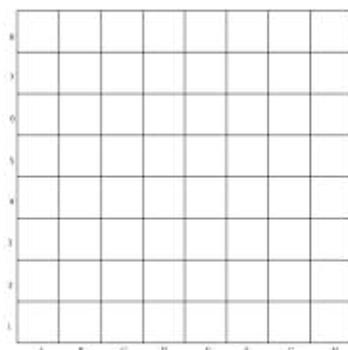
- c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 39, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Figura 39 – Solução do Exercício, letra c)



- d) No tabuleiro, com o uso de um transferidor na Figura 40, determine os valores dos ângulos internos α , β e γ do triângulo IJL ?

Figura 40 – Solução do Exercício, letra d)



- e) Qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?
- f) Qual o perímetro deste triângulo IJJ ?
- g) Qual a área deste triângulo retângulo?

Segundo teste: Observe a Figura 41 e resolva as seguintes as questões:

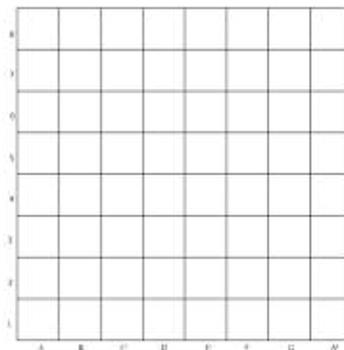
Figura 41 – Teste 2



Fonte: <<http://sociedademosmestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

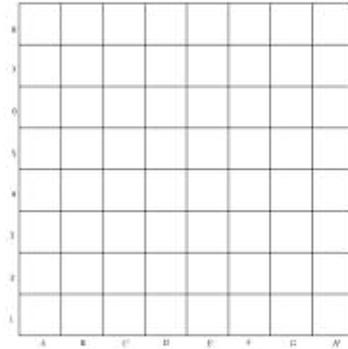
- a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate?
- b) No tabuleiro abaixo, faça uma seta na Figura 42 indicando este movimento.

Figura 42 – Solução do Desafio, letra b)



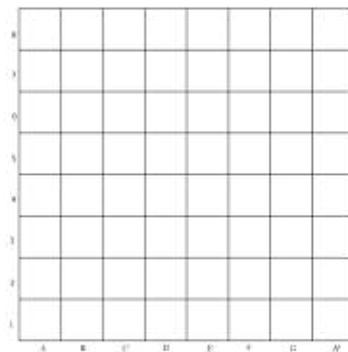
- c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 42, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Figura 43 – Solução do Desafio, letra c)



- d) No tabuleiro abaixo, com o uso de um transferidor na Figura 44, diga os valores dos ângulos internos α , β e γ deste triângulo retângulo?

Figura 44 – Solução do Desafio, letra d)



- e) Qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?
- f) Qual o perímetro deste triângulo IJJ ?
- g) Qual a área deste triângulo retângulo?

Terceiro Teste: Observe a Figura 45 e responda as seguintes questões:

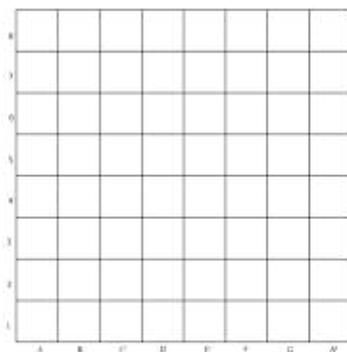
Figura 45 – Teste 3



Fonte: <<http://sociedadedostestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>

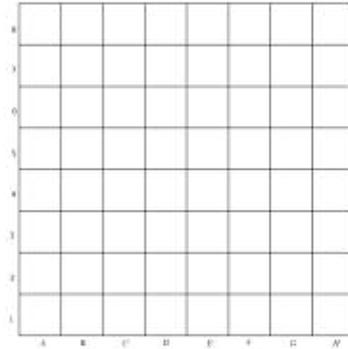
- a) Qual peça faz este lance para dar xeque-mate?
- b) No tabuleiro, faça uma seta na figura 46 indicando este movimento.

Figura 46 – Solução do Desafio, letra b)



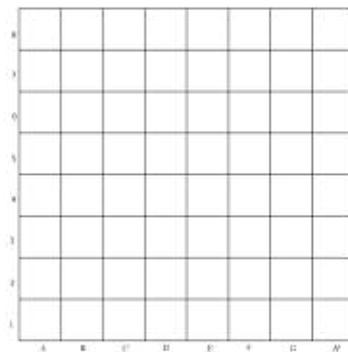
- c) No tabuleiro, usando o Teorema de Pitágoras na Figura 47, calcule qual a distância (movimento que a peça faz) para dar xeque-mate?

Figura 47 – Solução do Desafio, letra c)



- d) No tabuleiro abaixo, com o uso de um transferidor na figura 48, diga os valores dos ângulos internos α , β e γ deste triângulo retângulo?

Figura 48 – Solução do Desafio, letra d)



- e) qual o seno, cosseno e tangente dos ângulos α , β e γ ?
- f) Qual o perímetro deste triângulo IJJ ?

Referências

ALBUQUERQUE, A. *Mate em 1*. Sociedade dos Mestres de Xadrez, 2021. Disponível em: <<http://sociedadedosmestresdexadrez.blogspot.com/2011/10/mate-em-1.html>>. Acesso em: 01/08/2021. 11, 16, 21, 27

BUENO, J. *Versão Preliminar da Apostila de Xadrez Pedagógico*. 2018. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/72802740-Versao-preliminar-da-apostila-de-xadrez-pedagogico.html>>. Acesso em: 04.10.2021. 5

CHAVANTE, E. R. *Matemática Anos Finais- sexto ano Componente Curricular: Matemática*. São Paulo: SM didaticos, 2018. 6

XADREZ, S. *Movimento das Peças*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2021. Disponível em: <<https://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>. Acesso em: 02/08/2021. 1

XADREZ, S. *Tabuleiro e Peças*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2021. Disponível em: <https://www.soxadrez.com.br/conteudos/tabuleiro_pecas/>. Acesso em: 02/08/2021. 1



Universidade Federal do Rio Grande – FURG

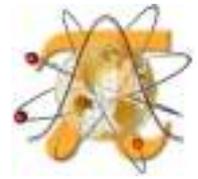
Instituto de Matemática, Estatística e Física

Curso de Licenciatura em Matemática

Av. Itália km 8 Bairro Carreiros

Rio Grande-RS CEP: 96.203-900 Fone (53)3293.5411

e-mail: imef@furg.br Sítio: www.imef.furg.br



Ata de Defesa de Monografia

No terceiro dia do mês de março de 2022 foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico **Maurício Fangueiro Pereira** intitulada **O Jogo de Xadrez: uma alternativa para ensinar Matemática**, sob orientação da Prof.^a Dr.^a Cinthya Maria Schneider Meneghetti, deste instituto. A banca avaliadora foi composta pelo Prof. Dr. Rodrigo Barbosa Soares e pela Prof.^a Dr.^a Luciele Rodrigues Nunes, ambos do IMEF/FURG. O candidato foi: (x) aprovado por unanimidade; () aprovado somente após satisfazer as exigências que constam na folha de modificações, no prazo fixado pela banca; () reprovado. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada.

Documento assinado digitalmente
gov.br Cinthya Maria Schneider Meneghetti
Data: 03/03/2022 16:33:07-0300
Verifique em <https://verificador.ig.br>

Prof.^a Dr.^a Cinthya Maria Schneider Meneghetti

Orientadora

Documento assinado digitalmente
gov.br RODRIGO BARBOSA SOARES
Data: 07/03/2022 15:31:37-0300
Verifique em <https://verificador.ig.br>

Prof. Dr. Rodrigo Barbosa Soares

Prof.^a Dr.^a Luciele Rodrigues Nunes