

Yan Bueno Bandeira

Uma breve visão da Física dos raios
cósmicos

Rio Grande
2018

Yan Bueno Bandeira

Uma breve visão da Física dos raios cósmicos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande, para a obtenção de Título de Graduação em Física Bacharelado, com ênfase em Física Teórica e Experimental.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Mackedanz

Rio Grande
2018

Yan, Yan Bueno Bandeira.

Uma breve visão da Física dos raios cósmicos

118 páginas

Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal do Rio Grande. Instituto de Matemática Estatística e Física.

1. Física de partículas
2. Astropartículas
3. Mecanismos estocásticos

I. Universidade Federal do Rio Grande. Instituto de Matemática Estatística e Física.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr.
João Thiago de Santana Amaral

Prof. Dr.
Otavio Socolowski Junior

Prof. Dr.
Luiz Fernando Mackedanz

Dedico este trabalho à minha avó, Iolanda, porque, mesmo não estando presente neste momento, sempre estará em minhas memórias.

Agradecimentos

Primeiramente, glória a Deus.

Agradeço ao meu orientador, Luiz Mackedanz, pelos ensinamentos, conversas e pela paciência ao longo destes anos de trabalho. Agradeço também à minha companheira Andreara pelo suporte ao longo de todo o processo. E venho também agradecer aos meus amigos Lucas, Janaína, Diego, Dayane por tornar até os períodos mais conturbados nos mais tranquilos. Ademais não posso deixar de agradecer a todos os meus colegas de graduação que sempre estiveram presentes, seja para simplesmente relaxar em meio ao estressante semestre ou para discutir conceitos físicos e construirmos conhecimento. Preciso também agradecer o Luan Alberlecht, pelas dicas que foram muito úteis.

Por fim, gostaria de fazer um agradecimento especial para minha família por sempre me apoiar ao longo desta caminhada.

Resumo

Neste trabalho, apresentamos uma introdução aos estudos sobre a Física de raios cósmicos. Sendo assim, buscamos descrever modelos para a produção, tratando das principais fontes investigadas na literatura; para a propagação, onde apresentamos de forma detalhada a existência do corte GZK nas energias destas partículas; e para a aceleração, onde descrevemos de maneira mais adequada possível as formas como uma partícula ganha energia em sua propagação pelo espaço. Além disso, nosso objetivo é criar um manual introdutório, a nível de graduação, para balizar os estudos sobre o tema.

Palavras-chave: Física de partículas, astropartículas, mecanismos estocásticos.

Abstract

In this work, we present an introduction to the studies on the physics of cosmic rays, trying to describe models for the production, dealing with the main sources investigated in the literature; for the propagation, presenting in detail the existence of the GZK cut in the energies of these particles; and for acceleration, Describing more adequately describe the ways in which a particle gains energy in its propagation through space. In addition, our objective is to create an introductory manual, at the undergraduate level, to mark the studies on the subject.

Keywords: particle physics, astroparticles, stochastic mechanisms.

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de Hillas, diagrama que conecta o campo magnético e o tamanho da região de aceleração, os objetos que estão abaixo da linha verde não são capazes de acelerar prótons ou núcleons de ferro a energias elevadas, portanto, os tornando não fontes de UHECR. <i>Fonte:</i> Adaptado de [20]	16
2.2	Comparação entre a abundância de elementos entre o sistema solar e os elementos observados nos raios cósmicos. <i>Fonte:</i> Adaptado de [10]	20
3.1	Partícula descrevendo uma órbita circular em torno da mancha solar. <i>Fonte:</i> Adaptado de [14]	39
3.2	Mancha solar de raio R se movendo sobre a superfície solar. <i>Fonte:</i> Adaptado de [7]	41
3.3	Partícula incidindo sobre uma nuvem, que se propaga com velocidade V , energia inicial E , segundo um ângulo θ com a direção da velocidade V , medidos no referencial do observador S . <i>Fonte:</i> Adaptado de [7]	47
3.4	Cenário visto no ref. S , no qual o choque está em repouso. <i>Fonte:</i> Adaptado de [7]	55
3.5	Cenário onde o referencial escolhido é o da região upstream. <i>Fonte:</i> Adaptado de [7]	55

3.6	Cenário onde o referencial escolhido é o da região downstream. <i>Fonte:</i> Adaptado de [7]	56
3.7	Partícula na região upstream, ref. S , incidindo sobre a frente de choque a partir de um ângulo θ formado com o eixo \hat{x} . <i>Fonte:</i> Adaptado de [7]	57
4.1	Fluxo de raios cósmicos atingindo a Terra, reescalado pela energia à potência de 2,5. No eixo superior, energia equivalente no centro de massa de uma colisão próton-próton. <i>Fonte:</i> Adaptado de Luan Alberletch	68
4.2	Fluxograma esquemático representando toda a estrutura de um chuveiro atmosférico extenso.	72
4.3	Desenvolvimento longitudinal dos fótons, elétrons, múons e da componente hadrônica de CAE gerado por um próton primário de energia 10^{15} eV, via simulação a partir do CORSIKA[17]. <i>Fonte:</i> Próprio autor.	74
4.4	Ilustração de como se faz a detecção de chuveiro atmosférico extenso, onde é possível ver os detectores de fluorescência, <i>Fly's Eye</i> , apontado para o topo da atmosfera e os detectores no nível do solo. E ao lado a formação do perfil de distribuição longitudinal de partículas do EAS. <i>Fonte:</i> [28]	76
4.5	Ilustração do modelo de Heitler, onde temos um elétron realizando sucessivos desdobramentos a cada distância d . <i>Fonte:</i> [15]	78
4.6	Ilustração do modelo de Heitler-Matthews, onde temos um raio cósmico realizando sua primeira interação a profundidade de χ_0 e produzindo píons carregados, π^\pm , e píons neutros, π^0 . <i>Fonte:</i> [22]	81
5.1	Imagem de um fóton gerador de um chuveiro atmosférico extenso, gerada a partir do CORSIKA e da funcionalidade PLOTSH [17]. <i>Fonte:</i> Próprio autor.	98

5.2	Gráfico representando o perfil longitudinal do chuvaireo extenso atmosférico iniciado por um fóton com energia de 10^{14} eV. <i>Fonte:</i> Próprio autor	99
5.3	Imagem de um próton gerador de um chuvaireo atmosférico extenso, gerada a partir do CORSIKA e da funcionalidade PLOTSH[17]. <i>Fonte:</i> Próprio autor.	100
5.4	Gráfico representando o perfil longitudinal do chuvaireo extenso atmosférico iniciado por um fóton com energia de 10^{14} eV. <i>Fonte:</i> Próprio autor	101
5.5	Imagem de um núcleo de Ferro gerador de um chuvaireo atmosférico extenso, gerada a partir do CORSIKA e da funcionalidade PLOTSH [17]. <i>Fonte:</i> Próprio autor.	102
5.6	Gráfico representando o perfil longitudinal do chuvaireo extenso atmosférico iniciado por um núcleo de Ferro com energia de 10^{14} eV. <i>Fonte:</i> Próprio autor	103
5.7	Gráfico representando o perfil longitudinal do chuvaireo extenso atmosférico iniciado por um fóton, próton e núcleo de Ferro, respectivamente, com energia de 10^{14} eV. <i>Fonte:</i> Próprio autor	104

Sumário

1	A descoberta dos Raios cósmicos	1
1.1	Desenvolvimento científico prévio	1
1.2	A disputa pela primazia da descoberta	4
1.2.1	A contribuição de Pacini	4
1.2.2	A contribuição de Hess	5
1.2.3	Polêmicas e o Prêmio Nobel	7
1.3	O nascimento de uma nova área da Física	8
1.4	Conclusão	10
2	Caracterização dos raios cósmicos	11
2.1	Fontes de raios cósmicos	11
2.2	Propagação	17
2.2.1	Interações Fóton-Núcleo(raio cósmico)	21
2.2.2	Corte GZK	25
2.3	Conclusão	31
3	Mecanismos de aceleração	33
3.1	Modelo Top-Down	33
3.2	Modelo Bottom-Up	35
3.2.1	Aceleração direta	35

3.2.2	Aceleração estatística ou estocástica	46
3.3	Conclusão	65
4	Raios cósmicos na Terra	67
4.1	Espectro	68
4.2	EAS - Extensive Air Shower	72
4.2.1	Cascata eletromagnética	77
4.2.2	Cascata Hadrônica	80
4.3	Conclusão	90
5	Simulação de chuviros atmosféricos	91
5.1	CORSIKA	91
5.2	Desenvolvimento longitudinal	96
5.3	Conclusão	106
6	Considerações Finais e Perspectivas	107
	Referências Bibliográficas	109
A	Transformações de Lorentz para a Energia e o Momento Linear	112
B	Cinemática do Decaimento de dois corpos	117

Capítulo 1

A descoberta dos Raios cósmicos

Em junho de 1911, o físico italiano Domenico Pacini (1878-1934) introduziu um eletroscópio nas águas do Golfo de Gênova para medir a condutividade residual do ar contido do interior no aparelho e acabou por concluir que os resultados diferentes do esperado, baseado nas informações da época, deveriam ser provenientes de um agente extraterrestre [8, 25]. Poucos meses depois, o físico austríaco Viktor Franz Hess (1883-1964), de forma independente, em experimentos realizados a bordo de balões em altitudes maiores, também caracterizou esta radiação de forma semelhante [16].

Neste capítulo, apresentamos o desenvolvimento histórico da ciência, sobretudo sobre o problema da ionização do ar atmosférico, e como as diferentes contribuições, de cientistas de diferentes nacionalidades, auxiliaram na descoberta experimental dos raios cósmicos por estes dois cientistas. Além disso, discutimos brevemente a primazia dessa descoberta.

1.1 Desenvolvimento científico prévio

O contexto histórico científico que leva Pacini a realizar esse experimento remonta aos primórdios da Teoria Eletromagnética. Em 1785, com a apresentação do trabalho,

pelo físico francês Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), de que uma esfera eletrizada carregada em ambiente fechado e suspensa por um fio de seda perdia carga de maneira progressiva o que apontou-se para a existência de uma condutividade intrínseca do ar. Em 1835, Michael Faraday (1791-1867), e William Crookes (1832-1919), em 1879, observaram que a velocidade de descarga era proporcional à pressão do ar, corroborando a ideia da ionização do ar atmosférico.

Em 1896, Henri Becquerel (1852-1908) verificou que sais de urânio emitiam *raios* que eram capazes de aumentar a condutividade do ar; Os mesmos foram denominados *raios ionizantes*, pois tinham a capacidade de retirar elétrons dos átomos e de gases, dando origem a íons livres. Logo após a descoberta de Becquerel, Pierre Curie (1859-1906) e Marie Curie (1867-1934) descobriram que outras substâncias eram capazes de emitir esses raios espontaneamente, nomeando-as de substâncias *radioativas* [4]. Com isso, tornou-se possível determinar a velocidade de ionização a partir da taxa de descarga de um eletroscópio, usando a radioatividade como padrão de calibragem.

No início do século XX, Charles Thomson Rees Wilson (1869-1959), na escócia, e Hans Geitel (1855-1923) e Julius Elster (1854-1920), na Alemanha, realizaram montagens experimentais com eletroscópios de folhas de ouro, uma versão mais sofisticada e evoluída da esfera de Coulomb, e os três constataram uma descarga de maneira indefinida e de velocidades variadas, mesmo com o máximo de cuidado para manter isoladas as folhas do eletroscópio [5]. Assim, era possível fazer a medição da taxa de descarga com maior precisão, o que permitia medidas mais acuradas sobre a ionização do ar atmosférico. Tendo isso em mente, em 1902, Ernest Rutherford (1871-1937) e seus colaboradores mostraram que a radiação ionizante era externa ao instrumento; ela possuía alto poder penetrante e não provinha da radioatividade das superfícies interiores. Com isto se deu início a busca por tal fonte radioativa capaz de produzir tal emissão, caracterizando seu tipo e sua origem. Uma origem óbvia, para a comunidade científica, era de que esta fonte fosse a radioatividade natural da crosta terrestre. Uma

prova experimental, porém, era difícil de ser conseguida e, por esse motivo, o assunto seguia aberto à especulações [5].

Numa destas hipóteses, Charles Wilson, em tom profético, sugeriu uma possível origem extraterrestre para tal radiação, porém, sua montagem experimental, em túneis de grandes profundidades, sob uma camada de rocha sólida, não resultava em nenhum decréscimo na ionização, o que não apoiava a origem extraterrestre desta radiação. Essa hipótese, contudo, não foi completamente abandonada, uma vez que foi retomada em 1907 pelo engenheiro químico Francês Albert Nodon (1862-1934)[4]. Nodon é considerado um dos pioneiros na física da radiação cósmica, realizando estudos precisos das variações de ionização segundo a altitude e assumindo que esta *radiação penetrante* tinha origem exterior à Terra.

Resumindo o que havia sido detectado experimentalmente e seu desenvolvimento teórico quanto à ionização do ar, três fontes eram possíveis: uma radiação extraterrestre, provavelmente proveniente do Sol; a radioatividade da crosta terrestre; e a radioatividade da atmosfera. Isto foi sumarizado por Karl Kurz em 1909 [18], que concluiu, a partir de experimentos realizados na parte mais baixa da atmosfera, que a fonte extraterrestre para a radiação era improvável [5]. Neste mesmo ano, o físico Theodor Wulf (1868-1946), inventor de eletroscópio, decidiu investigar a variação da radioatividade com a altura, de forma a testar sua origem. Para isso, levou um de seus aparelhos para a torre Eiffel e realizou medições de ionização do ar tanto no topo da torre (a 300m de altura) quanto na base. Esperava-se que, a partir de 80m de altura, a taxa de ionização diminuísse pela metade, mas Wulf constatou que a taxa medida era bastante superior ao valor esperado. Para justificar tal fato, ele concluiu que ou haveria fontes de raios γ na atmosfera, ou a absorção de radiação γ no ar era muito mais fraca do que se pensava[4].

Os resultados obtidos por Wulf foram de grande valor para a ciência, uma vez que foram coletados em diferentes horários do dia e por um número grande de dias. Isso

forneceu confiabilidade à informação do efeito da altitude sobre a radiação penetrante. Porém, mesmo com este resultado inesperado, Wulf manteve a conclusão de que a explicação mais provável ainda era a emissão a partir do solo [5].

1.2 A disputa pela primazia da descoberta

1.2.1 A contribuição de Pacini

A conclusão de Wulf começou a ser contestada por Domenico Pacini a partir de comparações entre taxas de ionização medidas em altitude e embaixo d'água. Seus estudos foram desenvolvidos no período entre 1909 e 1911, principalmente buscando medidas da condutividade do ar, usando um eletroscópio mais sensível [5]. Nesta sequência de medições, buscou estudar também a dependência do tipo de meio envolvido na descarga. Seus experimentos sob a água não podiam ser explicados pelo modelo da emissão de radioatividade pelo solo, considerando esta como com taxa constante, sendo o pioneiro nesta determinação [9].

Realizando experimentos detalhados sob o Golfo de Gênova, a 300m da costa a 3m de profundidade, e utilizando um eletrômetro disposto em uma caixa de cobre que possibilitava sua imersão na água a tal profundidade, Pacini comparou as taxas de descargas medidas pelo aparato na superfície e submerso, constatando um decréscimo de 20% em relação ao valor na superfície. Isto era consistente com a absorção pela água de radiação proveniente de uma fonte externa. Segundo Pacini [8, 25], ao utilizar a expressão conhecida para absorção

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{d}{\lambda}\right), \quad (1.1)$$

com um coeficiente de absorção para a água igual à 0,034, e considerando a pouca presença de substâncias radioativas no mar e as próprias condições do experimento,

com a caixa de cobre que envolvia o aparato, o resultado leva à conclusão da existência de uma radiação altamente penetrante e não proveniente da superfície terrestre ou da atmosfera, visto que a água absorveria tal radiação. Por esse motivo, a radiação medida no experimento de Pacini era uma radiação exterior, extraterrestre [4, 24, 9].

Este resultado de Pacini, porém, apesar de ser relevante para o entendimento da origem da radiação ionizante, ainda não pode ser considerado como definitivo, uma vez que a técnica utilizada não excluía totalmente a origem atmosférica da radiação [4]. Um ano após o trabalho de Pacini, foram obtidos resultados mais precisos sobre a origem da radiação ionizante a partir de medições a altas altitudes realizadas com as ascensões em balões. Experimentos desse tipo foram realizados primeiramente pelo físico alemão Albert Gockel (1860-1927), e tinham como motivação a mesma de Wulf: proteger seus equipamentos dos efeitos da radiação do solo. E assim como Wulf observou, Gockel percebeu que por mais densa que fosse a massa de ar durante as ascensões, isso não afetava os resultados com um decréscimo da ionização. Estes resultados, porém, em conjunto com os obtidos por Pacini, apontavam para a necessidade de se considerar, de forma sistemática, uma fonte diferente da crosta terrestre para explicar os resultados, o que os físicos da época ainda relutavam em aceitar [5].

1.2.2 A contribuição de Hess

Os resultados obtidos por Wulf foram posteriormente questionados pelo físico inglês Arthur Stewart Eve (1862-1948), responsável por estudar os coeficientes de absorção da radioatividade na atmosfera. Segundo Eve, se assumirmos uma distribuição uniforme de RaC (cloreto de rádio) na superfície e na camada mais externa da Terra, o efeito da radiação decresce para 36% com uma elevação de 100 m [5].

Essas observações serviram de motivação para o físico austríaco Viktor Franz Hess (1883-1964), pois levaram-no a medir o coeficiente de absorção de raios γ pelo ar em uma série de experiências em laboratório. Nestas montagens experimentais, esse coeficiente

variava entre uma fonte intensa de radiação e um detector de ionização e um eletrômetro de Wulf. O resultado desta série de experiências permitiu inferir que a radiação deveria ser absorvida pelo ar a altitudes maiores do que 500m, supondo a crosta terrestre como a fonte intensa [4].

Tendo em mãos este resultado, Hess começa a fazer experiências em balões entre 1911 e 1912. Realiza diversas ascensões, em sua maioria, à noite, sendo apenas uma delas feita durante o dia, porém, sob eclipse total, o que permitiu ao mesmo desconsiderar o sol como fonte direta de radiação. Em 1912, munido de um eletroscópio, agora associado a um detector de ionização, Hess realizou medições na altura de 5.350m. Ali constatou que os efeitos ionizantes aumentavam de maneira evidente, e este aumento não era correlacionado a fontes atmosféricas ou terrestres. Como este aumento era proporcional a altura obtida pela balão, ficou claro que essa radiação ionizante tinha realmente fonte extraterrestre [16]. Hess realizou medições em várias altitudes, com cuidado especial para minimizar a radiação de seu próprio dispositivo de medidas, assim como levar as variáveis meteorológicas em consideração.

Ao fazer a análise dos dados, sua primeira conclusão foi a de que, para altitudes de aproximadamente 1000 *m*, haveria uma diminuição na medida de radiação devido ao fato de que os raios γ provenientes da superfície terrestre seriam absorvidos pelo ar, assim como previsto pelo mesmo. O que não podia ser explicado era o comportamento contrário para altitudes maiores, conforme aumentava a altitude, maior era a radiação encontrada, e essas observações não podiam ser explicadas nem pelas substâncias radioativas presentes nas nuvens ou nos nevoeiros e nem pelas variações meteorológicas. Portanto, restava somente uma explicação: haveria uma radiação penetrante que alcançava nossa atmosfera pelo alto e produziria nas camadas atmosféricas, até mesmo nas mais baixas, uma quantidade de ionização significativa a ponto de ser observada em recipientes fechados[4].

1.2.3 Polêmicas e o Prêmio Nobel

Inicialmente, essa nova radiação foi denominada *radiação ultrapenetrante*, dada sua capacidade de atravessar grandes quantidades de matéria, mas sua denominação mais usual e precisa, em relação ao conhecido atualmente, deu-se início uma década após os experimentos de Pacini e Hess com o termo *radiação cósmica*, usado pelo físico norte-americano Robert Millikan (1868-1953). Aliás, Millikan e Hess estiveram envolvidos em uma polêmica quanto à prioridade da descoberta no final da década de 1920. Utilizando sua reputação como propaganda, os raios cósmicos eram conhecidos como *Raios Millikan* em muitos países europeus, como a França. Devido às contribuições do francês Nodon aos estudos da radiação cósmica, chegaram a ser denominados Raios Millikan-Nodon neste país [4]. Apesar dessa denominação, seu comportamento corpuscular só foi comprovado em 1929, por Walter Bothe e Werner Kolhörster, na Alemanha [3].

Essa polêmica, porém, pode incluir também o nome de Pacini, uma vez que os experimentos deste foram importantes para definir o caráter não terrestre dessa radiação. Registros mais recentes [9] mostram a troca de cartas entre Hess e Pacini, durante o ano de 1920, nas quais é debatida a contribuição e prioridade de cada um. Alguns autores [4, 5] não consideram isso como uma polêmica, tendo em vista que a comunicação entre os dois, apesar de ser cordial, era dificultada pela barreira linguística em um mundo que saía de uma 1^a Guerra Mundial e no qual os sentimentos nacionalistas muitas vezes chegavam à Ciência. Notamos que a questão da prioridade e do pioneirismo na descoberta dos raios cósmicos está mais associada a publicações apenas em língua materna (italiano para Pacini e alemão para Hess) e justifica uma posterior adoção de uma língua franca para a Ciência - o inglês.

Pela descoberta da radiação cósmica, Viktor Hess foi agraciado com o Prêmio Nobel de Física em 1936. Domenico Pacini faleceu antes disso, em 1934, devido a uma pneumonia, não tendo assim a honra de ter seus esforços para a descoberta dos raios cósmicos reconhecidos pela Academia Real das Ciências da Suécia.

1.3 O nascimento de uma nova área da Física

A descoberta de Hess fez inúmeros cientistas voltarem seus esforços para a recente área dos raios cósmicos, gerando uma grande variedade de resultados: a produção de um efeito cascata ao atingir a atmosfera, estudada por Pierre Auger em 1938, por isto as pesquisas na física dos raios cósmicos se tornou a base para o desenvolvimento da eletrodinâmica quântica e da teoria da cascata eletromagnética[19]; a descoberta do méson-pi (píons - nome genérico para π^- , π^+ e π^0) por Cesar Lattes, pesquisador brasileiro, em parceria com Giuseppe Occhialini e Cecil Powel, em 1947[24], confirmando uma previsão teórica feita por Hideki Yukawa em 1935; a proposição de um modelo teórico para os mecanismos de aceleração astrofísicos capaz de explicar como tais partículas chegam a tais energias, feita por, Enrico Fermi, em 1949[24]; bem como a primeira observação de raios cósmicos com altas energias, feita por John Linsley em 1962[24], entre outros resultados obtidos neste século de observações e medições.

Entre a descoberta dos raios cósmicos e os dias atuais, temos uma diferença temporal de mais de 100 anos de grandes avanços neste ramo de pesquisa, devido ao aprimoramento dos aparatos experimentais para detectar os raios cósmicos, seus produtos e subprodutos, assim como modelos teóricos e numéricos para descrever seus processos. Mas ainda há grandes questões a serem resolvidas, como, por exemplo, a origem astrofísica dos raios cósmicos de mais alta energia. Apesar da construção de aceleradores de partículas que acessam uma faixa de energia cada vez mais alta, o estudo dos raios cósmicos ainda é de grande importância na Física nuclear e na Física de partículas elementares e campos, por acessar informações sobre as partículas e suas interações com energia acima de 10^{17} eV, o que representa uma energia 5 ordens de grandeza **maior** do que a alcançada em uma colisão entre prótons no Large Hadron Collider (LHC).

À esta classe de eventos, denominamos *raios cósmicos ultra energéticos* (UHECR, acrônimo do inglês *Ultra High Energy Cosmic Rays*). Eles configuram a grande incógnita

a ser resolvida dentro da física dos raios cósmicos, sendo portanto uma área em aberto. Uma de suas questões centrais é a dificuldade de analisar partículas acima de um limiar de energia igual a 10^{21} eV, que representa 16 ordens de grandeza **maior** que a massa de repouso do elétron, pois se seguirmos analisando um elétron com tal energia, o mesmo deve ter 99,9999999999999999% da velocidade da luz.

Outra questão que tais raios cósmicos trazem consigo é a de sua origem, a da determinação de onde esses raios cósmicos adquirem energia tão elevada. Para compreendermos qual é a provável fonte de tais partículas, é necessário ter conhecimento da natureza dos raios cósmicos: sua composição química, seu espectro de energia observado na superfície terrestre e sua distribuição de energia. Outro fator necessário na busca por fontes é o conhecimento sobre como os raios cósmicos se propagam no espaço interestelar e/ou intergaláctico até a Terra, pois essa propagação é responsável pelas mudanças na energia final do mesmo. Por fim, o conhecimento da isotropia dos raios cósmicos, pode direcionar a possíveis fontes, sejam elas dentro de nossa galáxia ou fora dela[27].

Os dados obtidos a partir dos raios cósmicos abrangem um grande amontado de áreas do conhecimento, podendo ser aplicado na Astrofísica, para o estudo do meio interplanetário, ou na Cosmologia, devido aos isótopos cosmogênicos produzidos pelos mesmos.

1.4 Conclusão

Nesse capítulo, foram abordadas as motivações iniciais para o descobrimento dos raios cósmicos, assim como todo o desenvolvimento histórico que resulta na comprovação feita por Hess, que serviu de inspiração para a continuidade dos estudos na área, ou na criação realmente da área dos raios cósmicos. Também foi visto quais os impactos primários da descoberta dos raios cósmicos e da formação de uma nova área de estudos na Física.

No próximo capítulo, daremos continuidade à nossa inserção dentro do ramo dos raios cósmicos, mas agora estudando todo o caminho que o raio cósmico faz, isto é: de onde provêm, como adquire energia suficientemente elevada para que conclua sua jornada cósmica até a atmosfera terrestre, assim como o raio cósmico realiza tal percurso até nosso planeta.

Capítulo 2

Caracterização dos raios cósmicos

2.1 Fontes de raios cósmicos

A partir da comprovação de que haveria um emissor de radiação fora do nosso planeta, os olhares se voltaram ao espaço em busca de possíveis fontes. O primeiro candidato foi o Sol, porém, a correta determinação da origem dos raios cósmicos por métodos diretos é impossível devido a sua trajetória aleatória (*random walk*) causada por suas interações com campos magnéticos turbulentos presentes no espaço.

A partir de métodos indiretos, determinou-se que o Sol serve verdadeiramente como uma fonte de raios cósmicos, raios estes que geram um fluxo de entrada na atmosfera terrestre relativamente constante. De acordo com sua faixa de aceleração, a energia que os raios cósmicos adquirem vão até 10^9 eV, esta faixa de energia representa menos da metade do espectro da energia medida nos raios cósmicos, denominados por isso de raios cósmicos solares (SCR - *Solar Cosmic Rays*).

Aproximadamente, nesta mesma faixa de energia dos SCR, a partir do estudo da composição química de um conjunto de partículas, notou-se que estas não possuem o mesmo mecanismo de aceleração que os raios cósmicos solares, ou que os raios cósmicos galácticos, e por isso este conjunto é denominado de raios cósmicos anômalos (ACR -

Anomalous Cosmic Rays). O modelo teórico mais aceito sobre seu processo de aceleração trata as mesmas como partículas neutras de gás interestelar que penetram a heliosfera e que, por serem neutras, não estão sujeitas às forças de Lorentz, restando serem aceleradas por fotoionização ou por trocas com o material do vento solar.[11]

Acima da faixa de energia de 1 GeV (10^9 eV), o Sol não é mais a fonte desses raios cósmicos, portanto, devemos expandir a procura de possíveis fontes, e dentro de nossa galáxia encontra-se tais fontes.

Acredita-se que os raios cósmicos galácticos possam ser acelerados por remanescentes de supernovas, o que foi justificado por Ginzburg e Syrovtskii, em 1964 [19], através de argumentos fortes e simples, baseados nos níveis energéticos destes remanescentes. Como esses níveis são altos, se entre 5% e 10% da energia cinética dos mesmos for convertida para acelerar raios cósmicos, isso proveria um mecanismo com energia suficiente para todo o espectro de raios cósmicos galácticos [19]. O que torna mais fácil considerar os remanescentes de supernova como fontes é que eles geram um campo magnético com uma intensidade maior do que o meio interestelar. O mecanismo de aceleração desses raios cósmicos é a aceleração estatística, normalmente essa aceleração é denominada de mecanismo de Fermi. É bem aceito que partículas com espectro de energia entre 10^9 eV e 10^{16} eV são aceleradas pelos remanescentes ordinários de supernovas[11].

Se assumirmos uma fonte astrofísica de raio R permeada por um campo magnético de intensidade B , conforme uma partícula de carga q se move pelo campo a uma distância ρ , descreve uma trajetória circular, através da força centrípeta

$$\vec{F}_{cp} = \frac{\gamma m_0 \vec{v}^2}{\rho} \quad (2.1)$$

mas a força atuante sobre essa partícula é a força de Lorentz

$$\vec{F}_{cp} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.2)$$

Portanto, a igualdade (2.2) nos fornece

$$\frac{\gamma m_0 \vec{v}^2}{\rho} = q |\vec{v} \times \vec{B}| \quad (2.3)$$

$$\frac{\gamma m_0 v^2}{\rho} = qvB \sin \theta \quad (2.4)$$

Se a distância ρ for maior que o raio da fonte R , a partícula irá sair da região de aceleração, portanto, a condição que deve ser satisfeita é a de que

$$\rho \leq R$$

Ao aplicarmos esta condição para o lado esquerdo da (2.4), temos que

$$\frac{\gamma m_0 v^2}{\rho} \geq \frac{\gamma m_0 v^2}{R} \quad (2.5)$$

Portanto, a expressão (2.4) será reescrita como

$$qBv \sin \theta \geq \frac{\gamma m_0 v^2}{R} \quad (2.6)$$

$$\gamma m_0 v \leq qBR \sin \theta \quad (2.7)$$

$$(2.8)$$

sendo $p = \gamma m_0 v$

$$p \leq qBR \sin \theta \quad (2.9)$$

Na equação (2.9), é perceptível que o limite máximo do *momentum* é determinado quando $\sin \theta = 1$, portanto

$$p_{max} \leq qBR \quad (2.10)$$

Sendo para o caso de partículas ultra-relativísticas, $E \approx pc$, se multiplicarmos (2.10) por c , temos que

$$E^{max} \lesssim cqBR \quad (2.11)$$

Para o caso da Via Láctea, a qual tem um campo magnético de $B = 4 \times 10^6 \text{G}$ e raio de 15kpc , distância dada em Parsec¹, a carga q sendo a carga de um próton, $1,602 \times 10^{-19} \text{C}$. O máximo de energia que seria possivelmente transferida para o mesmo é na ordem

$$E^{max} \lesssim 10^{19} \text{eV} \quad (2.12)$$

Isso implica que raios cósmicos com energias superiores a 10^{19}eV não podem ser acelerados pela Via Láctea. Portanto, temos uma expressão para caracterizar possíveis fontes de raios cósmicos a partir da máxima energia de aceleração possível.

A expressão (2.11) é conhecida como critério de Hillas, sendo uma ferramenta de determinação de possíveis fontes.

Se manipularmos a equação (2.11), tal que

$$\frac{E^{max}}{cq} \lesssim BR \quad (2.13)$$

Se definirmos

¹Unidade astronômica para representar distâncias estelares.

- $f(x) = \log(B)$
- $k_E = \log\left(\frac{E^{max}}{cq}\right)$
- $x = \log(R)$

temos uma função linear

$$f(x) = k_E - x \quad (2.14)$$

Função linear cujo gráfico gerado é denominado *Plot de Hillas* (Fig.2.1), que serve como um catálogo para fontes de raios cósmicos, as linhas diagonais representam a energia do raio cósmico acelerado.

Alguns objetos astrofísicos que são possíveis fontes, segundo a Fig. 2.1, de raios cósmicos são:

Galáxias com Núcleos Ativos: Galáxias que possuem uma emissão incomum de energia em seu núcleo são denominadas Galáxias com Núcleos Ativos (AGN - *Active Galactic Nuclei*) e sua principal característica é que uma grande fração de sua luminosidade total não é térmica e predominantemente é emitida pelo núcleo da mesma. A existência de um buraco negro no centro dessas galáxias pode ser o responsável por tal emissão.

Podem haver AGNs de várias classes, pois há vários fatores distintos sobre as mesmas, como a emissão de espectros em diferentes comprimentos de onda e a presença ou não de jatos. Alguns casos são: Quasares e Rádio-galáxias.

Estrelas de Nêutrons: Objetos de interesse como um mecanismo de aceleração de UHECR, podem ser visto no diagrama de Hillas (Fig.2.1). Apesar de seu tamanho

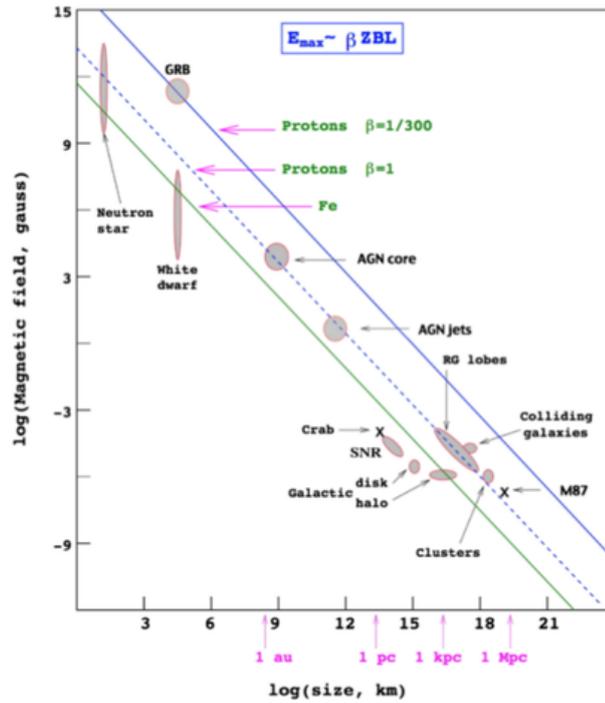


Figura 2.1: Diagrama de Hillas, diagrama que conecta o campo magnético e o tamanho da região de aceleração, os objetos que estão abaixo da linha verde não são capazes de acelerar prótons ou núcleons de ferro à energias elevadas, o que os transforma, portanto, em não fontes de UHECR. *Fonte:* Adaptado de [20]

pequeno, a presença de um forte campo magnético lhe dá a possibilidade de acelerar prótons à energia de 10^{20} eV.

Uma classe dessas estrelas é a dos pulsares, que são fortemente magnetizados e em rotação.

Explosões de Raios- γ : As explosões de raios- γ (GRB - *Gamma-Ray Bursts*) podem emitir partículas carregadas e até mesmo neutrinos com energias muito elevadas, transformando tais objetos astrofísicos em possíveis fontes de raios cósmicos.

Os modelos de aceleração das partículas nessas explosões seguem o mecanismo de Fermi para interação com ondas de choque, o que resulta em um sistema difuso, que será abordado mais a frente.

Para determinar se o candidato à fonte de raios cósmicos é adequado, é necessário determinar a direção de chegada dos raios cósmicos da faixa de energia de interesse apontando ao respectivo candidato. Por exemplo, no caso da supernova, onde o modelo de aceleração é uma onda de choque, as partículas carregadas terão alteração no seu percurso, tanto no momento da aceleração quanto no de sua propagação. Por este motivo, há uma importância maior na análise de componentes neutros, como os raios- γ ou os neutrinos. Os modelos que melhor descrevem raios- γ não são hadrônicos², mas, sim, eletromagnéticos, e baseados na aceleração de elétrons e no processo Compton inverso.

2.2 Propagação

Após a partícula sair da sua fonte, fica a questão: como ela chega até nós? Se a partícula é produzida na nossa galáxia, ela deve atravessar o meio interestelar para chegar à Terra. Se a origem da mesma for extragaláctico, ela deve atravessar o meio interestelar da sua galáxia de origem, cruzar o meio intergaláctico até o meio interestelar da nossa galáxia, atravessando-a até atingir a Terra.

Primeiramente, consideramos que o meio interestelar é composto por nuvens de gases tanto neutros como ionizados, predominantemente hidrogênio, ionizado pela luz das estrelas. Outros componentes que influenciam na propagação do raio cósmico são o campo magnético galáctico caótico e o regular e a radiação cósmica de fundo (CBM - *Cosmic Microwave Background*) a 2,7 K provenientes do Big Bang [27]. O campo galáctico regular tem uma força de $(1 \sim 3) \times 10^{-6} \text{T}$ e o mesmo está inserido no plano galáctico, com latitude galáctica de 90° .

Os campos caóticos são produzidos em nuvens magnéticas geradas devido ao movimento de transmissão dos gases ionizados. As magnitudes de ambos os campos são

²Apesar de não termos falado sobre os hádrons ainda, eles são, em suma, partículas afetadas pela interação nuclear forte e compostas por quarks ligados por glúons

de mesma ordem[27]. A trajetória do raio cósmico é modificada e espalhada pelos campos regulares e caóticos através de interações eletromagnéticas, produzindo, assim, um movimento difusivo, espalhado, de raios cósmicos na galáxia.

Em movimento difuso, prótons e elétrons se propagam através da matéria galáctica e vão sofrendo interações com o meio e, a partir disso, produzem raios- γ , além de outros subprodutos, através de interações eletromagnéticas. O comprimento característico para a deflexão magnética é dada pelo raio de *Larmor*.

$$R_L = \frac{E}{300(HZ)} \quad (2.15)$$

onde Z é o número atômico, R_L é dado em centímetros, E , em eV, e H em Gauss. Raios cósmicos com energias até a ordem de 10^{15} eV podem ficar enrolados nas nuvens magnéticas e sofrer uma grande deflexão. Esta deflexão depende do comprimento da nuvem magnética ℓ , dado em parsecs, sendo que o ângulo de deflexão é dado por $\frac{\ell}{R_L}$.

Estas partículas serão difundidas, através da galáxia, com o livre caminho médio igual à distância média entre nuvens magnéticas. Para maiores energias, o ângulo de deflexão é menor, pois R_L cresce com a energia e o ângulo é proporcional à $\frac{1}{R_L}$. Ainda assim, um número alto de tais dispersões pode produzir uma grande deflexão. Para N colisões independentes, a deflexão angular total irá ser grande quando:

$$\frac{(N^{\frac{1}{2}})\ell}{R_L} \approx 1 \quad (2.16)$$

$$N \approx \left(\frac{R_L}{\ell}\right)^2 \quad (2.17)$$

$$N \approx \left(\frac{E}{300(HZ)\ell}\right)^2 \quad (2.18)$$

Desde de que R_L seja proporcional a E , isso com que o número de colisões necessárias para aumentar a deflexão angular cresça com o quadrado da energia E^2 . Isto

implica no livre caminho médio sendo também proporcional a E^2 e em um movimento não difusivo. Como regra geral, o efeito de campos magnéticos caóticos é pequeno para partículas com energia de 10^{18} eV e acima.

Na faixa de energia de 10^{15} eV, a difusão é importante. Isso significa que o tempo que cada raio cósmico permanece na galáxia (sua idade) é maior do que para propagações sem difusão. A teoria da difusão nos dá um acréscimo relativo de

$$\frac{t_D}{t} \approx \frac{1}{2\left(\frac{r}{\lambda}\right)} \quad (2.19)$$

onde r é a distância da fonte até o limite da região de difusão e λ é livre caminho médio. A quantidade de gás cósmico que o raio cósmico atravessa é proporcional a $\frac{r}{\lambda}$. Se uma partícula é originária do centro da galáxia e é difundida até a terra, ela atravessa ≤ 10 g/cm² de matéria. Desde que o comprimento de interação de prótons seja 70 g/cm² a energia é 10^{15} eV, sendo assim, o espectro do próton não será afetado pela difusão. O livre caminho médio para a *espalação*³ de núcleos pesados é muito menor, em ordem de 10g/cm². Isso nos leva a esperar que a composição química do fluxo de raios cósmicos seja alterada pelo seu movimento de difusão.

Isso é reafirmado quando analisamos a composição química dos raios cósmicos observados, onde concluímos que há uma abundância de elementos químicos que não se tem em tanta abundância na Terra e nem em nosso sistema solar.

Enquanto a maioria dos grupos tem a mesma abundância relativa, há certo grupos de elementos que estão em maior abundância nos raios cósmicos por várias ordens de

³Reação nuclear natural que ocorre causando a nucleossíntese, que é o processo de criação de novos núcleos atômicos a partir dos núcleos pré-existentes (prótons e nêutrons).

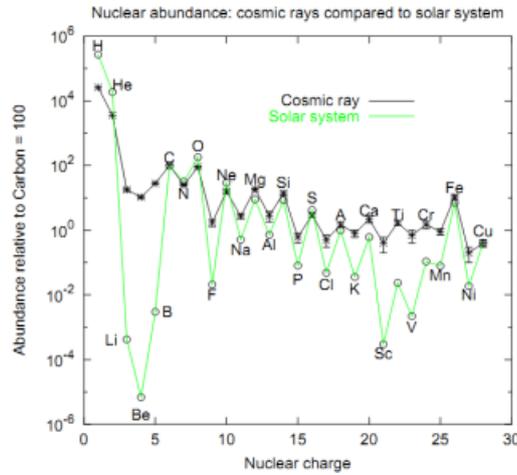


Figura 2.2: Comparação entre a abundância de elementos no sistema solar e nos elementos observados nos raios cósmicos. Fonte: Adaptado de [10]

grandeza, o primeiro deles sendo o grupo formado pelos elementos Ti, Sc, B, Be, Li. A razão para a abundância de tais elementos se dá a partir da interação dos raios cósmicos com a matéria galáctica e a partir da *espalação*, resultado da quebra de um núcleo pesado primário, portanto, esses elementos são conhecidos como elementos secundários na composição dos raios cósmicos.

Na composição química dos raios cósmicos de baixa energia ($10^{12} \sim 10^{15}$ eV), predominam prótons que representam aproximadamente 60%, e, na sequência as partículas α constituem 25%, seguida dos núcleos de N, C, O e Fe que representam 15% e o restante é composto por elétrons, $\leq 10^{-2}\%$, e raios- γ , na ordem $10^{-3}\%$ do fluxo de raios cósmicos. Ao analisarmos os raios cósmicos em altas energias, como visto, o livre caminho médio se torna proporcional a E^2 o que implica em $\frac{r}{\lambda}$ que decresce e o tempo de difusão se aproxima do tempo sem difusão.

O aparecimento de elétrons no espectro de raios cósmicos é pouco porque eles são efetivamente absorvidos pelo espalhamento Compton com os fótons e pelo processo *bremstrahlung* (freamento de elétrons), com a taxa de perda de energia $\frac{dE}{dx} \propto E^2$. Assim sendo, haverá poucos elétrons altamente energéticos, e o processo de perda de

energia se torna um gerador contínuo de fótons de baixa energia, os quais podem ser observados, indicando o espectro dos elétrons. Outro fator que contribui para o não aparecimento de elétrons em abundância na composição dos raios cósmicos é o fato de haver perda de energia pela radiação síncrotron⁴. O elétron interage com fortes campos magnéticos ao mesmo tempo que é acelerado, assim o mesmo perde energia.

O meio intergaláctico é modelado como apresentando um campo magnético na ordem de 10^{-2} do campo galáctico. Partículas do centro do superaglomerado local não serão significativamente desviadas para energias acima de 3×10^{19} eV. Podemos, portanto, esperar uma anisotropia para fontes extragalácticas relativamente próximas para energias altas. Para grandes distâncias, essa informação direcional infelizmente acaba se perdendo. O tempo de vida estimado para raios cósmicos em super agrupamentos locais é da ordem 10^{10} anos.

2.2.1 Interações Fóton-Núcleo (raio cósmico)

Em meio a todo esse trajeto intergaláctico e estelar, o raio cósmico, seja ele um núcleo ou até mesmo um fóton altamente energético, raios- γ , interage com os componentes deste semi-vácuo que é o meio cósmico. Um dos tipos de interações possíveis são as interações Fóton-Núcleo.

Para calcularmos tais interações, temos, primeiro, que calcular o limiar de energia⁵. Para tanto, consideremos a interação de duas partículas a e b criando duas novas partículas c e d no referencial de Laboratório⁶ [21]

$$a + b \rightarrow c + d \tag{2.20}$$

⁴Radiação eletromagnética gerada por partículas portadoras de carga, elétrons e^- , se movendo com velocidade relativística ao longo de trajetórias curvas.

⁵Na física de partículas, o limiar de energia para a produção de uma partícula é a energia cinética mínima que um par de partículas em movimento deve ter quando colidir.

⁶No referencial de laboratório temos a partícula denominada de projétil que pode ser descrita por a , e a partícula denominada de alvo que pode ser descrita por b . Portanto, temos que para o referencial de laboratório $\vec{p}_b = 0$.

onde as partículas tem massa m_a e m_b e quadrimomento⁷ $P_a^\mu = (E_a, \vec{p}_a)$ e $P_b^\mu = (E_b, \vec{p}_b)$. Realiza-se a contração entre os quadrimomentos em cada um dos referenciais, centro de massa e de laboratório, $P^\mu P_\mu = P'^\mu P'_\mu$, onde o quadrimomento com o índice linha representa o referencial do centro de massa⁸, já o sem linha representa o referencial do laboratório. Como $P^\mu = P_a^\mu + P_b^\mu$, a contração é

$$P^\mu P_\mu = P'^\mu P'_\mu \quad (2.21)$$

$$(E_a + E_b)^2 - (\vec{p}_a + \vec{p}_b)^2 = (E'_a + E'_b)^2 - (\vec{p}'_a + \vec{p}'_b)^2 \quad (2.22)$$

No referencial do centro de massa, temos que $\vec{p}'_a = -\vec{p}'_b$, portanto, 2.22 fica

$$(P_a^\mu + P_b^\mu)^2 = E'^2 \quad (2.23)$$

$$E'^2 = P_a^\mu P_{\mu a} + P_b^\mu P_{\mu b} + 2E_a E_b - 2\vec{p}_a \cdot \vec{p}_b \quad (2.24)$$

Como $P_a^\nu P_{\nu a} = m_a^2$ e $P_b^\nu P_{\nu b} = m_b^2$, temos que

$$E'^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2E_a E_b - 2\vec{p}_a \cdot \vec{p}_b \quad (2.25)$$

Seja a energia necessária para a criação das partículas descrita no processo (2.20),

$$E'_{min} = m_a + m_b + \Delta m = m_c + m_d \quad (2.26)$$

onde Δm é a diferença de massa que foi utilizada ou gasta ao longo do processo

⁷Estamos usando unidades naturais, ou seja, $\hbar = c = 1$.

⁸No referencial de centro de massa, ambas partículas estão convergindo uma para a outra, culminando na colisão, portanto, temos que

$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = 0$$

inelástico. Relacionando as equações (2.25) e (2.26)

$$E'^2 = E'_{min}{}^2 \quad (2.27)$$

$$m_a^2 + m_b^2 + 2E_a E_b - 2\vec{p}_a \cdot \vec{p}_b = E'_{min}{}^2 \quad (2.28)$$

$$E_a E_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b = \frac{1}{2} [E'_{min}{}^2 - m_a^2 - m_b^2] \quad (2.29)$$

Substituindo (2.26),

$$E_a E_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b = \frac{1}{2} [(m_a + m_b + \Delta m)^2 - m_a^2 - m_b^2] \quad (2.30)$$

$$E_a E_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b = \frac{1}{2} [2m_a m_b + \Delta m^2 + 2\Delta m(m_a + m_b)] \quad (2.31)$$

$$E_a E_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b = m_a m_b + \Delta m \left(m_a + m_b + \frac{\Delta m}{2} \right) \quad (2.32)$$

Para o referencial de laboratório, temos que $\vec{p}_b = 0$, a eq.(2.32) fica

$$E_a E_b = m_a m_b + \Delta m \left(m_a + m_b + \frac{\Delta m}{2} \right) \quad (2.33)$$

Fotoprodução de pares: Para o caso onde a interação ocorre entre um núcleo e um fóton da radiação cósmica de fundo, CMB, gerando como produto um par elétron-pósitron, $e^- e^+$, esse processo que é denominado como fotoprodução de pares. Podemos representar a interação como

$$A + \gamma_{CMB} \rightarrow A + e^+ + e^- \quad (2.34)$$

Como a interação é no referencial de laboratório, e a massa do fóton $m_\gamma = 0$, a expressão para esse processo se torna, no ref. de laboratório,

$$E_A E_{\gamma_{CMB}} = \Delta m \left(m_A + \frac{\Delta m}{2} \right) \quad (2.35)$$

A diferença Δm para este processo é dada por

$$\Delta m = m_e + m_e + m_A - m_A - m_{\gamma_{CMB}} = 2m_e$$

onde a massa do núcleo m_A é dada por $m_A \approx Am_p$. Como a energia do fóton da CMB é de $\approx 2,34 \times 10^{-4} \text{eV}$, usando

$$E_A = \frac{m_e}{E_{\gamma_{CMB}}}(Am_p + m_e) \quad (2.36)$$

e $m_p = 1836m_e$, temos

$$E_A = 2,2 \text{ GeV}(A \cdot 1836 + 1) \quad (2.37)$$

Para o caso de um próton, ou seja, $A = 1$, temos que a mínima energia necessária é

$$E_p \approx 10^{12} \text{ eV} \quad (2.38)$$

Para o caso de A ser um núcleo pesado, assim como o Ferro Fe , $A = 26$ e mínima energia é

$$E_{Fe} \approx 10^{14} \text{ eV} \quad (2.39)$$

Fotoprodução de píons: Para o caso onde a interação entre um Núcleo e um fóton gera como produto l 's Píons neutros ⁹

$$A + \gamma_{CMB} \rightarrow A + l \pi^0 \quad (2.40)$$

No referencial de laboratório, a expressão para esse processo se torna

⁹ π^0 , méson, constituído pelo par quark anti-quark, instável, com tempo de vida média da ordem de 10^{-16} segundos. É um dos mensageiros da força nuclear forte.

$$E_A E_{\gamma_{CMB}} = \Delta m \left(m_A + \frac{\Delta m}{2} \right) \quad (2.41)$$

Sejam

$$\begin{cases} m_A &= A m_p \\ \Delta m &= l m_{\pi^0} \\ m_{\pi^0} &\approx 135 \text{ MeV} \\ m_p &\approx 6,95 m_{\pi^0} \end{cases} \quad (2.42)$$

Temos que a eq.(2.41) ficará

$$E_A \approx 5 \times 10^{20} \text{ eV } l \left(A + \frac{l}{2} \right) \quad (2.43)$$

Para o caso do próton interagindo com um fóton da radiação cósmica de fundo, CBM, produzindo um pión, temos que $A = 1$ e $l = 1$, o que nos leva ao corte **GZK**, que irá ser abordado em mais detalhes a frente. Para o caso de termos um núcleo de Ferro Fe , $A = 26$ e a mínima energia que o Fóton precisa para produzir a reação (2.40) com $l = 1$ é de $E_\gamma \approx 135 \text{ MeV}$.

Outro processo que é proveniente da propagação é a fotodesintegração do tipo

$$A + \gamma_{CBM} \rightarrow (A - B) + B \quad (2.44)$$

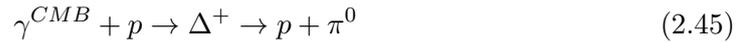
na qual o núcleo de massa A absorve o fóton da CMB e se fragmenta.

2.2.2 Corte GZK

Na década de 60, em *Volcano ranch*, fazenda perto de Albuquerque, no Novo México (Estados Unidos), foi detectado o primeiro raio cósmico ultra-energético, com energia na ordem de Zeta eletron-voltz, 10^{21} eV , sendo que não há detecções de partículas

com energia acima dessa ordem até o tempo presente, mais de 50 anos depois. Uma explicação para não haver detecção de raios cósmicos de ordem mais alta está fortemente conectada com o efeito da fotoprodução de píons que ocorre ao longo da propagação do raio cósmico. A explicação, o corte, foi proposta também na década de 60 e recebeu o nome de *Corte GZK*, devido ao nome dos pesquisadores que o propuseram, Greisen-Zatsepin-Kuzmin.

Onde, a proposta apresenta prótons com energia na ordem de 5×10^{19} eV colidindo inelasticamente com os fótons¹⁰ da radiação cósmica de fundo (CMB) que tem uma densidade de $500 \text{ fótons}/\text{cm}^3$ e o produto dessas colisões será uma ressonância que irá decair em um próton de mais baixa energia e em um pión neutro.



com energia na ordem de 300 MeV, o que corresponde ao limite para fotoprodução de píons $\approx 7 \times 10^{19}$ eV. Por causa do início dessas interações inelásticas, na propagação, a energias na ordem de 5×10^{19} eV, se espera um declive ou corte no fluxo de raios cósmicos a partir dessa energia.

Para construirmos o cálculo do corte, desprezamos a ressonância¹¹ Δ^+ , devido ao seu tempo de vida curto, 10^{-24} , e, portanto, analisamos o produto do seu decaimento,



Em unidades naturais¹², temos o quadrimomento $P^\mu = (E, \vec{p})$ e a energia relativística

¹⁰Fótons de energia de $2,34 \times 10^{-4}$ eV, a uma temperatura de 2,7 K.

¹¹Bárion Delta ou Ressonância Delta, é um hádron instável, constituído por 3 quarks, up e downs. O mesmo possui carga elétrica, +1 e, com tempo de vida médio na ordem de 10^{-24} segundos

¹² $\hbar = c = 1$

quadrática $E^2 = m^2 + p^2$, e da conservação de energia obtemos

$$P_i^\mu = P_f^\mu$$

No referencial do centro de massa, se tem que o momento linear e a energia da colisão apresentada em (2.46) será tal qual

$$\begin{cases} \vec{p}'_{p_i} + \vec{p}'_\gamma = 0 = \vec{p}'_{p_f} + \vec{p}'_\pi \\ E'_{p_i} + E'_\gamma = E'_{p_f} + E'_\pi \end{cases} \quad (2.47)$$

A energia mínima para que haja a produção do pión é quando há somente a energia de repouso do mesmo disponível no sistema, portanto, $\vec{p}'_\pi = 0$ e a energia total desse pión é

$$E'^2_{\pi_{min}} = \vec{p}'^2_\pi + m_\pi^2 \quad (2.48)$$

$$E'^2_{\pi_{min}} = m_\pi^2 \quad (2.49)$$

$$E'_{\pi_{min}} = m_\pi \quad (2.50)$$

O mesmo pensamento é válido para o próton após a colisão, portanto, podemos afirmar que $\vec{p}'_{p_f} = 0$

$$E'^2_{p_f} = \vec{p}'^2_{p_f} + m_p^2 \quad (2.51)$$

$$E'^2_{p_f} = m_p^2 \quad (2.52)$$

$$E'_{p_f} = m_p \quad (2.53)$$

Com isto em mente, a relação para o centro de massa, a segunda relação apresentada em (2.47), pode ser reescrita como

$$\begin{cases} \vec{p}'_{p_i} + \vec{p}'_{\gamma} = 0 = \vec{p}'_{p_f} + \vec{p}'_{\pi} \\ E'_{p_i} + E'_{\gamma} = m_p + m_{\pi} \end{cases} \quad (2.54)$$

Sendo a contração $P^{\mu}P_{\mu}$ um invariante de Lorentz, para cada referencial escolhido, teremos uma quantidade invariante diferente,

- Para o centro de massa

$$P'^{\mu}P'_{\mu} = (P'^{\mu}_{p_i} + P'^{\mu}_{\gamma})^2 \quad (2.55)$$

$$P'^{\mu}P'_{\mu} = (E'_{p_i} + E'_{\gamma})^2 - (\vec{p}'_{p_i} + \vec{p}'_{\gamma})^2 \quad (2.56)$$

Usando as relações apresentadas na expressão (2.54), temos que para o referencial do centro de massa, o resultado da contração é

$$P'^{\mu}P'_{\mu} = (m_{p_i} + m_{\gamma})^2 \quad (2.57)$$

- Para o referencial do laboratório

$$\begin{aligned} P^{\mu}P_{\mu} &= (P^{\mu}_{p_i} + P^{\mu}_{\gamma})^2 \\ P^{\mu}P_{\mu} &= (E_{p_i} + E_{\gamma})^2 - (\vec{p}_{p_i} + \vec{p}_{\gamma})^2 \\ P^{\mu}P_{\mu} &= E_{p_i}^2 + E_{\gamma}^2 + 2E_{p_i}E_{\gamma} - \vec{p}_{p_i}^2 - \vec{p}_{\gamma}^2 - 2\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_{\gamma} \end{aligned} \quad (2.58)$$

Mesmo que as expressões para os invariantes sejam diferentes, elas devem ser iguais, portanto, podemos realizar a igualdade $(P^{\mu}P_{\mu})_{Lab} = (P^{\mu}P_{\mu})_{CM}$. Substituindo, nessa igualdade, as expressões vistas acima, temos que

$$\left(E_{p_i}^2 + E_{\gamma}^2 + 2E_{p_i}E_{\gamma} - \vec{p}_{p_i}^2 - \vec{p}_{\gamma}^2 - 2\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_{\gamma} \right)_{Lab} = (m_p + m_{\pi})_{CM}^2 \quad (2.59)$$

Sendo

$$\begin{cases} E_{p_i}^2 = m_p^2 + p_{p_i}^2 \\ E_\gamma^2 = p_\gamma^2 \end{cases}, \text{ pois } m_\gamma = 0 \quad (2.60)$$

ao retornarmos para (2.59), tem-se

$$m_p^2 + p_{p_i}^2 + p_\gamma^2 + 2E_{p_i}E_\gamma - \vec{p}_{p_i}^2 - \vec{p}_\gamma^2 - 2\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma = m_p^2 + m_\pi^2 + 2m_p m_\pi \quad (2.61)$$

$$2E_{p_i}E_\gamma - 2\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma = m_\pi^2 + 2m_p m_\pi \quad (2.62)$$

Sendo o produto escalar entre os momentos lineares do próton incidente e do fóton da CBM dado por

$$\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma = |\vec{p}_{p_i}| |\vec{p}_\gamma| \cos \theta \quad (2.63)$$

onde θ é o ângulo formado entre o momento do próton e o fóton. Usando as relações apresentadas em (2.60), temos que

$$\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma = E_\gamma \sqrt{E_{p_i}^2 - m_p^2} \cos \theta \quad (2.64)$$

Considerando que o próton tem uma energia cinética muito maior que sua massa de repouso, devido ao fato de que essa previsão é descrita para partículas ultra relativísticas, temos então que

$$E_{p_i}^2 \gg m_p^2, \quad \sqrt{E_{p_i}^2 - m_p^2} \approx E_{p_i} \quad (2.65)$$

Assim, o produto escalar entre os momentos lineares do próton e o fóton tem sua expressão simplificada e é dado por

$$\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma = E_\gamma E_{p_i} \cos \theta \quad (2.66)$$

Agora, ao retornarmos para (2.62), ficamos com

$$2E_{p_i} E_\gamma - 2E_\gamma E_{p_i} \cos \theta = m_\pi^2 + 2m_p m_\pi \quad (2.67)$$

$$2E_\gamma E_{p_i} (1 - \cos \theta) = m_\pi^2 + 2m_p m_\pi \quad (2.68)$$

$$E_{p_i} = \frac{m_\pi (2m_p + m_\pi)}{2E_\gamma (1 - \cos \theta)} \quad (2.69)$$

A energia mínima que o próton incidente deverá ter para que a reação ocorra será dada quando o ângulo θ for igual a $(2n + 1)\pi$, isto é $\cos \theta = -1$, para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, e assim a expressão (2.69) obterá o seu menor valor possível. Portanto, a eq.(2.69) fica

$$(E_{p_i})_{min} = \frac{m_\pi (2m_p + m_\pi)}{4E_\gamma} \quad (2.70)$$

Como a energia do fóton da CMB é aproximadamente $2,34 \times 10^{-4} \text{eV}$, as massas do próton e do píons são, respectivamente $m_p = 938,26 \text{MeV}$ e $m_\pi = 134,96 \text{MeV}$, temos que o mínimo de energia que o próton incidente deve ter é

$$(E_{p_i})_{min} = 2,925 \times 10^{20} \text{ eV} \quad (2.71)$$

Portanto, somente prótons com energia acima da ordem 10^{20}eV irão interagir com os fótons da CMB a ponto de produzir píons e, como consequência, diminuir a sua energia. Essa previsão é usada para explicar o motivo de não serem detectados raios cósmicos com ordem de energia maior do que 10^{20}eV .

2.3 Conclusão

Nesse capítulo, abordamos o surgimento dos raios cósmicos, quais as suas possíveis fontes e como caracterizar o raio cósmico a partir de sua fonte. Vimos também como que essas partículas viajam pelo meio interestelar, assim como o caminho percorrido pelas mesmas, seja pelo meio galáctico ou extragaláctico, dependendo de sua fonte e da energia que possuem.

Foi perceptível, ao longo do capítulo, o quão complexo é o trajeto de um raio cósmico até a sua chegada na atmosfera terrestre, e como essa complexidade faz com que os raios cósmicos sejam ótimos mensageiros celestes.

Assim como visto nesse capítulo, os grandes questionamentos dos tópicos abordados são os raios cósmicos com energia na ordem de 10^{18} eV. Mesmo que estejamos tratando de partículas elementares a altas energias, o regime eletromagnético e as interações eletromagnéticas ainda são de grande significância no percurso dos raios cósmicos até a atmosfera terrestre.

No próximo capítulo, discutiremos: uma parte da física dos raios cósmicos que necessita de uma modelagem, os mecanismos de aceleração desses raios cósmicos e como esses raios cósmicos podem obter energias altas o suficiente para viajar pelo meio celeste; Por fim, todas as discussões propostas a seguir estarão pautadas nas possíveis fontes citadas ao longo desse capítulo.

Capítulo 3

Mecanismos de aceleração

Mesmo sabendo-se quais são as possíveis fontes dos raios cósmicos, uma das questões a ser levantada é: Como tais fontes conseguem acelerar os raios cósmicos?

Para responder tal questão, a literatura nos traz dois modelos: o modelo *Top-Down*[14] e o modelo *Bottom-Up*[14]. Como o nome do modelo sugere, Top-Down (cima-baixo) remete ao fato do modelo descrever a possibilidade dos raios cósmicos serem provenientes de decaimentos de partículas mais energéticas. Já o Bottom-Up, baixo-cima, descreve possíveis casos e modelos para partículas de baixa energia que adquirem altas energias através de interações.

3.1 Modelo Top-Down

Este modelo, como seu próprio nome diz, descreve eventos que ocorrem em altas energias, sendo a aceleração do raio cósmico dada de *cima* (*top*) para *baixo* (*down*). Os raios cósmicos nesse modelo são provenientes de decaimentos "simples" de partículas massivas exóticas que, a partir da relação de equivalência massa-energia, $E = mc^2$, podemos dizer que são partículas altamente energéticas com massa $m_x > 10^{20}$ eV. Essas partículas exóticas seriam provenientes do universo primordial, recebendo o nome

de *partículas X*.

A literatura do modelo de Top-Down propõe um cenário onde a aceleração/origem do raio cósmico é dada sem a ação de um mecanismo de aceleração, onde os raios cósmicos surgem nos estágios intermediários ou resultantes do decaimento de partículas altamente energéticas, partículas essas que tem um carácter exótico: as partículas X. O que configura um modelo cosmológico, advindo da hipótese do átomo primordial [2] proposta por Georges Lemaître na década de 50, apesar de ter mais de 60 anos de existência, não a nenhuma comprovação desse modelo.

De acordo com Lemaître, em linhas gerais, todo o material do universo e sua expansão são originários de uma *super desintegração* de um único átomo que deveria ter grande número atômico A , o *Átomo Primordial*, e que decairia em átomos com número de massa menor, um processo que ocorreria de maneira sucessiva. As partículas X surgem, nesse modelo, como uma das resultantes desses processos de decaimento, enquanto que os raios cósmicos seriam subprodutos ou partículas produzidas em um estágio intermediário dos processos. Portanto, Lemaître dá uma grande significância aos raios cósmicos, tornando-os o único meio de validar o modelo cosmológico.

Hoje sabe-se que grande parte dos raios cósmicos são de origem recente, pós formação das galáxias, e não cosmológica. Mas para que essas tais partículas, propostas por esse modelo cosmológico, sejam medidas como raios cósmicos ultra-energéticos deve-se satisfazer certas condições:

- (i) As partículas X precisam decair em uma época cosmológica recente ou em uma distância não cosmológica menor ou igual a 100 Mpc da Terra; Para distâncias maiores, os raios cósmicos decaídos irão interagir com a radiação cósmica de fundo (CMB), perdendo sua energia e, portanto, não sendo um raio cósmico de energia extremamente elevada.
- (ii) As partículas X devem ter massa acima de 10^{11} GeV.

- (iii) Tanto a densidade quanto a taxa de decaimento das partículas X precisam ser grandes o suficiente para gerar um fluxo que seja detectável.

Esse modelo é movido por um pensamento que surge antes dos conceitos cosmológicos, hoje bastante difundidos no meio acadêmico, e que percebem tal modelo como algo sem utilidade e que serve, somente, para especular sobre a física além do modelo padrão e do modelo cosmológico. Inicialmente, ele é usada para sanar o questionamento sobre quais modelos poderiam acelerar os raios cósmicos ultra-energéticos que eram medidos, como no ano de 1962, em Volcano Ranch, fazenda perto de Albuquerque, no Novo México (USA), onde foi observado o primeiro raio cósmico ultra-energético da história, pela equipe do físico norte-americano John Linsley (1925-2002), com o valor energético estimado da partícula de $0,14 \times 10^{21} \text{eV}$.

3.2 Modelo Bottom-Up

Os modelos bottom-up são como um contraponto ao que foi visto logo acima, pois, se nós nos guiarmos pelo seu nome, ele é o modelo onde as partículas são aceleradas de maneira gradual, ou seja, elas saem de uma faixa de baixa energia e vão adquirindo energias mais elevadas a partir de uma ou mais interações com o meio astrofísico; Este cenário, na literatura, é determinado como *Bottom-Up*.

Eis então que, dentro desse cenário, surgem duas formas de aceleração[27]:

- **Aceleração direta**, onde o ganho de energia é devido a interação com campos eletromagnéticos.
- **Aceleração estatística ou estocástica**, onde o ganho de energia é proveniente de múltiplas interações.

3.2.1 Aceleração direta

Esse tipo de aceleração é aplicável a sistemas onde o ganho de energia é devido a campos eletromagnéticos.

A equação fundamental para uma partícula carregada em uma região com campo eletromagnético é

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.1)$$

ou

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_0 \vec{v}) = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.2)$$

onde γ é o fator de Lorentz para a partícula, m_0 a massa de repouso da partícula, e q a carga.

O ganho de energia da partícula ocorre quando a força \vec{F} que atua sobre a mesma realiza trabalho.

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (3.3)$$

Substituindo (3.1) na expressão para o trabalho,

$$W = \int q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (3.4)$$

$$W = q \int \vec{E} \cdot d\vec{l} + q \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (3.5)$$

Sendo $d\vec{l} = \vec{v} dt$, teremos que o último termo de (3.5) se encaixará no caso $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) =$

0, portanto

$$q \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dt = 0$$

o que fará a expressão (3.5) se resumir a

$$W = q \int \vec{E} \cdot \vec{dl} \quad (3.6)$$

Como podemos ver, apenas os campos elétricos dos objetos astrofísicos é que podem acelerar os raios cósmicos. A partir do teorema Trabalho-Energia, $W = \Delta E_c$, podemos calcular a variação de energia da partícula, onde E_c representa a energia cinética da mesma. Do eletromagnetismo, temos que o trabalho se relaciona com o potencial elétrico, $W = -qV$, portanto, podemos afirmar que $\Delta E_c = -qV$, onde $V = -\int \vec{E} \cdot \vec{dl}$.

Apesar de apenas os campos elétricos poderem acelerar os raios cósmicos, se nos voltarmos para o eletromagnetismo, mais precisamente para uma das equações de Maxwell em sua forma integral, teremos que campos magnéticos variáveis no tempo induzem campo elétrico. Essa equação de Maxwell é conhecida mais precisamente como Lei de Faraday,

$$\oint_c \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (3.7)$$

onde Φ_B é o fluxo de campo magnético através da superfície delimitada pela curva c . Com isso, a aceleração de partículas pode acontecer mesmo na ausência de campo elétrico, basta que $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$. Outro caso onde campos elétricos são induzidos, é o caso dos condutores¹ que se movem com velocidade \vec{v} em relação a um observador em outro referencial. Que a partir do eletromagnetismo relativístico um campo elétrico será

¹Materiais nos quais os elétrons em sua superfície são tidos como livres no plano molecular, são as moléculas cujas bandas de valência e de condução não apresenta um *gap*, ou espaço, de energia. Alguns exemplos de condutores vão desde fios de circuitos elétricos até plasmas presentes no meio interestelar.

induzido; Onde a transformação nos referenciais é dada por

$$\begin{cases} \vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} \\ \vec{E}'_{\perp} = \gamma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})_{\perp} \end{cases} \quad (3.8)$$

onde os campos sem linha referem-se ao referencial do observador na Terra, enquanto os campos com linha referem-se ao referencial em repouso do condutor. Para condutores astrofísicos que se deslocam com velocidade $v \ll c$, podemos fazer a aproximação $\gamma \approx 1$, portanto, a transformação (3.8) fica

$$\begin{cases} \vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} \\ \vec{E}'_{\perp} = \vec{E}_{\perp} + (\vec{v} \times \vec{B})_{\perp} \end{cases} \quad (3.9)$$

O campo elétrico total para o observador na Terra é dado por $\vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp}$. Usando as relações acima, obtêm-se

$$\vec{E} = \vec{E}'_{\parallel} + \vec{E}'_{\perp} - (\vec{v} \times \vec{B})_{\perp} \quad (3.10)$$

$$\vec{E} = \vec{E}' - (\vec{v} \times \vec{B})_{\perp} \quad (3.11)$$

Mesmo que não haja campo elétrico no referencial de repouso do condutor, $\vec{E}' = 0$, há um campo elétrico capaz de acelerar as partículas, campo este proveniente do movimento do condutor.

Sunspots - Manchas Solares:

São regiões de campo magnético intenso, ordem de 0,1 T, sendo o campo magnético do sol da ordem de 10^{-4} T. As manchas são provenientes dos ciclos de atividade solar, atividades estas que são periódicas, ocorrendo a cada 11 anos. O tempo de vida é acima

de um mês e o raio médio na ordem de 10^7 m.

Consideremos uma partícula com carga q e velocidade \vec{v} , em torno da mancha de raio R e campo magnético variável \vec{B} , descrevendo uma órbita circular, que é ilustrada pela Fig.3.1.

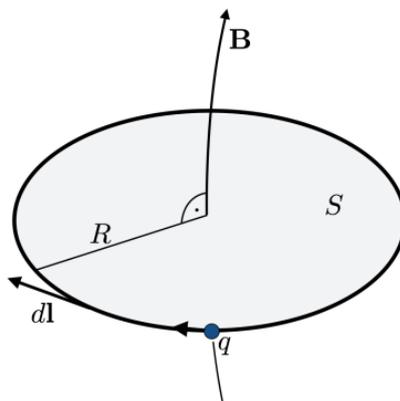


Figura 3.1: Partícula descrevendo uma órbita circular em torno da mancha solar. *Fonte:* Adaptado de [14]

Como visto, a energia ganha pela partícula, a partir do trabalho realizado sobre a mesma, é descrita por

$$\Delta E_c = -q \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (3.12)$$

Usando a Lei de Faraday, $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$, temos que

$$\Delta E_c = -q \left(-\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \right) \quad (3.13)$$

Sendo $\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$, temos

$$\Delta E_c = q \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) \quad (3.14)$$

$$\Delta E_c = q \frac{\partial}{\partial t} \left(B \int_S \hat{n} \cdot d\vec{S} \right) \quad (3.15)$$

$$\Delta E_c = q \frac{\partial}{\partial t} (B \pi R^2) \quad (3.16)$$

$$\Delta E_c = q \pi R^2 \frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.17)$$

Para típicas manchas solares[14], com $R = 10^7$ m, campo magnético de intensidade $B = 0,2$ T, com uma taxa de variação diária, sendo 1dia = $8,64 \times 10^4$ s. Temos que

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{0,2}{8,64 \times 10^4} = 0,23 \times 10^{-5} \left[\frac{\text{T}}{\text{s}} \right] \quad (3.18)$$

Retornando o valor encontrado na eq.(3.18) para a eq.(3.17), obtemos

$$\Delta E_c = \pi R^2 \frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.19)$$

$$\Delta E_c = \pi 10^{14} 0,23 \times 10^{-5} \quad (3.20)$$

$$\Delta E_c = 0,725 \text{ GeV} \quad (3.21)$$

Também é possível que uma partícula ganhe energia quando o campo magnético da mancha solar se mantém aproximadamente constante, com $\vec{B} = B\hat{z}$, mas a mancha se desloca com uma velocidade $\vec{v} = v\hat{x}$ sobre a superfície solar, que é perpendicular às linhas de campo e, sendo assim, temos uma consistência com o formalismo apresentado na eq.(3.11). Dessa forma, para um observador na Terra, ao medir o campo elétrico induzido, o campo é representado por (3.11), considerando-se que o campo elétrico no referencial da mancha é nulo, $E' = 0$, temos

$$E = -\vec{v} \times \vec{B} \quad (3.22)$$

O movimento da mancha sobre a superfície solar é descrito pela Fig.3.2, onde a mesma se comporta como um condutor.

A variação de energia da partícula é dada por

$$\Delta E_c = q \int \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (3.23)$$

Substituindo a eq.(3.22) na expressão acima²

$$\Delta E_c = -q \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} \quad (3.24)$$

Sendo $\vec{v} = v\hat{x} + 0\hat{y} + 0\hat{z}$ e $\vec{B} = 0\hat{x} + 0\hat{y} + B\hat{z}$, o cálculo de $\vec{v} \times \vec{B}$ será

²Note que a integral não é fechada como no caso anterior, devido ao fato de a partícula não estar descrevendo uma volta completa em torno da mancha.

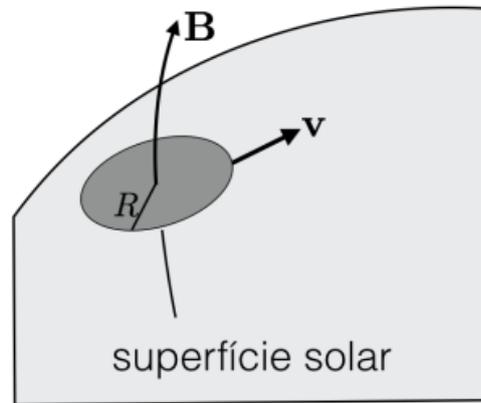


Figura 3.2: Mancha solar de raio R se movendo sobre a superfície solar. *Fonte:* Adaptado de [7]

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} \quad (3.25)$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = (0 - 0)\hat{x} + (0 - vB)\hat{y} + (0 - 0)\hat{z} \quad (3.26)$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = -vB\hat{y} \quad (3.27)$$

Realizando o produto escalar de $\vec{v} \times \vec{B}$ com $d\vec{r} = dr\hat{x} + dr\hat{y} + dr\hat{z}$, temos

$$(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} = -vBdr(\hat{y} \cdot \hat{y}) = -vBdr \quad (3.28)$$

Retornando o resultado visto acima para a eq.(3.24), temos que

$$\Delta E_c = qvB \int dr \quad (3.29)$$

$$\Delta E_c = qvB\Delta r \quad (3.30)$$

Para uma mancha solar com deslocamento de 10^7 m por dia, $t = 8,64 \times 10^4$ s, com $B = 0,2$ T e deslocamento $\Delta r = 10^7$,

$$v = \frac{10^{17}}{8,64 \times 10^4} = 115,74 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (3.31)$$

Retornando para (3.30), temos que, para uma partícula deslocando-se próximo a mancha solar, seguindo a direção do campo induzido, a sua variação de energia é dada por

$$\Delta E_c = vB\Delta r \quad (3.32)$$

$$\Delta E_c = 0,23 \text{ GeV} \quad (3.33)$$

Como é possível perceber, para os dois casos, a variação de energia da partícula será na ordem de GeV, isso confirma o que já foi afirmado na seção 2.1, onde apontamos o Sol como uma provável fonte para raios cósmicos na ordem de GeV.

Pulsar:

Ao término de sua vida, uma estrela passa por vários processos para chegar ao seu estágio final, por exemplo, uma estrela massiva, ao alcançar o fim de sua vida, gera a explosão de uma supernova, que, combinada ao colapso gravitacional da mesma, como

produto de toda esta combinação é possível a formação de um Pulsar³.

Enquanto uma estrela massiva começa a formar um pulsar, seu momento angular é conservado,

$$L_e = L_p \quad , \quad \begin{array}{l} e \text{ - estrela} \\ p \text{ - pulsar} \end{array} \quad (3.34)$$

O momento angular $L = I\omega$, descrito em função do momento de inércia I e da frequência angular ω , se apresenta da seguinte maneira

$$I_e\omega_e = I_p\omega_p \quad (3.35)$$

Para uma esfera, o momento de inércia é $I = \frac{2MR^2}{5}$, onde M é a massa e R o raio da esfera. Ao substituir na eq.(3.35), obtemos

$$\frac{2M_e R_e^2}{5} \omega_e = \frac{2M_p R_p^2}{5} \omega_p \quad (3.36)$$

Uma das características de um pulsar, estrela de nêutrons, é a de que, apesar de o mesmo ter um raio muito menor em comparação com a estrela que foi em outro momento, o pulsar ainda tem uma massa muito elevada. Portanto, ao assumirmos $\frac{M_e}{M_p} \approx 1$ [14], a eq.(3.36) se torna

$$R_e^2 \omega_e = R_p^2 \omega_p \quad (3.37)$$

$$\omega_p = \left(\frac{R_e}{R_p} \right)^2 \omega_e \quad (3.38)$$

O raio da estrela que virá a se tornar um pulsar, R_e , é da ordem de 10^6 Km, já o raio do pulsar gerado, R_p , é da ordem de 20Km.

³Pulsares são estrelas de nêutrons que, em virtude de seu intenso campo magnético (da ordem de 10^8 T), transformam a energia rotacional em energia eletromagnética.

Devido ao movimento de rotação do pulsar, forma-se um campo elétrico induzido dado por [26]

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.39)$$

Sendo $\vec{v} = \omega r \hat{\theta}$ a velocidade de um ponto qualquer no pulsar a uma distância r do seu centro. Considerando que o campo magnético seja dado por $\vec{B} = B \hat{z}$ para um ponto na superfície do pulsar, $\vec{v} = \omega R \hat{\theta}$, a eq.(3.39) fica

$$\vec{E} = -\omega R B (\hat{\theta} \times \hat{z}) \quad (3.40)$$

Sendo o sistema de coordenadas que relaciona $\hat{\theta}$ e \hat{z} as coordenadas cilíndricas, o produto vetorial entre as mesmas é dado por

$$\hat{\theta} \times \hat{z} = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{z} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.41)$$

$$\hat{\theta} \times \hat{z} = (1 - 0)\hat{r} + (0 - 0)\hat{\theta} + (0 - 0)\hat{z} \quad (3.42)$$

$$\hat{\theta} \times \hat{z} = \hat{r} \quad (3.43)$$

Daí, ao retornar tal resultado para eq.(3.40)

$$\vec{E} = -\omega R B \hat{r} \quad (3.44)$$

Assim como visto em (3.23), a energia ganha pela partícula a partir do trabalho realizado sobre a mesma é

$$\Delta E_c = -q \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (3.45)$$

Substituindo o valor do campo elétrico para o caso apresentado, (3.44), obtêm-se

$$\Delta E_c = q\omega BR \int \hat{r} \cdot d\vec{r} \quad (3.46)$$

$$\Delta E_c = q\omega BR \Delta r \quad (3.47)$$

Para um pulsar típico[14], de raio de 20 Km, com um campo magnético de $0,25 \times 10^9$ T e velocidade angular de $0,6 \times 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. A energia ganha por unidade de comprimento percorrido no campo elétrico é da ordem de

$$\frac{\Delta E_c}{\Delta r} \approx 10^{16} \frac{\text{eV}}{\text{m}} \quad (3.48)$$

O resultado tem essas dimensões pois não foi suposto o deslocamento total da partícula sobre o campo elétrico. Mas, mesmo assim, é perceptível que o montante de energia que a partícula pode ganhar é de valor muito elevado, o que está de acordo com a suposição apresentada anteriormente, onde indicava-se os *Pulsares* como uma das fontes de raios cósmicos de alto valor energético.

Ainda há uma imagem não satisfatória para os mecanismos de aceleração a energias extremamente altas. Contudo, muitos progressos tem sido feitos na região de energia acima de 10^{18} eV[28]. Nesse cenário, pulsares binares e buracos negros com disco de acreção parecem ser bons candidatos.[27]

O maior problema referente a todos os modelos de aceleração é a perda de energia experienciada por partículas aceleradas em regiões densas do espaço, particularmente próximas à supernovas e ao núcleo de galáxias ativas.

3.2.2 Aceleração estatística ou estocástica

No caso da aceleração estatística, a energia final é adquirida em um processo lento que pode ser proveniente de várias interações de ganho energético. Um protótipo desse

tipo de aceleração é o modelo de *aceleração de Fermi*[12], que propõe o uso das interações de partículas carregadas com o meio interestelar para acelerar raios cósmicos.

As partículas carregadas no meio interestelar podem colidir com nuvens magnéticas caóticas, as quais tem energia muito maior que os raios cósmicos que incidem sobre as mesmas. Conforme a partícula incide no sistema, ela o perturba, gerando várias interações entre ela mesma e a nuvem, o que implica em uma partícula incidente que, ao sair dessas interações, apresenta energia mais elevada do que aquela que tinha ao adentrar o sistema.

Essas interações são consideradas reflexões perfeitas, pois as nuvens atuam como espelhos magnéticos. As nuvens são permeadas por um campo magnético não-homogêneo, com variações no campo em uma extensão espacial capaz de refletir uma partícula carregada que adentra a região.

Considere que uma nuvem se move com velocidade V em relação ao referencial do observador, referencial S , representada pela Fig.3.3.

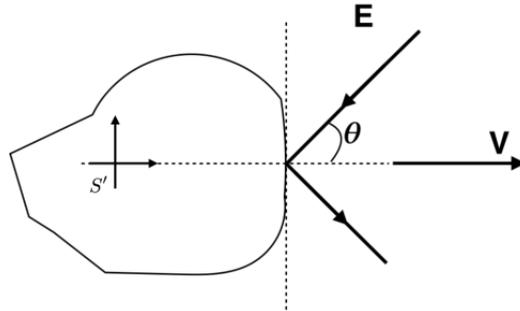


Figura 3.3: Partícula incidindo sobre uma nuvem que se propaga com velocidade V , energia inicial E , segundo um ângulo θ com a direção da velocidade V , medidos no referencial do observador S . *Fonte:* Adaptado de [7]

No referencial S , mais precisamente na direção \hat{x} , temos que o momento inicial e a energia inicial são dados por

$$p_x = -p \cos \theta \quad , \quad E \quad (3.49)$$

Já no referencial S' , que é o da nuvem, temos que realizar a transformação de coordenadas, a partir do ref. S , usando as equações apresentadas em mais detalhes no Apêndice A. Isso porque as interações são relativísticas, portanto para o ref. S' , a energia inicial da partícula é

$$E'_i = \gamma(E - p_x V) \quad (3.50)$$

Substituindo a relação para o momento linear apresentado em (3.49),

$$E'_i = \gamma(E + pV \cos \theta), \quad (3.51)$$

e a transformação do momento inicial na coordenada \hat{x} é

$$p'_{x_i} = \gamma\left(p_x - \frac{V}{c^2}E\right) \quad (3.52)$$

Substituindo a relação para o momento linear apresentada em (3.49),

$$p'_{x_i} = \gamma\left(-p \cos \theta - \frac{V}{c^2}E\right) \quad (3.53)$$

Portanto as transformações são

$$\begin{cases} E' &= \gamma(E + pV \cos \theta) \\ p'_x &= -\gamma\left(p \cos \theta + \frac{V}{c^2}E\right) \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= p_z \end{cases} \quad (3.54)$$

No referencial da nuvem, S' , a colisão é elástica, portanto

$$E'_i = E'_f = \gamma(E + pV \cos \theta) \quad (3.55)$$

O momento da partícula ao longo do eixo \hat{x} mantêm o mesmo módulo, mas a sua direção é contrária, isto é,

$$p'_{x(f)} = -p'_{x(i)} \quad (3.56)$$

$$p'_{x(f)} = \gamma \left(p \cos \theta + \frac{V}{c^2} E \right) \quad (3.57)$$

Para sabermos a energia final do processo, precisamos retornar as expressões para o referencial do observador, S . Para isto, devemos realizar uma transformação inversa, a mesma também está descrita em detalhes no Apêndice A.

Portanto, a energia final do referencial S , E_f , é descrita por

$$E_f = \gamma \left(E'_f + V p'_{x(f)} \right) \quad (3.58)$$

Usando o resultado do fato das colisões no ref. S' serem elásticas, (3.55) e (3.57), na eq.(3.58), ficamos com

$$E_f = \gamma^2 \left[E + 2pV \cos \theta + E \frac{V^2}{c^2} \right] \quad (3.59)$$

$$E_f = \gamma^2 E \left[1 + \frac{2Vp \cos \theta}{E} + \frac{V^2}{c^2} \right] \quad (3.60)$$

Como

$$p = mu \rightarrow \frac{p}{E} = \frac{mu}{mc^2} = \frac{u}{c^2},$$

onde u é o módulo da velocidade da partícula no referencial do observador, S . Portanto, ao retornar para a eq.(3.60), ficamos com

$$E_f = \gamma^2 E \left[1 + \frac{V}{c} \frac{2u \cos \theta}{c} + \frac{V^2}{c^2} \right] \quad (3.61)$$

Sendo $\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2}$, onde $\beta = \frac{V}{c}$, temos

$$E_f = \frac{E \left(1 + 2 \frac{V}{c} \frac{u}{c} \cos \theta + \frac{V^2}{c^2} \right)}{1 - \beta^2} \quad (3.62)$$

Calculando a diferença $\Delta E = E_f - E$

$$\Delta E = E_f - E \quad (3.63)$$

$$\Delta E = E \left(\frac{\left(1 + 2 \frac{V}{c} \frac{u}{c} \cos \theta + \frac{V^2}{c^2} \right)}{1 - \beta^2} - 1 \right) \quad (3.64)$$

$$\Delta E = E \left(\left(1 + 2\beta \frac{u}{c} + \beta^2 - 1 + \beta^2 \right) (1 - \beta^2)^{-1} \right) \quad (3.65)$$

$$\frac{\Delta E}{E} = 2 \left(\beta \frac{u}{c} \cos \theta + \beta^2 \right) (1 - \beta^2)^{-1} \quad (3.66)$$

Para $|\beta^2| < 1$, isto é, a velocidade da nuvem é menor que a velocidade da luz, portanto, podemos usar a aproximação binomial:

$$(1 \pm x)^m \simeq 1 \pm mx \quad \text{para } |x| < 1 \quad (3.67)$$

que, para $|\beta^2| < 1$, irá alterar o último termo de (3.66),

$$(1 - \beta^2)^{-1} \simeq 1 + 1\beta^2 \quad \text{para } |\beta^2| < 1 \quad (3.68)$$

Retornando para a eq.(3.66), temos

$$\frac{\Delta E}{E} \simeq 2 \left(\beta \frac{u}{c} \cos \theta + \beta^2 \right) (1 + \beta^2) \quad (3.69)$$

$$\frac{\Delta E}{E} \simeq 2 \left[\beta \frac{u}{c} \cos \theta + \beta^2 + \beta^3 \frac{u}{c} \cos \theta + \beta^4 \right] \quad (3.70)$$

Como $|\beta^2| < 1$, só usaremos os termos de ordem menor que β^2 , portanto,

$$\frac{\Delta E}{E} \simeq 2 \left(\beta \frac{u}{c} \cos \theta + \beta^2 \right) \quad (3.71)$$

As partículas que adentram a nuvem são relativísticas, sendo assim, $u \approx c$, e a fração apresentada na expressão (3.71) será $\frac{u}{c} \approx 1$, o que nos mostra que a variação relativa de energia adimensional será dada por

$$\frac{\Delta E}{E} \simeq 2 \left(\beta \cos \theta + \beta^2 \right) \quad (3.72)$$

A expressão (3.72) representa a taxa adimensional de ganho de energia para uma colisão com uma determinada nuvem. Como é possível perceber, (3.72) tem uma dependência angular do ângulo de incidência da partícula sobre a nuvem, θ . Não há como determinar um ângulo fixo, pois há uma aleatoriedade neste quesito.

Portanto, o ângulo pode variar de 0 a π . Para o intervalo entre $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, dizemos que as colisões são *frontais* (*head-on*), já para o intervalo $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$, dizemos que configuram colisões *traseiras* (*following*).

Por haver essa dependência angular, deve-se calcular um valor médio sobre tal ângulo, o que impactará no valor médio da taxa de energia, então, o cálculo do valor médio da eq.(3.72) será

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = 2 \left(\beta^2 + \beta \langle \cos \theta \rangle \right) \quad (3.73)$$

A probabilidade de ocorrência da colisão é proporcional ao elemento de ângulo sólido,

Ω , e ao fator $\left(1 - \frac{V}{c} \cos \theta\right)$, [7]. Portanto, o elemento do espaço de probabilidade é

$$dP \approx \left(1 - \frac{V}{c} \cos \theta\right) d\Omega$$

onde $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$

O calculo do valor médio do $\cos \theta$ é

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta dP}{\int_{-\pi}^{\pi} dP} \quad (3.74)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta (1 - \beta \cos \theta) \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi}{\int_{-\pi}^{\pi} (1 - \beta \cos \theta) \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi} \quad (3.75)$$

Sendo $\sin \theta d\theta = -d(\cos \theta)$ e realizando a substituição $x = \cos \theta$, a eq.(3.75) se torna

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_{-1}^{+1} x(1 - \beta x) dx}{\int_{-1}^{+1} (1 - \beta x) dx} \quad (3.76)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\left. \frac{x^2}{2} \right|_{-1}^{-1} - \beta \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-1}^{-1}}{\left. x \right|_{-1}^{-1} - \beta \left. \frac{x^2}{2} \right|_{-1}^{-1}} \quad (3.77)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = -\frac{1}{3}\beta \quad (3.78)$$

Retornando para a eq.(3.73), temos que a variação relativa média de energia que a partícula ganha para uma colisão é dada por

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{4}{3}\beta^2 = \xi \quad (3.79)$$

$$\xi = \frac{4}{3}\beta^2 \quad (3.80)$$

A velocidade da nuvem é em torno de $10 \frac{\text{Km}}{\text{s}}$ [14], o que é muito menor que a velocidade da luz, c , o que acarreta em $\beta^2 \ll 1$. Isto é, a energia ganha pela partícula é muito pequena, por isso que são necessárias várias colisões para que a partícula tenha um ganho de energia grande. Esse mecanismo é conhecido como *Mecanismo de Segunda Ordem*.

Para que a partícula ganhe elevado valor de energia, a mesma precisa interagir com a nuvem n vezes, tornando o processo lento e de cunho estocástico.

Após n interações, a energia da partícula será

$$E_n = E_0(1 + \xi)^n \quad (3.81)$$

$$\ln\left(\frac{E}{E_0}\right) = n \ln(1 + \xi) \quad (3.82)$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{E}{E_0}\right)}{\ln(1 + \xi)} \quad (3.83)$$

Sendo P_{esc} a probabilidade da partícula escapar da nuvem e $(1 - P_{esc})$ a probabilidade da partícula permanecer dentro da nuvem, o número de partícula que são aceleradas é dada por

$$N(E > 0) = N_0 \sum_n^{\infty} (1 - P_{esc})^m \quad (3.84)$$

A eq.(3.84) representa a soma dos termos de uma Progressão Geométrica (P.G.)

$$\sum_n^{\infty} (q)^m = \frac{a_n}{q}$$

onde q é razão da progressão, dada por $q = (1 - P_{esc})$ e a_n representa o n -ésimo termo da progressão.

Portanto,

$$N(E > 0) \approx \frac{(1 - P_{esc})^n}{P_{esc}} \quad (3.85)$$

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = n \ln(1 - P_{esc}) - \ln(P) \quad (3.86)$$

Substituindo o número de interações para chegar a energia E_n dada pela eq. 3.83, temos

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{\ln(1 - P_{esc})}{(1 + \xi)} \ln\left(\frac{E}{E_0}\right) - \ln(P) \quad (3.87)$$

Definindo $\frac{\ln(1 - P_{esc})}{(1 + \xi)} \equiv -\alpha$, onde α representa o índice espectral, temos que

$$N = \frac{N_0}{P_{esc}} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\alpha} \quad (3.88)$$

Portanto, o mecanismo de aceleração gera um espectro que respeita uma lei de potência, o que corrobora com os dados obtidos a partir do espectro dos raios cósmicos.

Frentes de choque

Devido ao fato do mecanismo matemático desenvolvido por Enrico Fermi na década de 40[12] ser de segunda ordem, isto é, ser lenta a aquisição de energia da partícula, iniciou-se a idealização de novos modelos, onde esse ganho de energia estocástico se desse de uma maneira mais rápida. Eis então que, nos anos 70, vários pesquisadores[7] desenvolveram um modelo de colisões de partículas com ondas de choque.

As frentes de choque, ou ondas de choque, se formam a partir da propagação de uma perturbação em um gás. Isso gera uma descontinuidade entre as regiões atrás (*Downstream*) e na frente (*Upstream*) da perturbação, devido a diferença de densidade e velocidade entre os gases. Essa descontinuidade pode ser chamada de frente de choque ou onda de choque. Essas ondas ou frentes de choque podem surgir, por exemplo, em

explosões de supernovas⁴ onde o gás gerado pela explosão configura a região Downstream e o meio cósmico configura a região Upstream. A fronteira entre essas duas regiões é que leva o nome de frente de choque.

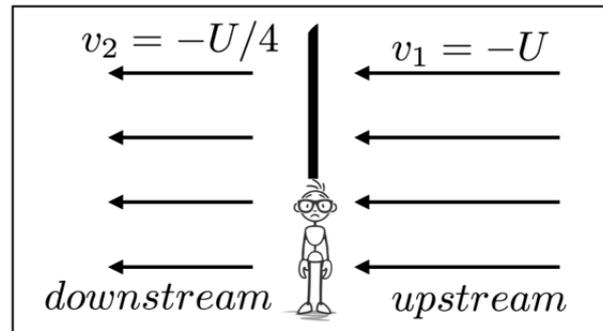


Figura 3.4: Cenário visto no ref. S , no qual o choque está em repouso. *Fonte:* Adaptado de [7].

⁴É um dos estágios do fim da vida de uma estrela, podendo ser o estágio onde a estrela libera energia para haver o colapso de seu núcleo, findando em uma estrela de nêutrons ou similares.

No cenário dado pela Fig.3.4, o observador viaja junto com a frente, ele observa o gás upstream se aproximando com velocidade $-U$ e o downstream se afastando com velocidade de $\frac{1}{4}U$ [7].

Agora, se considerarmos o referencial das partículas sendo o upstream, temos um cenário diferente: O choque se aproxima com velocidade U e o downstream, usando uma transformação Galileana⁵, com velocidade $\frac{3}{4}U$, como pode ser visto na Fig.3.5.

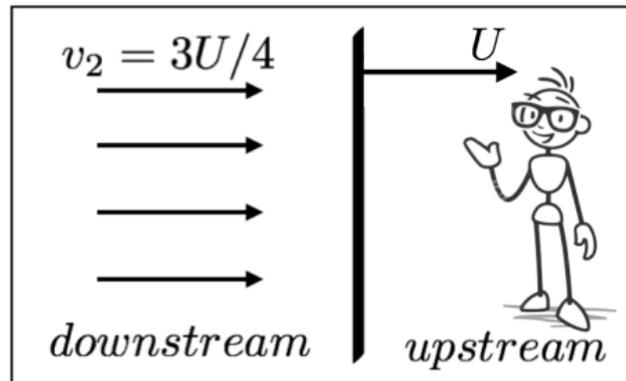


Figura 3.5: Cenário onde o referencial escolhido é o da região upstream. *Fonte:* Adaptado de [7].

⁵Usamos uma transformação deste tipo a partir do fato de que não estamos trabalhando com velocidade relativísticas.

$$v'_2 = v_2 - V = U \left(-\frac{1}{4} - (-1) \right) = \frac{3}{4}U$$

Outra possibilidade é usarmos o referencial das partículas na região downstream. Neste cenário, que é representado pela Fig.3.6, a onda de choque se afasta com uma velocidade de $\frac{U}{4}$ e, a partir de uma transformação Galileana⁶, a velocidade com que a região se aproxima é de $-\frac{3}{4}U$.

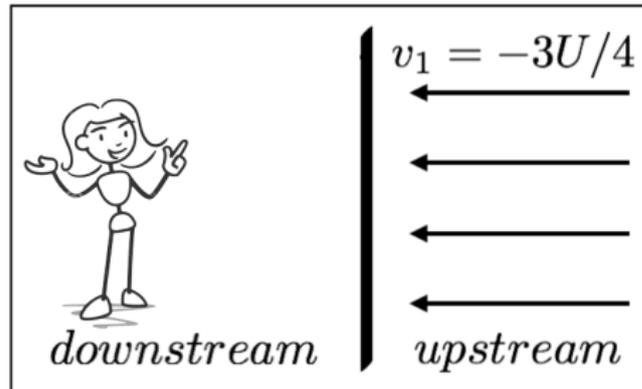


Figura 3.6: Cenário onde o referencial escolhido é o da região downstream. *Fonte:* Adaptado de [7].

⁶Usamos uma transformação desse tipo a partir do fato de que não estamos trabalhando com velocidades relativísticas.

$$v'_1 = v_1 - V = -U - \left(-\frac{U}{4}\right) = -\frac{3}{4}U$$

Nos dois casos, Fig.3.5 e Fig.3.6, as partículas em uma das regiões observam o gás da outra região se aproximar com velocidade de mesmo módulo. Além disso em qualquer um desses cenários haverá uma colisão frontal seja uma partícula na região upstream se movendo em direção ao choque, no qual a mesma perceberá o gás downstream se aproximando, seja uma partícula na região downstream que se desloca em direção ao choque e percebe o gás upstream se aproximando. Portanto, colisões com frentes de choque diferem do mecanismo de Fermi, estudado anteriormente, pelo fato de só haver a possibilidade de colisões frontais.

Podemos calcular a variação de energia da partícula ao colidir, passar de uma região para a outra, ou seja, colidir com a frente de choque. Com o referencial S como sendo o da região upstream, onde mede-se uma energia E_i e momento linear \vec{p}_i para partículas que incidem na frente de choque a partir de um ângulo θ , como é ilustrado na Fig.3.7

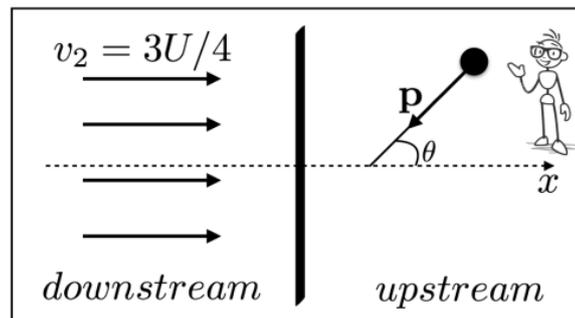


Figura 3.7: Partícula na região upstream, ref. S , incidindo sobre a frente de choque a partir de um ângulo θ formado com o eixo \hat{x} . Fonte: Adaptado de [7].

No referencial S , mais precisamente na direção \hat{x} , temos que o momento inicial e a energia inicial são dados por

$$p_{x_i} = -p_i \cos \theta \quad , \quad E_i \quad (3.89)$$

Já no referencial S' , que é o da região downstream, temos que realizar a transformação de coordenadas a partir do ref. S usando as equações apresentadas em mais detalhes no Apêndice A porque as interações são relativísticas e, sendo assim, para o ref. S' a energia inicial da partícula é

$$E'_i = \gamma(E - v_2 p_{x_i}) \quad (3.90)$$

Substituindo a eq.(3.89),

$$E'_i = \gamma(E + v_2 p_i \cos \theta) \quad (3.91)$$

a transformação do momento inicial na coordenada \hat{x} é

$$p'_{x_i} = \gamma \left(p_{x_i} - \frac{v_2}{c^2} E_i \right) \quad (3.92)$$

Substituindo a relação para o momento linear apresentado em (3.92), temos

$$p'_{x_i} = \gamma \left(-p_i \cos \theta - \frac{v_2}{c^2} E_i \right) \quad (3.93)$$

Portanto, as transformações são

$$\begin{cases} E'_i &= \gamma(E_i + p_i v_2 \cos \theta) \\ p'_{x_i} &= -\gamma\left(p_i \cos \theta + \frac{v_2}{c^2} E_i\right) \\ p'_{y_i} &= p_{y_i} \\ p'_{z_i} &= p_{z_i} \end{cases} \quad (3.94)$$

Considera-se que, ao adentrar na região downstream, a partícula sofrerá reflexões, assim como no mecanismo de Fermi estudado anteriormente. Portanto, podemos usar a mesma condição de colisões elásticas no referencial S' , isto é

$$p'_f = -p'_i \quad , \quad E'_f = E'_i \quad (3.95)$$

Para obtermos a energia final da partícula medida no referencial S , devemos realizar um transformação de coordenadas inversa. Com isso, a energia final do referencial S , E_f , é descrita por

$$E_f = \gamma(E'_f + v_2 p'_{x_f}) \quad (3.96)$$

Se usarmos o fato das colisões serem elásticas, que é dado pela expressão (3.95), na eq.(3.96) e, em conjunto, substituímos a expressão para a energia e momento linear na coordenada x dada no referencial S' , apresentada nas transformações (3.94), a eq.(3.96) torna-se,

$$E_f = \gamma \left[\gamma(E_i + v_2 p_i \cos \theta) - \gamma v_2 \left(-p_i \cos \theta - E_i \frac{v_2}{2} \right) \right] \quad (3.97)$$

$$E_f = \gamma^2 \left[E_i + 2v_2 p_i \cos \theta + E_i \frac{v_2^2}{c^2} \right] \quad (3.98)$$

$$E_f = \gamma^2 E_i \left[1 + \frac{2v_2 p_i \cos \theta}{E_i} + \frac{v_2^2}{c^2} \right] \quad (3.99)$$

Sendo

$$p = mu \rightarrow \frac{p}{E} = \frac{mu}{mc^2} = \frac{u}{c^2}$$

onde u é o módulo da velocidade da partícula no referencial S . Portanto, ao retornar para a eq.(3.99), ficamos com

$$E_f = \gamma^2 E_i \left[1 + \frac{v_2}{c} \frac{2u \cos \theta}{c} + \frac{v_2^2}{c^2} \right] \quad (3.100)$$

Como $\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2}$, onde $\beta = \frac{v_2}{c}$, temos

$$E_f = \gamma^2 E_i \left[1 + 2\beta \frac{u}{c} \cos \theta + \beta^2 \right] \quad (3.101)$$

E como as partículas que adentram a frente de choque são relativísticas, temos que $u \approx c$, e a fração apresentada na expressão (3.101) será $\frac{u}{c} \approx 1$. Assim,

$$E_f = \gamma^2 E_i \left[1 + 2\beta \cos \theta + \beta^2 \right] \quad (3.102)$$

Calculando a diferença $\Delta E = E_f - E$

$$\Delta E = E_f - E_i \quad (3.103)$$

$$\Delta E = \gamma^2 E_i (1 + 2\beta \cos \theta + \beta^2) - E_i \quad (3.104)$$

$$\Delta E = E_i \left\{ \gamma^2 (1 + 2\beta \cos \theta + \beta^2) - 1 \right\} \quad (3.105)$$

$$\frac{\Delta E}{E_i} = \left\{ (1 + 2\beta + \beta^2 - 1 + \beta^2) (1 - \beta^2)^{-1} \right\} \quad (3.106)$$

$$\frac{\Delta E}{E_i} = 2(\beta \cos \theta + \beta^2) (1 - \beta^2)^{-1} \quad (3.107)$$

Para $|\beta^2| < 1$, isto é, a velocidade do gás downstream é menor que a velocidade da luz, podemos usar a aproximação binomial:

$$(1 \pm x)^m \simeq 1 \pm mx \quad \text{para } |x| < 1 \quad (3.108)$$

Que para $|\beta^2| < 1$, irá alterar o último termo de (3.107),

$$(1 - \beta^2)^{-1} \simeq 1 + 1\beta^2 \quad \text{para } |\beta^2| < 1 \quad (3.109)$$

Retornando para a eq.(3.107), temos

$$\frac{\Delta E}{E_i} \simeq 2(\beta \cos \theta + \beta^2) (1 + \beta^2) \quad (3.110)$$

$$\frac{\Delta E}{E_i} \simeq 2[\beta \cos \theta + \beta^2 + \beta^3 \cos \theta + \beta^4] \quad (3.111)$$

Como $|\beta^2| < 1$, só usaremos os termos de ordem menor que β^2 e portanto

$$\frac{\Delta E}{E_i} \simeq 2(\beta \cos \theta + \beta^2) \quad (3.112)$$

A expressão (3.112) representa a taxa relativa de ganho de energia para uma colisão com a onda de choque, como é possível perceber que (3.112) tem uma dependência do ângulo de incidência da partícula sobre a frente, θ , idêntico ao mecanismo de Fermi. Os cenários físicos em que os mecanismos estão envolvidos se tornam diferentes matematicamente no momento em que se calcula o valor médio da taxa adimensional de ganho de energia.

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E_i} \right\rangle = 2(\beta \langle \cos \theta \rangle + \beta^2) \quad (3.113)$$

Para o cenário físico das frentes de choque, a probabilidade de ocorrência da colisão é proporcional a [7]

$$dP \propto \cos \theta d\Omega \quad \text{para } d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi ,$$

e como esse cenário só contempla colisões frontais, o ângulo θ varia de 0 a $\frac{\pi}{2}$.

O valor médio do $\cos \theta$ é

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta dP}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} dP} \quad (3.114)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi} \quad (3.115)$$

Sendo $\sin \theta d\theta = -d(\cos \theta)$ e realizando a substituição $x = \cos \theta$, a eq.(3.115) se torna

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d(\cos \theta) \int_0^{2\pi} d\phi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d(\cos \theta) \int_0^{2\pi} d\phi} \quad (3.116)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d(\cos \theta)}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d(\cos \theta)} \quad (3.117)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^1 x^2 dx}{\int_0^1 x dx} \quad (3.118)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{-\int_1^0 x^2 dx}{-\int_1^0 x dx} \quad (3.119)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\left. \frac{x^3}{3} \right|_0^1}{\left. \frac{x^2}{2} \right|_0^1} \quad (3.120)$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{2}{3} \quad (3.121)$$

retornando para a eq.(3.113), temos que a energia média adimensional que a partícula ganha para uma colisão é dada por

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E_i} \right\rangle = \frac{4}{3}\beta + 2\beta^2 \quad (3.122)$$

Como $|\beta^2| < 1$, só usaremos os termos de ordem menor que β^2 e portanto

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E_i} \right\rangle = \frac{4}{3}\beta \quad (3.123)$$

$$\xi = \frac{4}{3}\beta \quad (3.124)$$

Como pode ser visto, a taxa de ganho médio de energia é de primeira ordem. Esse é um dos grandes diferenciais deste modelo de aceleração, em comparação ao mecanismo de Fermi, mas isso não priva algumas bibliografias de denominarem as colisões com frentes de ondas como *mecanismo de Fermi de primeira ordem*.

Além disso, o fator β em ambos os mecanismos é diferente: para as nuvens magnéticas, $\beta \sim 10^{-4}$, pois as nuvens possuem velocidades típicas em torno de $10 \frac{\text{Km}}{\text{s}}$ [14]. Nas frentes de choque, $\beta \sim 10^{-1}$, já que as ondas de choque de supernovas possuem velocidades em torno de $10^4 \frac{\text{Km}}{\text{s}}$ [14].

Dessa forma, o mecanismo de Fermi de primeira ordem é muito mais rápido em quesito de adquirir energia, tendo em vista que seu ξ tem um valor mais elevado.

3.3 Conclusão

Como proposto ao fim do capítulo anterior, 2, nesse capítulo, abordamos os modelos Top-Down e Bottom-Up, sendo possível perceber suas diferenças e quais os conceitos físicos que os mesmo utilizam.

Assim como é notável a correlação entre as possíveis fontes do raio cósmico com o seu mecanismo de aceleração, vimos, também, que o sol pode acelerar partículas carregadas a partir das Manchas Solares (*Sunspots*) através de interações eletromagnéticas e que máximo de energia que a partícula adquirirá é 10^9eV , o que se assemelha ao detectado e com o que caracteriza o Sol como uma fonte de raios cósmicos[11]. Também vimos como um corpo astrofísico de campo magnético mais elevado, com os Pulsares, pode também, a partir do eletromagnetismo, acelerar raios cósmicos com energias de 7 ordens de grandeza a maior que os raios cósmicos acelerados pelo Sol. Isso classifica esse corpo como uma fonte de um raio cósmico ultra energético, como foi visto no capítulo 2.

O que foi visto até então nos dá um conhecimento sobre quem gera o raio cósmico, como ele é acelerado e adquire energia suficiente para fazer sua jornada até nossa atmosfera e, também, como é essa viagem. No seguinte capítulo, abordaremos o próximo estágio que essa partícula acelerada e altamente energética faz: adentrar a atmosfera terrestre.

Capítulo 4

Raios cósmicos na Terra

Ao fim de todo seu trajeto no meio celeste, o raio cósmico encontra em seu caminho um pequeno planeta com uma atmosfera que propicia a vida em forma de carbono e que consegue detectar esses raios cósmicos, formando um espectro da chegada dos mesmos.

Quando a partícula altamente energética que compõe o raio cósmico adentra a atmosfera, é como se a mesma estivesse em uma mesa de bilhar cheia de bolinhas. Ela irá colidir com os núcleos presentes em nossa atmosfera e isso gerará certos decaimentos e ionizações, além da criação de certas partículas. A detecção dos raios cósmicos pode ser feita de forma direta, assim como era feito nos primórdios da física dos raios cósmicos com Hess, mas, para isso, é necessário que haja um grande fluxo de raios cósmicos com uma determinada energia. Além disso, temos que desprezar as interações ao longo do trajeto do topo da atmosfera até o nível do mar.

O estudo de raios cósmicos com energia um pouco a cima de 10^{15} eV deve ser indireto devido ao baixo fluxo envolvido. Os dados experimentais vêm da detecção e da amostragem de chuviros atmosféricos extensos (*EAS - Extensive Air Shower*),[\[28\]](#), produzidos pelo raio cósmico conforme o mesmo interage com a atmosfera, os quais abordaremos em mais detalhes ao longo do capítulo.

4.1 Espectro

A partir da medição dos raios cósmicos, é possível montar um espectro da chegada dos mesmos, dada pela Fig.4.1. O espectro obedece à uma lei de potência, assim como foi visto no capítulo anterior, onde os mecanismos de Fermi geram um espectro que obedece à uma lei de potência,

$$\frac{dN}{dE} \sim E^{-\alpha} \quad (4.1)$$

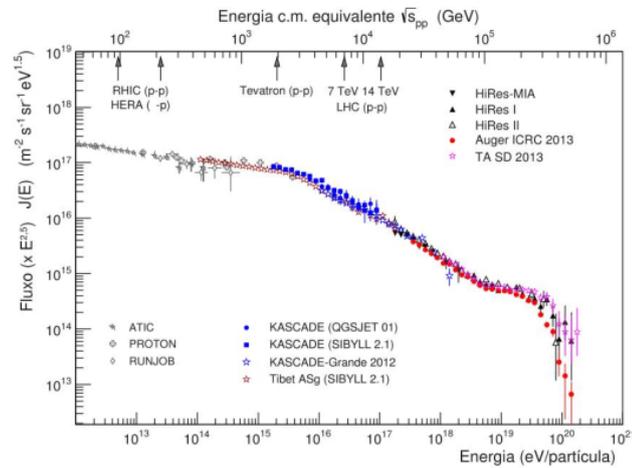


Figura 4.1: Fluxo de raios cósmicos atingindo a Terra, reescalado pela energia à potência de 2,5. No eixo superior, energia equivalente no centro de massa de uma colisão próton-próton. *Fonte:* Adaptado de Luan Alberletch.

Como pode ser visto na Fig.4.1, o fluxo de raios cósmicos tem uma grande variação entre $10^7\text{eV}(10\text{ MeV})$ e $10^{21}\text{eV}(10\text{ZeV})$ ¹. Raios cósmicos com energia da ordem de 10^{17} tem um fluxo de $1 \left[\frac{\text{próton}}{\text{m}^2\text{sMeV}} \right]$, enquanto que os raios cósmicos com energia na faixa de 10^{21}eV tem um fluxo de $1 \left[\frac{\text{próton}}{\text{Km}^2\text{sMeV}} \right]$.

O valor α , presente na expressão 4.1, indica o índice espectral que é aproximadamente 2,7. Apesar do espectro caracterizar-se por uma lei de potência praticamente fixa, é

¹Z = Zeta = 10^{21}

possível, a partir da Fig.4.1, observar que há uma certa mudança de comportamento no espectro para diferentes faixas de energias. Essas mudanças no índice espectral estão estritamente conectadas com os tópicos abordados anteriormente ao longo do texto, ou seja, onde o raio cósmico é gerado e como ele faz a sua viagem até a nossa percepção são os influenciadores no espectro. Portanto, o índice espectral serve como um verificador de certas condições impostas aos raios cósmicos, seja na sua aceleração e/ou propagação.

A primeira mudança da inclinação na Fig.4.1 está na faixa de energia de 3×10^{15} eV e é denominada de *primeiro joelho*; Essa mudança torna o espectro mais inclinado e o índice espectral vai de 2,7 para 3,1. Na faixa de energia de 10^{17} eV, temos uma nova mudança na inclinação do espectro e novamente ele se torna mais inclinado, onde seu índice espectral vai de 3,1 para 3,3; Essa mudança é denominada de *segundo joelho*. O conjunto dessas duas mudanças representa o Joelho (*knee*). A última mudança no espectro é chamada de tornozelo (*ankle*), onde a mesma retorna o índice espectral novamente para algo próximo a 2,7; O tornozelo se encontra na faixa de energia de 10^{19} eV e representa a parte final do espectro até então.

Como pode ser visto, a ordenada da Fig.4.1 representa o fluxo, já, na abcissa temos a energia do raio cósmicos, ambas em escala logarítmica. Para baixas energias, o fluxo de raios cósmicos é elevado, conforme pode-se ver na Fig.4.1. Elevado o suficiente para que seja possível fazer medidas a partir de balões, vide o trabalho feito por Hess[16], que nos proporcionou a possibilidade de detectar os primeiros raios cósmicos. Portanto, esse alto fluxo possibilita a detecção direta e o estudo da composição química dos mesmos, assim como foi discutido nos capítulos anteriores.

Como já dito, as variações do espectro estão relacionadas as condições impostas pelo meio cósmico aos raios cósmicos, por exemplo, há fortes evidências de que os raios cósmicos que têm sua origem em nossa galáxia sejam os mesmos que povoam a faixa do espectro até a região do joelho (entre o primeiro e o segundo), sendo eles acelerados pelos mecanismos de Fermi, de primeira ou segunda ordem, e, como foi visto, os mecanismos

de Fermi geram um espectro de Lei de Potência, o que corrobora o espectro analisado na Fig.4.1 até o limiar no Joelho.

O Joelho está relacionado com uma variação na composição dos raios cósmicos. Experimentos reportam um aumento na proporção de ferro e outros núcleos pesados nesta faixa do espectro. A melhor interpretação para tal efeito pode ser dada pelo modelo galáctico denominado de *Leaky Box* [27], que permite uma difusão livre dos raios cósmicos no disco galáctico, em alguns exemplos, até mesmo com o halo galáctico². Assumi-se que as partículas são refletidas conforme se aproximam da borda galáctica, sendo assim, ficam aprisionadas na borda galáctica com uma certa probabilidade de saída. Esse modelo tem uma forte correlação com o Raio de Larmor, discutido no cap. 2. A consequência desse modelo é o confinamento de prótons no halo, tornando a composição dos raios cósmicos nessa faixa de energia mais voltada para os núcleos pesados [27].

Quando adentramos na faixa de energia de 10^{19}eV , estamos tratando do tornozelo do espectro. Para energias desse valor e acima, o campo magnético galáctico não tem mais como aprisionar quaisquer partículas, nem mesmo núcleos pesados. Por exemplo, para um próton de energia na ordem 10^{19}eV , o raio de Larmor será de 10 quilo Parsec, kpc, que é maior do que as dimensões da galáxia, e em nossa galáxia não há nenhum objeto astrofísico capaz de acelerar um raio cósmico a tal energia. Eis, então, porque a mudança no espectro que o tornozelo causa é dita como sendo a transição dos raios cósmicos galácticos para os raios cósmicos extra galácticos, e isso causa um certo achatamento no espectro além de trazer consigo um grande questionamento: há a existência do corte GZK ou não? Bom, tal questionamento nos leva a três possíveis cenários.

1. O espectro continua indefinitivamente com o mesmo comportamento que vinha apresentando abaixo de 10^{19}eV , o que não está de acordo com os dados obtidos.

Este cenário implicaria nas fontes desses raios cósmicos sendo próximas, ou seja,

²O entorno da galáxia

as fontes devem ser galácticas ou extragalácticas à uma distância de poucos mega parsecs de distância. O fluxo deve ser predominantemente de prótons, isso desenvolveria uma anisotropia em direção ao plano galáctico ou em direção a sua fonte extragaláctica.

2. O corte GZK é observado na faixa de EeV, 10^{18} eV, e isso implica na fonte estar a mais de 20Mpc e, conseqüentemente, a fonte ser extragaláctica. Medições de anisotropia dariam um indicativo de onde tal raio cósmico provém.
3. Para energias acima de 10^{19} eV, o espectro continua, mas com o perfil regido pelo índice espectral do tornozelo. Esse cenário é justificado se correlacionarmos o fluxo de raios cósmicos presentes nessa faixa de energia devidos ao Aglomerado de Virgem, e essa justificativa é corroborada por uma possível medida de anisotropia, que pode indicar uma fonte extragaláctica próxima com um espectro de aceleração tão achatado quanto o espectro detectado após o tornozelo.

O que podemos retirar de informação desses três possíveis cenários é que somente é possível determinar a origem de um raio cósmico ultra energético (*UHCR - Ultra High Cosmic Ray*) se medirmos o espectro, a anisotropia e a sua composição simultaneamente, e, preferencialmente, caso a caso, assim como são os trabalhos atuais sobre a produção de neutrinos.

Para valores baixos na abscissa, temos que o fluxo de raios cósmicos é grande ao ponto de ser detectável diretamente. Podemos nos perguntar: como são detectados os raios cósmicos com baixo fluxo, mas alta energia? Surgem, então, os grandes parques de detecção, onde são instalados vários detectores ao longo de uma grande área, mas por que ao longo de uma grande área? Para respondermos isso, temos que voltar para os primórdios da física dos raios cósmicos, em 1938, quando Pierre Auger prediz que, ao adentrar a atmosfera, a partícula irá interagir com os núcleos presentes, formando um efeito de cascata denominado de *EAS - Extensive Air Shower*.

4.2 EAS - Extensive Air Shower

Ao atingir a atmosfera terrestre, o raio cósmico irá colidir com os núcleos presentes na atmosfera fazendo, um efeito de cascata que, ao longo de toda a extensão da atmosfera, produz um grande número de partículas que se dispõem por vários km^2 .

O estudo de raios cósmicos com energia um pouco acima de 10^{15}eV deve ser indireto, devido ao baixo fluxo envolvido, como pode ser notado na Fig.4.1. Os dados experimentais advêm da detecção e da amostragem de um chuvaire atmosférico extenso (*EAS - Extensive Air Shower*) produzido pelo raio cósmico conforme o mesmo interage com a atmosfera. Uma ilustração de como o chuvaire se desdobra pode ser vista na Fig.4.2

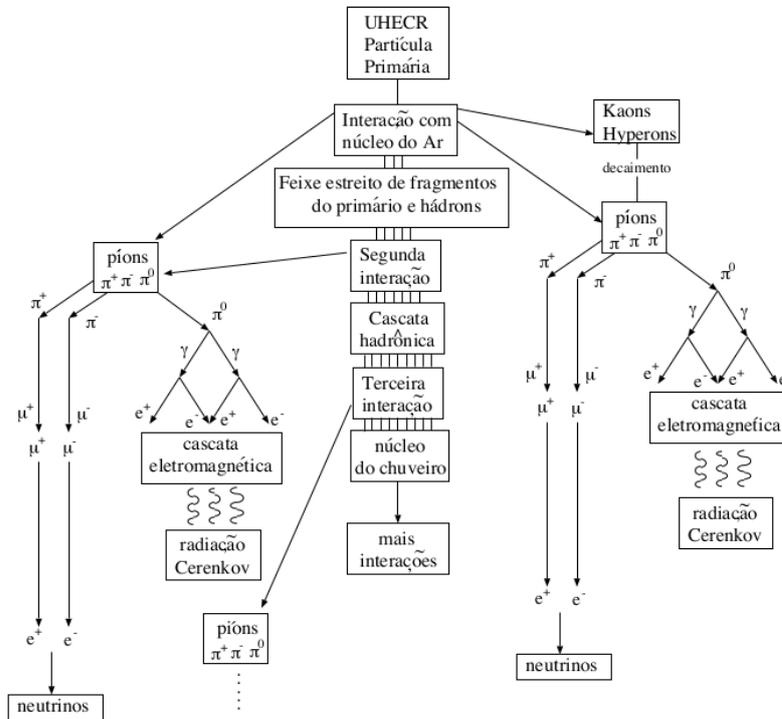


Figura 4.2: Fluxograma esquemático representando toda a estrutura de um chuvaire atmosférico extenso.

Como pode ser visto, o chuvaire se subdivide em 3 componentes: eletromagnética, parte hadrônica e a componente muônica. Há também a componente neutrônica, mas a

mesma é desprezada por sua baixa influência. A importância das componentes pode ser vista a partir da Fig.4.3, onde podemos ver como o número de partículas N , representado na ordenada, se correlaciona com a distância que o raio cósmico adentra na atmosfera, representado pelo eixo da abscissa, que está na unidade intitulada *Radiation Length*, ou comprimento de radiação, $\frac{g}{cm^2}$, que é relacionada à perda de energia de partículas de alta energia interagindo com algum meio de forma eletromagnética. O comprimento de radiação se correlaciona com a altura que a partícula está na atmosfera, h , de uma maneira não linear,

$$\chi = \int_h^\infty \rho(h)dh \quad (4.2)$$

Temos que, para o topo da atmosfera, $\chi = 0$ e, para o nível do solo, $\chi \approx 1030 \frac{g}{cm^2}$

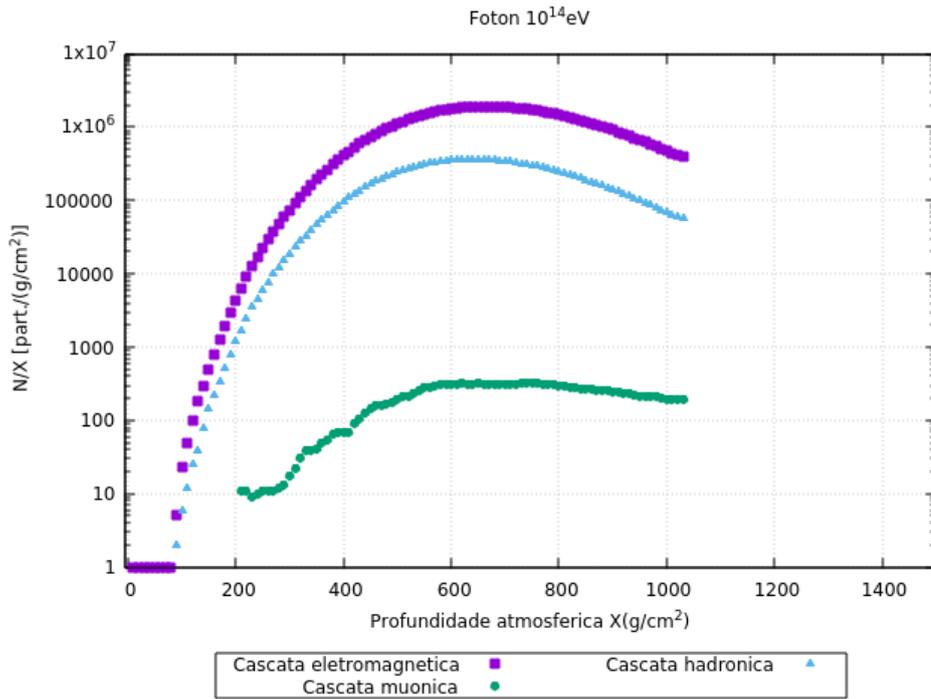


Figura 4.3: Desenvolvimento longitudinal dos fótons, elétrons, múons e da componente hadrônica de CAE gerado por um próton primário de energia 10¹⁵eV via simulação a partir do CORSIKA[17]. *Fonte:* Próprio autor.

A partir da primeira interação no ar, várias partículas são produzidas e o seu

comportamento será dependente de sua energia e tempo de vida. Essas interações podem gerar núcleons³, anti-núcleons, mésons⁴ – como os píons, π^\pm e π^0 , e os Káons K^\pm , sendo ambos com tempo de vida na ordem 10^{-8} s– Essas e outras partículas produzidas irão gerar novas interações no decorrer de sua propagação ao longo da atmosfera. Processos que calculamos na secção sobre propagação 2.2, como a fotoprodução de pares e píons, irão ocorrer ao longo desse processo⁵. Esses processos hádronicos formam a componente hadrônica do chuveiro e são denominados de *Cascata Hadrônica*, sendo esta a parte que fica mais próxima ao centro do chuveiro, como pode ser visto na Fig.4.3. Certos processos na cascata hadrônica são de curta duração ou adquirem um carácter eletromagnético, vide, produção de pares e dos decaimentos dos píons π^0

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (4.3)$$

ou

$$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma \quad (4.4)$$

sendo este segundo caso com uma porcentagem de $\approx 1,1\%$ de ocorrência[23]. Entretanto, temos um componente da cascata hadrônica decaindo na cascata eletromagnética e, como os píons π^0 têm uma grande porcentagem de participação na composição da cascata hadrônica, na ordem de 20% a 30%. Isso corrobora o fato de que, na superfície da Terra, os elétrons e fótons no chuveiro estão em maior abundância do que outras partículas o que ainda está de acordo com o que podemos observar no fim da abscissa da Fig.4.3.

Já a componente muônica é bem menor que a componente eletromagnética, mas carrega consigo uma grande importância por ter informações sobre o desenvolvimento inicial do chuveiro devido ao fato de os múons terem pequenas secções de choque

³Componentes do núcleo, ou seja, prótons e nêutrons.

⁴Estrutura instável, formada por um par quark-antiquark, $q\bar{q}$.

⁵Perceba que, ao longo da atmosfera, não haverá interações com fótons da Radiação Cósmica de Fundo.

e tempos de vida relativamente grandes, o que os possibilita atravessar a atmosfera carregando tais informações. Múons são detectados a mais de 1km de distância do centro do chuveiro devido ao fato de que os mesmos podem ter sido produzidos no alto da atmosfera ou até mesmo ter um ângulo de emissão grande.

Os chuveiros podem ser estudados na superfície, abaixo da Terra e em variadas elevações montanhosas. As quantidades experimentais determinadas são: a função de distribuição lateral, que nos leva à densidade da partícula em função da distância do eixo do chuveiro das partículas carregadas no EAS, a distribuição lateral da luz Cherenkov⁶ produzida pelas partículas do EAS na atmosfera, e a função de distribuição lateral dos múons μ gerados pelos píons π^0 , π^\pm e káons K^0 , K^\pm que decaem do EAS. O desenvolvimento longitudinal do chuveiro na atmosfera pode ser determinado de maneira indireta a partir do estudo da distribuição lateral, e a partir do estudo do tempo de distribuição das partículas incidindo na superfície, assim como o pulso de luz Cherenkov.

Como a componente hadrônica do chuveiro está concentrada muito próxima ao eixo e é, por isso, difícil de ser estudada a altas energias. Apesar da detecção da luz Cherenkov na superfície para desvendar o desenvolvimento longitudinal do chuveiro, há um certo modelo de dependência da mesma. Sendo assim, deve-se utilizar uma técnica de detecção direta.

A única direção direta para o estudo do desenvolvimento longitudinal do EAS é observar a fluorescência atmosférica associada com a passagem de partículas através da atmosfera. Atualmente, somente o experimento *Fly's Eye*⁷ (olho de mosca) é capaz de mensurar tal grandeza, assim como é possível observar na Fig.4.4, onde podemos ver um detector de fluorescência apontado para o topo da atmosfera. Podemos perceber,

⁶Quando uma partícula carregada eletricamente atravessa um meio isolante a uma velocidade superior à da luz neste meio, ela emite radiação eletromagnética que pode ser na faixa visível.

⁷Conjunto de detectores de fluorescência da Universidade de Utah, EUA, onde são colocados 67 espelhos com 880 fototubos apontados para o céu. Os detectores são chamados de *Fly's eye* devido ao fato dos mesmos terem uma aparência próxima a de um olho de mosca.

também, o perfil de distribuição longitudinal de partículas do chuvaireiro, ou seja, o número de partículas N para cada X de profundidade percorrida.

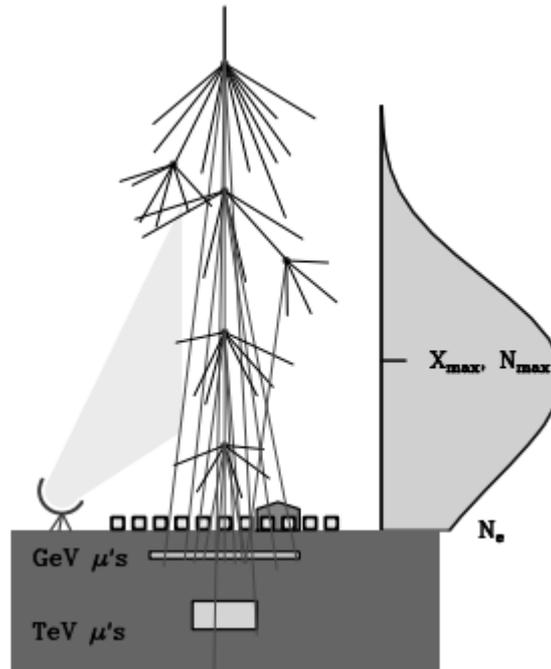


Figura 4.4: Ilustração de como se faz a detecção de chuvaireiro atmosférico extenso, onde é possível ver os detectores de fluorescência, *Fly's Eye*, apontados para o topo da atmosfera e os detectores no nível do solo. E ao lado, a formação do perfil de distribuição longitudinal de partículas do EAS. *Fonte:* [28].

Apesar das propriedades detalhadas até então para os EAS, há certas incertezas perante os chuvaireiros com energia acima de 10^{15} eV, portanto, os mesmos podem ser, e são usados, para estudar a Física da interação das partículas acima do limiar de energia atingido atualmente por aceleradores de partículas, vide o LHC. Há, também, um o foco de estudo nas propriedades dos EAS e em como elas se relacionam com as quantidades astrofísicas de interesse a partir da anisotropia. Por exemplo, as medições feitas a partir da colaboração IceCube[6], alocada na Antártida, a procura de indicativos de possíveis fontes de neutrinos, como os mesmos se propagam e interações que ocorrem com os neutrinos a altas energias, sendo de grande valia para o ramo da Física de

Altas Energias. Com isso podemos identificar as mensagens trazidas por estes potentes mensageiros celestes que são os raios cósmicos.

4.2.1 Cascata eletromagnética

Em primeira aproximação, o EAS gerado pela interação hadrônica na atmosfera se comporta como se somente o processo eletromagnético fosse importante. Consequentemente, é útil denominar o processo simplesmente de *cascata eletromagnética*. Imaginemos um fóton incidente de energia E_0 , cruzando uma distância d antes de criar um par elétron-pósitron. A partir da produção de pares, $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$, cada lépton desse par elétron-pósitron tem metade da energia inicial, $\frac{E_0}{2}$, em média. Após serem produzidos, os elétrons irão viajar outra distância, R , onde cada elétron sofrerá um freamento, efeito bremsstrahlung, $e^\pm \rightarrow e^\pm + \gamma$, e produzirá um fóton de energia média de $\frac{E_0}{4}$. Essa aproximação é denominada de modelo de Heitler[15], onde assumimos que os fótons, elétrons e pósitrons passarão por sucessivos desdobramentos. Podemos ver uma ilustração de tal modelo na Fig.4.5, onde temos a ilustração do *Toy Model*⁸ proposto por Heitler.

Cada desdobramento ocorre após as partículas percorrerem a distância, $d = \lambda_r \ln 2$, onde λ_r é comprimento de interação das partículas eletromagnéticas no meio, nesse caso, o ar [22]. O fator $\ln 2$ garante d como o correspondente à distância com que um elétron perde, em média, metade de sua energia. Após n desdobramentos, a distância percorrida é $\chi = n\lambda_r \ln 2$ e o número de partículas é dado por

$$N = 2^n = 2^{\frac{\chi}{\lambda_r \ln 2}} \quad (4.5)$$

Esse processo de multiplicação continua até que a média de energia das partículas fique abaixo de uma certa energia $\xi_{e.m.}^c$, chamada de *energia crítica*. A energia crítica

⁸Nome dado ao Modelo proposto por Heitler; Tal nome é dado devido ao fato de o modelo partir de uma ideia bastante simples.

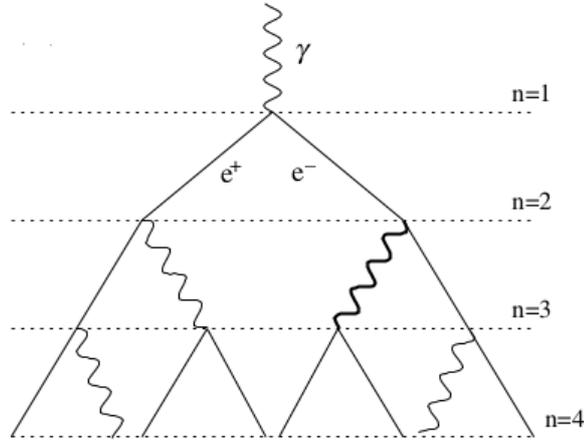


Figura 4.5: Ilustração do modelo de Heitler, onde temos um elétron realizando sucessivos desdobramentos a cada distância d . Fonte: [15].

é definida como a energia abaixo da qual a perda de energia dominante é por meio de ionização e não mais por *bremstrahlung*. A este ponto, nenhuma multiplicação ocorrerá, exceto para produção de pares elétron-íon de muito baixa energia.

Para raios- γ , a energia crítica corresponde ao ponto onde o espalhamento Compton começa a ser mais importante do que a produção de pares, portanto, os processos de perda de energia começam a se sobrepor aos processos de produção de partículas.

Sendo assim, o chuveiro chega ao seu máximo desenvolvimento quando a energia média da cascata é igual à energia crítica. O número total de fótons e elétrons no ponto máximo do chuveiro é dado pela energia total E_0 dividida pela energia crítica $\xi_{e.m.}^c$, isto é,

$$\frac{E_0}{\xi_{e.m.}^c} = \text{número total de fótons, elétrons e pósitrons} = N_{\text{máx}} \quad (4.6)$$

A energias mais altas do que as de interesse (EeV), o comprimento da produção de pares d é aproximadamente igual ao comprimento da radiação por *bremstrahlung*. Se d é a distância para que provavelmente um dos dois processos ocorra, a probabilidade é

$\frac{1}{2}$, isso leva a $\lambda_r = \frac{d}{\ln 2}$. Podemos perceber que o número, k , de distâncias d necessárias para se atingir o máximo do chuveiro, $N_{\text{máx}}$, é dado pela expressão:

$$k = \frac{1}{\ln 2} \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right)$$

Obtida a partir da eq.(4.6), onde substitui-se a eq.(4.5) para o valor máximo, $N_{\text{máx}}$. Isto é,

$$\frac{\chi_{\text{máx}}^\gamma}{2\lambda_r \ln 2} = \frac{E_0}{\xi_{e.m.}^c} \quad (4.7)$$

$$\chi_{\text{máx}}^\gamma = \lambda_r \ln\left(\frac{E_0}{\xi_{e.m.}^c}\right) \quad (4.8)$$

Como a profundidade onde o chuveiro atinge seu máximo, $\chi_{\text{máx}}$, é dada por k vezes a distância d , e $\lambda_r = \frac{d}{\ln 2}$, temos que

$$k = \frac{1}{\ln 2} \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right) \quad (4.9)$$

Na expressão (4.8), o índice superior de $\chi_{\text{máx}}^\gamma$ indica que se trata de um chuveiro puramente eletromagnético. A *taxa de alongação* Λ é definida como a taxa de aumento em $\chi_{\text{máx}}$ com o logaritmo da energia primária [22],

$$\Lambda_{10} \equiv \frac{d\chi_{\text{máx}}}{d \log_{10} E_o} \quad \text{ou} \quad \Lambda_e \equiv \frac{d\chi_{\text{máx}}}{d \ln E_o} \quad (4.10)$$

Os únicos parâmetros desse modelo são: o valor de energia crítica, $\xi_{e.m.}^c$, e o comprimento de radiação⁹, λ_r .

Mesmo sendo bem simplificado, tal modelo prediz duas importantes características da componente eletromagnética: que a profundidade do máximo do chuveiro tem uma

⁹Tradução um tanto quanto literal do inglês *radiation length*, que é o comprimento de interação das partículas eletromagnéticas no meio em que as mesmas estão inseridas.

dependência logarítmica com a energia incidente, como pode ser visto na expressão (4.8), e que o número máximo de partículas do chuvaire, $N_{\text{máx}}$, é linearmente dependente da energia primária, como podemos observar na expressão (4.6).

O desenvolvimento longitudinal dos chuvaireos iniciados por raios- γ ou e^\pm pode ser explicitamente calculado pela resolução de relevantes equações de difusão ou usando técnicas computacionais de Monte Carlo (processos estocásticos). Com o advento de tais técnicas, o cálculo de EAS eletromagnéticos pode, em principio, ser feito tão realístico quanto se queira. Devido ao grande número de partículas e interações que devem ser levadas em consideração, as rotinas utilizadas para os cálculos sofrem certas aproximações.

Chamamos de *Aproximação A* quando são negligenciados todos os processos com exceção do *bremstrahlung* e da produção de pares. Os processos são descritos usando fórmulas assintóticas. Já a *Aproximação B* leva em consideração a perda de energia por ionização e o espalhamento Compton.

4.2.2 Cascata Hadrônica

Uma das questões em aberto é a da composição dos raios cósmicos ultra energéticos e essa dúvida está fortemente ligada ao fato de não termos um modelo extremamente preciso para a cascata hadrônica desses raios cósmicos. Sabe-se que os raios cósmicos desse tipo são, em sua maioria, formados por prótons e núcleo pesados.

O modelo de Heitler, visto logo acima, pode ser expandido para o caso das interações hadrônicas, adicionando-as ao modelo, assim como foi proposto por Matthews[22]. No modelo de Heitler-Matthews, a atmosfera é dividida em camadas com largura λ_{ine} , o que equivale ao comprimento de interação de uma partícula hadrônica. Nesse modelo, após o hádron incidente percorrer a profundidade λ_{ine} , o mesmo sofre colisões perfeitamente inelásticas com os núcleos presentes na atmosfera e produz N_{sec} píons secundários, sendo rN_{sec} píons carregados, π^\pm , e CN_{sec} píons neutros, π^0 , tal que $C + r = 1$. O

processo se inicia à uma profundidade χ_0 , onde o hádron primário interage e dá início à cascata. Assume-se que, inicialmente, a energia primária será dividida de maneira igualitária entre os secundários. Pode-se ver uma ilustração desse modelo a partir da Fig.4.6, onde um desdobramento de energia produz tanto píons neutros quanto píons carregados, mas, até chegar ao próximo nível de desdobramento, os píons neutros já decaíram.

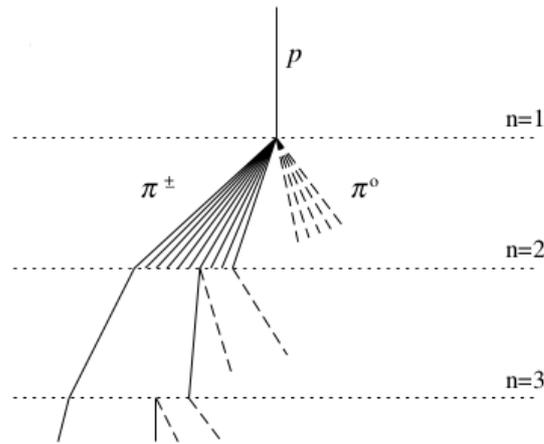


Figura 4.6: Ilustração do modelo de Heitler-Matthews, onde temos um raio cósmico realizando sua primeira interação à profundidade de χ_0 e produzindo píons carregados, π^\pm , e píons neutros, π^0 . Fonte: [22].

Os píons gerados são mésons não estáveis, portanto, os mesmos decaem. Seus decaimentos são representados na Tabela 4.1.

Decaimentos	Tempo de vida (seg)
$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$	$2,6 \times 10^{-8}$
$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	$2,6 \times 10^{-8}$
$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$	$0,83 \times 10^{-16}$

Tabela 4.1: Tabela dos possíveis decaimentos dos píons e seus respectivos tempos de vida.

Como é possível ver a partir da Tabela 4.1, os píons neutros têm um tempo de decaimento muito curto, assim, considera-se que os mesmos decaem imediatamente em fótons, gerando uma cascata eletromagnética. Por sua vez, nota-se que os píons carre-

gados têm um tempo de vida maior e podem propagar-se à outra camada, interagindo novamente. O processo continua até que os píons carregados tenham energia inferior à uma energia crítica, $\xi_{\pi^\pm}^c$. Estima-se que, abaixo dessa energia, a distância percorrida para o decaimento é menor do que λ_{ine} . Abaixo desse limiar, os píons produzem múons, ν_μ , por decaimentos, como pode ser visto na Tabela 4.1.

Após n camadas, o número de píons carregados é dado por

$$N_{\pi^\pm} = (rN_{\text{sec}})^n \quad (4.11)$$

Como assumimos que a energia primária em cada interação será dividida de maneira igualitária entre as partículas secundárias, os píons carregados têm uma energia de $(r)^n E_0$, devido ao fato de que os píons neutros decaem na cascata eletromagnética.

Portanto, pode-se dizer que a energia de cada pión é dada por

$$E_{\pi^\pm} = \frac{E_0}{\left(\frac{1}{r}N_{\pi^\pm}\right)^n} \quad (4.12)$$

A energia dos píons tende a um valor $\xi_{\pi^\pm}^c$ após n_c interações, de modo que se levarmos a (4.12) para o limite das n_c interações, $E_{\pi^\pm} \rightarrow \xi_{\pi^\pm}^c$, teremos que

$$n_c = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{\xi_{\pi^\pm}^c}\right)}{\ln\left(\frac{1}{r}N_{\pi^\pm}\right)} \quad (4.13)$$

Como $N_{\pi^\pm} = rN_{\text{sec}}$.

$$n_c = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{\xi_{\pi^\pm}^c}\right)}{\ln(\text{sec})} \quad (4.14)$$

Ao chegar a esse limiar, os píons carregados decaem e, como foi visto a partir da Tabela 4.1, os mesmo irão decair em múons¹⁰. Para sabermos o número de múons produzidos,

¹⁰Não iremos abordar o neutrino produzido nesse caso.

temos que levar a eq.(4.13) para a expressão (4.11), assim, obtemos o conteúdo de múons do chuvaeiro.

$$N_\mu = N_{\pi^\pm}^c = (rN_{\text{sec}})^{n_c} \quad (4.15)$$

Aplicando o \ln na expressão, temos que

$$\ln N_\mu = n_c \ln(rN_{\text{sec}}) \quad (4.16)$$

$$\ln N_\mu = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{\xi_{\pi^\pm}^c}\right)}{\ln(N_{\text{sec}})} \ln(rN_{\text{sec}}) \quad (4.17)$$

$$\ln N_\mu = \ln\left(\frac{E_0}{\xi_\pi^c}\right) \frac{\ln(rN_{\text{sec}})}{\ln(N_{\text{sec}})} \quad (4.18)$$

Definindo o parâmetro $\beta \equiv \frac{\ln(rN_{\text{sec}})}{\ln(N_{\text{sec}})}$, temos que, aplicando o exponencial sobre a expressão acima, o número de múons do chuvaeiro é dado por

$$N_\mu = \left(\frac{E_0}{\xi_\pi^c}\right)^\beta \quad (4.19)$$

Portanto, temos que a cascata hadrônica não só contribui para a componente eletromagnética, como também tem grande impacto na componente muônica. Os múons são léptons, assim como o elétron, mas os mesmos são instáveis, isto é, decaem após um certo período. Os possíveis decaimentos dos múons podem ser vistos a partir da Tabela 4.2.

Decaimentos	Tempo de vida (seg)
$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$	$2,2 \times 10^{-6}$
$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$	$2,2 \times 10^{-6}$

Tabela 4.2: Tabela dos possíveis decaimentos dos múons e seus respectivos tempos de vida.

Devido ao seu tempo de vida relativamente elevado, os múons acabam não decaindo até atingirem a profundidade do nível do solo, tornando-se um dos elementos detectáveis dos chuveiros.

Para determinarmos a profundidade onde o número de partículas atinge o seu máximo, ou seja, $\chi_{\text{máx}}$, considera-se a cascata eletromagnética como a predominante, sendo que, para cada interação da cascata hadrônica, uma parte da energia é transferida para a cascata eletromagnética, tal que a transferência aumenta com o número de interações, n . Portanto, a energia da componente eletromagnética é dada por

$$E_{e.m.} = E_0 - N_{\pi^\pm} E_{\pi^\pm} = E_0(1 - r^n) \quad , \text{ onde } r < 1 \quad (4.20)$$

Consideraremos também que os subchuveiros produzidos nas posteriores interações, em relação à primeira, não influenciarão sobre a profundidade de máximo, isto é, a profundidade de máximo é determinada pela cascata eletromagnética proveniente do decaimento dos píons neutros gerados na primeira interação hadrônica. Como a primeira interação ocorre à profundidade χ_0 e a energia de cada fóton proveniente de tal é de $\frac{E_0}{2N_{sec}}$, o fator $\frac{1}{2}$ surge do fato de que o decaimento do pión neutro gera dois fótons, $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Podemos utilizar a expressão para a profundidade de máximo da cascata eletromagnética (4.8) para escrever a profundidade de máximo de um chuveiro iniciado por um próton,

$$\chi_{\text{máx}}^p = \chi_0^p + \lambda_r \ln\left(\frac{E_0}{2N_{sec} \xi_{e.m.}^c}\right) \quad (4.21)$$

Desse modo, este modelo prediz duas propriedades importantíssimas dos chuveiros atmosféricos extensos. Primeiro, que a quantidade de múons cresce de acordo com uma potência da energia incidente. Segundo, assumir que a razão c entre o número de píons neutros e o número total de partículas secundárias, para o caso onde há somente píons,

equivale a um terço seria, então, uma aproximação válida.

Já a *taxa de alongação* para os chuveiros iniciados por hádrons é obtida usando (4.21) na definição dada por (4.10), o que resulta na obtenção de

$$\Lambda_e = \lambda_r(1 - B_{N_{\text{sec}}} - B_{\chi_0}) \quad (4.22)$$

onde os termos $B_{N_{\text{sec}}}$ e B_{χ_0} são definidos como

$$B_{N_{\text{sec}}} = \frac{1}{\lambda_r} \frac{d \ln N_{\text{sec}}}{d \ln E_0} \quad \text{e} \quad B_{\chi_0} = -\frac{1}{\lambda_r} \frac{\chi_0}{\ln E_0} \quad (4.23)$$

Ao analisarmos a eq.(4.22), vemos que a profundidade de máximo do chuveiro atmosférico extenso gerado a partir de um próton depende de três fatores: o comprimento de radiação da componente eletromagnética, λ_r , a multiplicidade de secundários, N_{sec} , e da secção de choque da interação próton-ar, σ_{ine}^{p-ar} , através da profundidade da primeira interação, χ_0 . Mesmo com todo esses detalhamentos, devemos ser cautelosos ao interpretar fisicamente os parâmetros do mesmo, por exemplo, a multiplicidade dos secundários, que foi vista como independente da energia da interação, enquanto que, no caso real, isto não é uma verdade.

A profundidade da primeira interação é 70gm/cm^2 para prótons e aproximadamente 15gm/cm^2 para núcleos de ferro a energias de 10^{15}eV [27]. Para interações de prótons, dificilmente metade da energia inicial é perdida na primeira interação. A posição subsequente do máximo do chuveiro, χ_{max} , é fortemente influenciada por flutuações na posição da primeira interação e pela perda de energia que ocorre a partir da mesma. De fato, a posição da profundidade do máximo do chuveiro, χ_{max} , depende do produto da secção de choque inelástica σ_{ine}^{p-ar} e da inelasticidade κ .

Modelo de Superposição

Matthews considerou que os chuviros atmosféricos têm como raio cósmico incidente núcleos. Nesse modelo, um núcleo atômico de massa A e energia E_0 é considerado equivalente a A nucleons, constituintes do núcleo, independentes, cada um com energia $\frac{E_0}{A}$. Portanto, o chuviro resultante é dado pela soma dos A chuviros iniciados pelos nucleons, prótons, independentes. Seguindo os mesmos passos do modelo hadrônico, temos que a profundidade de máximo, de acordo com a eq.(4.21), é dada por

$$\chi_{\text{máx}}^A = \chi_{\text{máx}}^A + \lambda_r \ln \left(\frac{E_0}{2AN_{\text{sec}}\xi_{e.m.}^c} \right) \quad (4.24)$$

Para esse modelo, a quantidade de múons é obtida se multiplicarmos a equação (4.19) por A e substituirmos a energia de cada núcleo por $\frac{E_0}{A}$, isto é, $E_0 \rightarrow \frac{E_0}{A}$, o que irá resultar em

$$N_\mu = A^{1-\beta} \left(\frac{E_0}{\xi_\pi^c} \right)^\beta \quad (4.25)$$

Esse modelo de superposição prevê duas características importantes dos chuviros atmosféricos extensos que estão de acordo com resultados obtidos em simulações computacionais[1].

A primeira é a da diminuição da profundidade de máximo com o logaritmo da massa do raio cósmico primário, isto para uma dada energia, ou seja, quanto mais massiva a partícula primária, menos o chuviro penetra.

A segunda característica relaciona-se aos múons; chuviros produzidos a partir de núcleos massivos, grande A , produzem uma quantidade maior de múons, vide a eq.(4.25), do que um chuviro iniciado por hádrons.

Inelasticidade

Nessa parte do modelo proposto por Matthews, considerou-se a incorporação dos efeitos da partícula líder (advindo do termo em inglês *leading particle*) através da inclusão do parâmetro de inelasticidade, κ_{ine} , ou, de forma equivalente, do parâmetro de elasticidade. A elasticidade de uma interação, f_L , é definida como a fração da energia primária portada pela partícula líder, que é definida como o secundário mais energético emergente de uma interação,

$$f_L = \frac{E_{lead}}{E_0} \quad (4.26)$$

onde E_{lead} é a energia da partícula líder e E_0 é a energia de interação.

Assim, a energia disponível para produção inelástica de partículas, a inelasticidade de uma interação, pode ser descrita como:

$$\kappa_{ine} = 1 - \frac{E_{lead}}{E_0} = 1 - f_L \quad (4.27)$$

Matthews argumentou [22] que a, cada interação, a energia primária, E_0 , se divide, de forma que a partícula líder leva consigo a energia $(1 - \kappa_{ine})E_0$, enquanto que a energia $r\kappa_{ine}E_0$ é usada na produção dos rN_{sec} píons carregados e a energia $c\kappa_{ine}E_0$ é utilizada para a produção dos cN_{sec} píons neutros, que futuramente decaem na cascata eletromagnética. Portanto, para esta implementação no modelo, serão formadas, após a interação, $1 + N_{sec}$ partículas secundárias.

Para uma cascata iniciada por um próton com energia E_0 , a energia carregada pelos píons carregados após a interação é $(1 - c\kappa_{ine})^n E_0$, que tem uma distribuição de $(1 + rN_{sec})^n$ píons carregados. Na n -ésima interação, existirá $n + 1$ grupos de partículas com energia em comum. A camada n_c , que é a camada onde os píons atingem sua energia crítica, $\xi_c^{\pi^\pm}$, é dada por

$$\xi_c^{\pi^\pm} = \frac{E_0(1 - c\kappa_{ine})^{n_c}}{(1 + rN_{\text{sec}})^{n_c}} \quad (4.28)$$

Assim, obtêm-se facilmente a expressão para n_c ,

$$n_c = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{\xi_c^{\pi^\pm}}\right)}{\ln\left[\frac{(1+rN_{\text{sec}})}{(1-c\kappa_{ine})}\right]} \quad (4.29)$$

Usando os mesmos passos feitos no modelo hadrônico sem o parâmetro de inelasticidade, temos que o número de múons, após a camada crítica, é dado por $N_\mu = (1 + rN_{\text{sec}})^{n_c}$. Aplicando o \ln nessa expressão, obtemos

$$N_\mu = \left(\frac{E_0}{\xi_c^{\pi^\pm}}\right)^\beta \quad (4.30)$$

onde definimos o parâmetro β como

$$\beta \equiv \frac{\ln(1 + rN_{\text{sec}})}{\ln\left[\frac{1 + rN_{\text{sec}}}{1 - c\kappa_{ine}}\right]} \quad (4.31)$$

Podemos levar a expressão acima em dois limites.

O primeiro limite é realizando $\kappa_{ine} \rightarrow 1$, isto é, toda a energia da interação é utilizada para a criação de píons, não havendo, assim, $1 + rN_{\text{sec}} \rightarrow rN_{\text{sec}}$. Se implementarmos tais limites na expressão (4.31), temos que

$$\beta = \frac{\ln(rN_{\text{sec}})}{\ln(N_{\text{sec}})} \quad \text{para } \kappa_{ine} \rightarrow 1 \quad (4.32)$$

e, com isso, retornamos para o caso visto inicialmente para o próton na cascata hadrônica sem o parâmetro de inelasticidade.

O segundo limite é para o valor do parâmetro de inelasticidade igual a zero, $\kappa_{ine} \rightarrow 0$, isto é, não há perda de energia no processo, portanto, toda a energia se mantém na

cascata hadrônica. Ao implementar tal limite na expressão (4.31), temos que

$$\beta = 1 \quad (4.33)$$

e, sendo assim, o número de múons é dado por

$$N_\mu = \frac{E_0}{\xi_{\pi^\pm}} \quad (4.34)$$

Se utilizarmos os mesmos parâmetros de [22], assumindo que a cada interação serão produzidos 15 píons, $N_{\text{sec}} = 15$, dois terços são píons carregados, ou seja, $r = \frac{2}{3}$, e o restante são píons neutros, $c = \frac{1}{3}$, e o parâmetro de inelasticidade tem o valor $\kappa_{ine} = 0,5$. Ao substituirmos tais valores na eq.(4.31), obtemos que $\beta = 0,93$. Se fizermos o mesmo para a eq.(4.32), que representa o caso sem o parâmetro κ_{ine} , obtemos $\beta = 0,85$. Portanto, isso implica em que, ao substituirmos tais valores de β sobre a equação do número de múons, (4.30), podemos concluir que, para o caso com parâmetro de inelasticidade, teremos um maior número de múons no chuveiro. Isso também nos faz concluir que uma das consequências do parâmetro de inelasticidade nesse modelo é a redução da quantidade de energia que é transferida para a cascata eletromagnética.

4.3 Conclusão

Ao longo desse capítulo, vimos os estudos sobre os efeitos dos raios cósmicos ao adentrarem nossa atmosfera formando um chuveiro atmosférico extenso (*Extensive Air Shower EAS*) e, com isso, concluindo sua viagem até a sua detecção.

Vimos o espectro formado pelo fluxo dos raios cósmicos e como todo o seu trajeto até a atmosfera interfere no perfil do espectro, tornando-o mais inclinado ou mais achatado. Também abordamos como se dão as interações da partícula primária com os elementos da atmosfera e como parametrizamos a própria atmosfera, e que não é de maneira linear.

Foram abordados modelos de como os chuveiros atmosféricos são produzidos. Primeiramente, analisamos o modelo de Heitler, onde as interações e o chuveiro são puramente eletromagnéticos, logo após, vimos o modelo de Heitler-Matthews, onde temos interações hadrônicas que decaem na componente eletromagnética e muônica do chuveiro, assim como observamos que tal modelo sofre alterações se considerarmos casos onde um núcleo é o primário ou se introduzirmos um parâmetro de inelasticidade.

Apesar de tais modelos fornecerem informações importantes sobre a natureza dos chuveiros, e, evidenciando como os observáveis se relacionam com as interações hadrônicas, também são evidenciadas importantes relações entre os observáveis e a composição da partícula primária. Mas, por sua simplicidade, esse modelo não fornece previsões ou estimativas numéricas confiáveis sobre os observáveis dos chuveiros e, portanto, devem ser tratados de uma maneira qualitativa.

Por isso, para deduzirmos informações sobre os raios cósmicos primários a partir de observações de chuveiros atmosféricos extensos, é preciso comparar os dados obtidos experimentalmente com os resultados de simulações computacionais detalhadas.

Capítulo 5

Simulação de chuveiros atmosféricos

Como abordamos nos capítulos anteriores, os modelos de Heitler (ou Heitler-Matthews) são muito simplórios para servirem como base para comparação com os dados experimentais, por isso a simulação numérica detalhada dos chuveiros se torna de suma importância. Simulações de chuveiros atmosféricos com grande nível de detalhamento podem ser produzidas através do método empregado no software CORSIKA¹[17], baseado na aplicação de geradores de evento Monte Carlo para simular todas as interações partícula-ar em um chuveiro atmosférico.

5.1 CORSIKA

CORSIKA é um programa detalhado que utiliza o Método de Monte Carlo² para estudar a evolução e propriedades do chuveiros atmosféricos extensos. Inicialmente, foi desenvolvido no ano de 1989, em sua primeira versão. O programa permite simular as

¹ *Cosmic Ray Simulation for KASCADE*

²Em princípio, o método de Monte Carlo é usado para resolver problemas a partir de uma interpretação probabilística. É utilizado na simulação dos chuveiros atmosféricos pelo fato de existir grandes incertezas acerca dos mesmos.

interações e decaimentos de núcleos, hádrons, múons, elétrons e fótons na atmosfera para energias até 10^{20} eV.

A proposta do programa é simples, pois inicia com uma única partícula, cujas características são definidas pelo usuário, a partir de um *input*, e que evoluem com sua penetração na atmosfera e interação com algum núcleo presente no ar à uma profundidade (óptica) atmosférica dependente da seção de choque. O cálculo dessa seção de choque e a simulação da interação são feitos a partir de um gerador de eventos Monte Carlo escolhido *a priori*. Após esta primeira interação, gera-se uma série de partículas secundárias. O programa, então, nos fornece informações sobre o tipo de partícula, sua energia, localização, direção e tempo de chegada para todas as partículas secundárias produzidas a partir da primeira interação e que passam pelo nível de observação, que também é escolhido pelo usuário e incluso no *input*.

Todos esses dados são armazenados na memória do programa e, em um processo iterativo, as partículas secundárias se propagam na atmosfera, tendo perdas de energia a partir da ionização de moléculas no ar. Nesse trajeto, tais partículas podem decair ou interagir novamente, dependendo do seu tempo de vida e de sua seção de choque inelástica. O chuveiro atmosférico se encerra quando todas as partículas atingem o nível de observação definido pelo usuário.

Para realizar a simulação das interações em altas energias no CORSIKA, temos alguns modelos. São eles:

1. **QGSJET - Quark Gluon String model with JETs** - é um programa desenvolvido para descrever interações hadrônicas de altas energias usando a parametrização de Pomeron para a amplitude de espalhamento elástica hádron-núcleo. Em sua última versão, QGSJET-II-04, a parametrização de Pomeron e seção de choque afinado com o LHC[17].
2. **VENUS - Very Energetic Nuclear Scattering** - programa que simula coli-

sões de íons pesados no regime ultra relativístico. A seção de choque dada pelo programa é definida de maneira automática enquanto extrai-se o código FROTRAN utilizado no CORSIKA. Ao escolher esse programa, escolhe-se uma das opções de simulação das interações hadrônicas de altas energias.

3. **DPMJET - Dual Parton Model with JETs** - é um programa desenvolvido para interações hadrônicas de altas energias, para colisões de hádron-núcleo e núcleo-núcleo. Seu tempo de CPU é próximo do tempo do modelo VENUS a energias de $10^{15}eV$ para a partícula primária, e é possível usar o modelo para energias mais elevadas[17].
4. **EPOS - Energy conserving quantum mechanical multi-scattering approach, based on Partons, Off-shell remnants and Splitting parton ladders** - combina características dos programas VENUS e QGSJET para extrapolar resultados para energias mais altas. Sua versão mais atual é o EPOS LHC, onde os dados mais recentes de aceleradores, provenientes do LHC, são considerados para restringir os parâmetros do modelo[17].

Estes programas são escolhidos para termos o compilador do CORSIKA e, sempre que for necessário, é possível escolher outro desses programas.

Ainda no regime das interações hadrônicas, mas agora para baixas energias, temos que os modelos que podem ser escolhidos são:

1. **FLUKA - FLUctuating KAscade** - é o conjunto de rotinas que segue partículas carregadas através da matéria a partir do método de Monte Carlo e é combinado ao CORSIKA, somente rastreando aquelas partículas de baixa energia. O FLUKA é implementado ao CORSIKA para calcular as seções de choque hadrônicas com os componentes do ar e realizar suas interações, rastreando as partículas secundárias da interação[17].

2. **GEISHA - Gamma Hadron Electron Interaction SHower code** - é um programa capaz de descrever colisões de hádrons até energias de 100GeV. Entre outros usos, o GEISHA é usado no CORSIKA para calcular seções de choque hadrônicas, elásticas e inelásticas, no ar para energia abaixo de 80GeV, assim como a produção de partículas[17].
3. **URQMD - Ultra Relativistic Quantum Molecular Dynamics** - código montado para descrever interações hádron-núcleo a baixas energias, é utilizado no CORSIKA para realizar interações hadrônicas elásticas e inelásticas no ar para energias inferiores a 80GeV [17].

Após a instalação dos mesmos, temos que montar o executável, onde podemos escolher um dos modelos de interação hadrônica para altas energias, e outro modelo para as interações de baixas energias. Feito isso, pode-se começar a simulação, a partir de um arquivo de entrada, que consiste de um número de parâmetros para o chuviro que podem ser alterados para obtermos diferentes perfis de chuviros atmosféricos. Um exemplo de arquivo de entrada pode ser visto na Tab. 5.1.

Início do arquivo de entrada padrão		
Parâmetro	Valor	Explicação
RUNNR	xxxx	Número do run
EVNTNR	x	Número do primeiro chuvaeiro
PRMPAR	xx	Tipo de partícula primária
ESLOPE	-2.7	índice espectral
ERANGE	x.Ex x.Ex	Faixa de energia da partícula primária (GeV)
THETAP	xx yy	Faixa do ângulo Zênite (em graus)
PHIP	xx yy	Faixa de ângulo Azimutal (em graus)
SEED	x 0 0	gerador de números aleatórios 1
SEED	x 0 0	gerador de números aleatórios 2
OBSLEV	xxx. Ex	nível da observação (em cm)
FIXCHI	0.	Altitude de início ($\frac{g}{cm^2}$)
MAGNET	20.0 42.8	Campo magnético do centro da Europa
HADFLG	0 0 0 0 x	Sinais para interações hadr. e fragmentação
ECUTS	x.xx x.xxx x.xxx x.xxxx	Cortes de energias para partículas
MUADDI	T/F	info. adicional para múons
MUMULT	T/F	Mult. espalhamentos angulares de múons
ELMFLG	T/F T/F	Interações eletromagnéticas (NKG,EGS)
STEPFC	x	fator de comprimento do passo de mult. espalhamentos
RADNKG	xxx.Ex	raio para densidade de distribuição lateral NKG
LONGI	T/F x. T/F T/F	Distribuição longit., tamanho do passo, contorno, saída
ECTMAP	1.E4	cut-off de energias dos γ
MAXPRT	x	número máx. de eventos a estarem na saída.
DIRECT	./	diretório de saída
USER	Nome	Usuário
PAROUT	T/F T/F	
DEBUG	T/F x T/F xxxxxxx	
Final do arquivo de entrada		

Tabela 5.1: Configurações do arquivo de entrada do CORSIKA.

Os valores com x's, na Tab. 5.1, são os parâmetros os quais podem ser alterados para obtermos diferentes chuvaeiros atmosféricos. Após a simulação, são gerados três arquivos de saída para este tipo de arquivo de entrada. São eles: DATXXXXXXXX, um arquivo binário contendo informação de todos os processos ocorridos; Um arquivo DATXXXXXXXX.long, onde está contida a informação sobre a distribuição longitudinal das partículas e suas energias; E, por último, é gerado um arquivo de texto, .txt, escolhido *a priori* na hora de iniciar-se a simulação, onde consta o passo a passo da simulação, algo como, um log da simulação, ou seja, evidencia o que foi simulado e quais parâmetros foram utilizados. O arquivo binário DATXXXXXXXX pode ser convertido em um arquivo que possa ser lido a partir de rotinas feitas em FORTRAN ou C++. Com isso, podemos obter informações das partículas no nível de observação, como posição,

momento linear, tempo de chuva e a identificação da mesma.

5.2 Desenvolvimento longitudinal

Chuveiros atmosféricos reais, induzidos por raios- γ ou elétrons, podem também produzir hádrons a partir de fotoprodução, e então, somente haverá uma pequena dependência das premissas do modelo hadrônico usado nesses cálculos. Isso é irrelevante para a função de distribuição lateral³ e longitudinal, desde que sejam dominadas puramente pela componente eletromagnética, mas pode ser muito importante no cálculo da distribuição de múons esperada para tais chuveiros. O desenvolvimento de tais cascatas é descrito usando um parâmetro de "idade" s .

Formalmente, esse parâmetro entra na solução das equações de distribuição que descrevem o desenvolvimento do chuva. O valor de s varia de 0, no ponto onde ocorre a primeira interação, a 1, no máximo do chuva, e tem o valor máximo de 2 no fundo do chuva para o qual o número de partículas é menor do que um. Mais precisamente

$$\frac{d \ln N(t)}{dt} = \lambda(s) \quad (5.1)$$

onde N é o tamanho do chuva, $t = \frac{x}{\chi_0}$ e $\lambda(s) = 0$ quando $s = 1$. Vários autores acharam expressões aproximadas para o desenvolvimento longitudinal de tais chuveiros eletromagnéticos. Por exemplo, em Hillas [1],

$$N_e = \frac{0,31}{\sqrt{y}} e^{[t(1,0-1,5 \ln s)]} \quad (5.2)$$

onde N_e é o número de elétrons no chuva e y é dado por

$$y = \ln\left(\frac{E_o}{E_c}\right) \quad (5.3)$$

³Densidade de partículas em função da distância ao centro do chuva.

onde E_0 é a energia incidente e E_c é a energia crítica, e

$$s = \frac{3}{\left[1 + \frac{2y}{t}\right]} \quad (5.4)$$

é a sua idade ou era. O parâmetro de idade está relacionado com o desenvolvimento do chuveiro atmosférico em uma dada espessura de matéria. A partir da equação (5.2), tem-se que o máximo desenvolvimento do chuveiro é alcançado quando $s = 1$. Levando tal caso para a expressão (5.4), temos que o parâmetro t fica

$$t_{\max} = y = \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right) \quad (5.5)$$

Para o início do chuveiro, temos $s \ll 1$; antes do máximo, temos $s < 1$; e depois do máximo, $s > 1$.

Já o chuveiro hadrônico pode ser considerado como a superposição de chuveiros eletromagnéticos individuais produzidos por decaimentos do π^0 e alimentados pelo núcleo hadrônico do chuveiro. Portanto, esses chuveiros não tem um parâmetro de idade, s , bem definido. A profundidades atmosféricas além do máximo do chuveiro, $\chi > \chi_{\max}$, há muito pouca influência do núcleo hadrônico e o chuveiro se comporta como uma cascata eletromagnética.

Há uma aproximação analítica de uma expressão para o desenvolvimento longitudinal para um chuveiro iniciado por um próton. Baseado no cálculo de Monte Carlo, temos que o desenvolvimento para tal chuveiro dado por Gaisser e Hillas[27].

$$N(\chi) = N_{\max} \left(\frac{\chi - \chi_0}{\chi_{\max}} - \chi_0 \right) \frac{(\chi_{\max} - \chi_0)}{\lambda} e^{\left[\frac{(\chi_{\max} - \chi_0)}{\lambda} \right]} \quad (5.6)$$

onde os termos χ_{\max} , N_{\max} , χ_0 e λ são parâmetros de ajustes.

Utilizamos o CORSIKA para simular a entrada de um fóton, um próton e um núcleo

de Ferro na atmosfera terrestre. O resultado é mostrado na Fig. 5.1.

Na figura abaixo, Fig.5.1, as diferentes cores representam as diferentes componentes. As linhas vermelhas representam a componente eletromagnética, as linhas azuis representam a componente hadrônica, e a componente muônica é representada pelas linhas verdes. A partir das ilustrações em Fig.5.1, vemos que a componente eletromagnética tem um espalhamento maior do que as outras componentes. O plano x-y representa o observador sendo o detector no nível do solo.

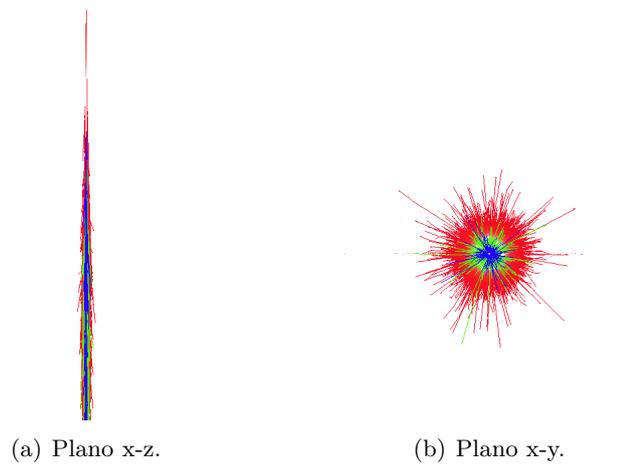


Figura 5.1: Imagem de um fóton gerador de um chuveiro atmosférico extenso, gerada a partir do CORSIKA e da funcionalidade PLOTSH [17]. *Fonte:* Próprio autor.

A partir das interações simuladas, podemos gerar um gráfico representando o perfil longitudinal dessa interação e, a partir desse, fazemos um ajuste usando a curva de Hillas (5.6), a Fig.5.2, que mostra os dados obtidos a partir da simulação de um fóton incidente com energia de 10^{14} eV.

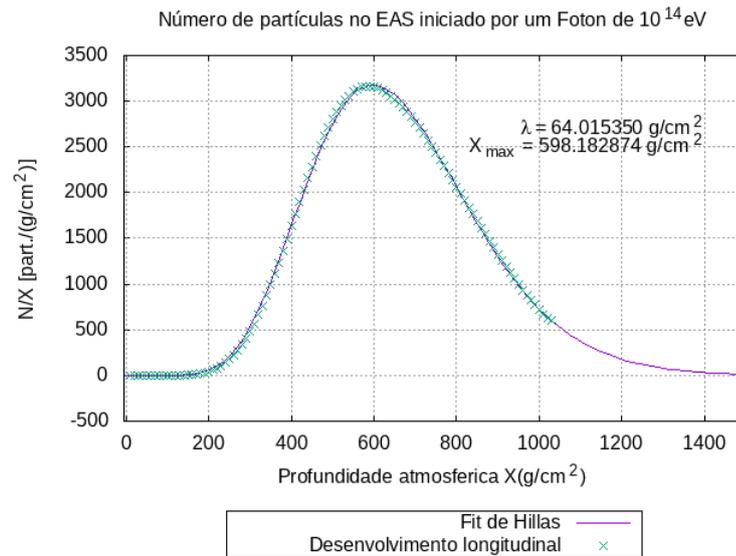


Figura 5.2: Gráfico representando o perfil longitudinal do chuvaire extenso atmosférico iniciado por um fóton com energia de 10^{14} eV. *Fonte:* Próprio autor.

Como podemos ver, a curva de Hillas se ajusta com uma ótima precisão sobre os dados obtidos a partir da simulação, onde podemos gerar o valor máximo do chuveiro, que é $N_{\max} \approx 3173 \left[\frac{\text{part.}}{\text{g/cm}^2} \right]$, na profundidade de $\chi_{\max} \approx 598,18 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$.

Para o caso de um próton adentrando a atmosfera terrestre com energia na ordem de 10^{14}eV e gerando um chuveiro atmosférico extenso de maneira simulada, a Fig.5.3 apresenta o rastro gerado por este chuveiro.

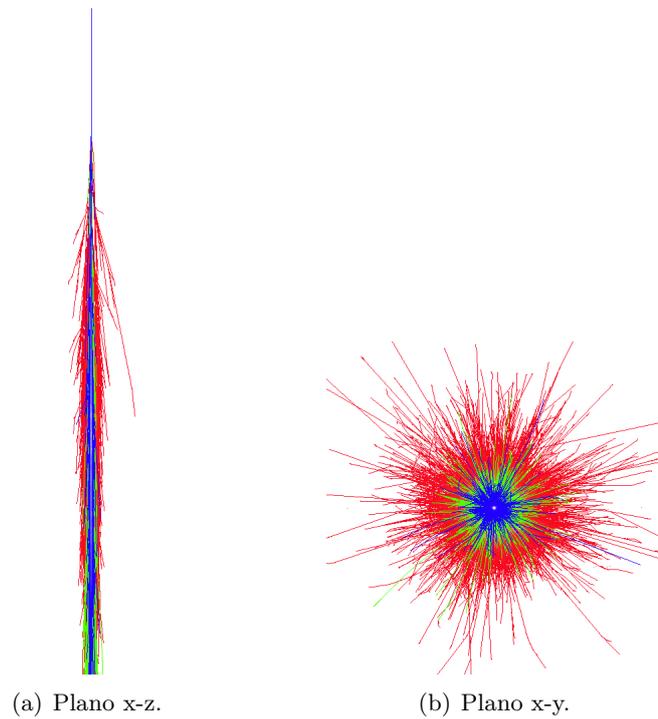


Figura 5.3: Imagem de um próton gerador de um chuveiro atmosférico extenso, gerada a partir do CORSIKA e da funcionalidade PLOTSH[17]. *Fonte:* Próprio autor.

Podemos gerar um gráfico representando o perfil longitudinal dessa interação e, a partir desse, fazemos um ajuste usando a curva de Hillas (5.6), a Fig.5.4, que mostra os dados obtidos a partir da simulação de um próton incidente com energia de 10^{14} eV.

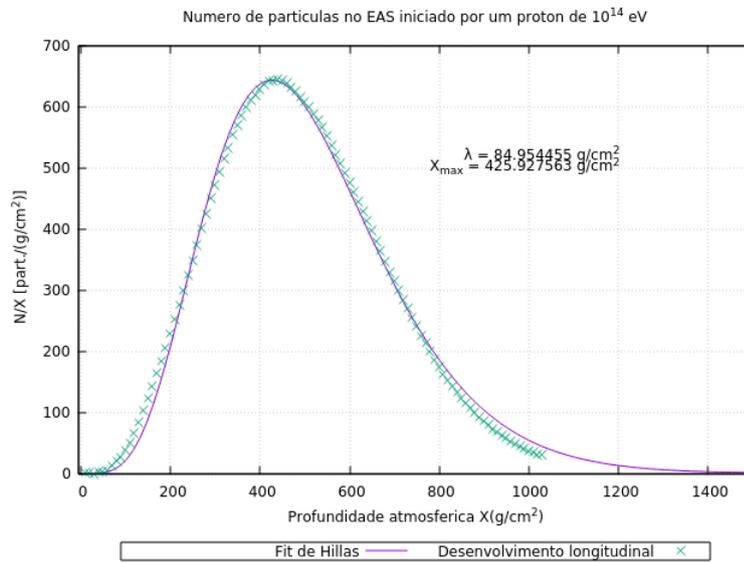


Figura 5.4: Gráfico representando o perfil longitudinal do chuvaire extenso atmosférico iniciado por um fóton com energia de 10^{14} eV. *Fonte:* Próprio autor.

A curva de Hillas, (5.6), se ajusta com uma ótima precisão sobre os dados obtidos a partir da simulação, onde podemos gerar o valor máximo do chuveiro, que é $N_{\max} \approx 643,35 \left[\frac{\text{part.}}{\text{g/cm}^2} \right]$, na profundidade de $\chi_{\max} \approx 425,92 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$.

Realizando a simulação para um núcleo de Ferro com energia na ordem de 10^{14}eV , podemos montar a Fig.5.5, que apresenta o rastro gerado por tal chuveiro.

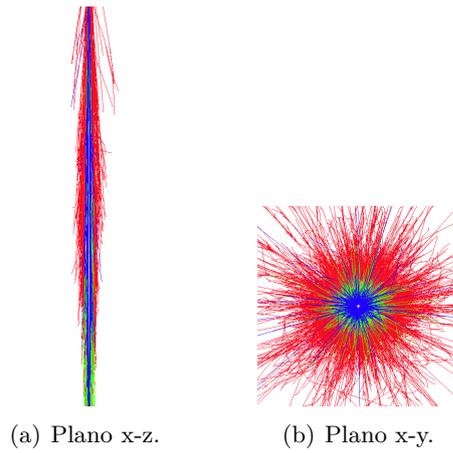


Figura 5.5: Imagem de um núcleo de Ferro gerador de um chuveiro atmosférico extenso, gerada a partir do CORSIKA e da funcionalidade PLOTSH [17]. *Fonte:* Próprio autor.

Podemos gerar um gráfico representando o perfil longitudinal dessa interação e, a partir desse, fazemos um ajuste usando a curva de Hillas (5.6), a Fig.5.6, que mostra os dados obtidos a partir da simulação de um núcleo de Ferro incidente com energia de 10^{14} eV.

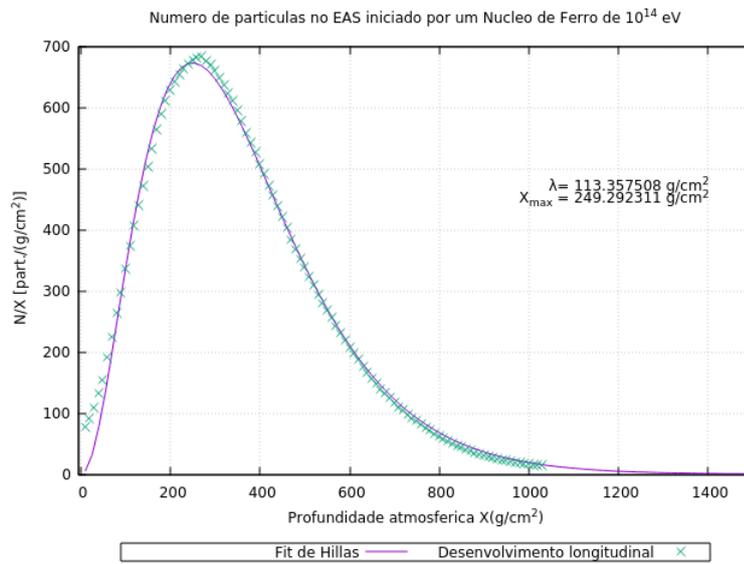


Figura 5.6: Gráfico representando o perfil longitudinal do chuvaire extenso atmosférico iniciado por um núcleo de Ferro com energia de 10^{14} eV. *Fonte:* Próprio autor.

Percebe-se que a curva de Hillas, (5.6), se ajusta com uma ótima precisão sobre os dados obtidos a partir da simulação, onde podemos gerar o valor máximo do chuviro, que é $N_{\max} \approx 672,83 \left[\frac{\text{part.}}{\text{g/cm}^2} \right]$, na profundidade de $\chi_{\max} \approx 249,29 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$.

Para uma melhor compreensão de como cada perfil longitudinal se comporta, podemos montar um gráfico que conta o perfil gerado por cada uma das simulações, como mostrado na Fig.5.7, onde temos os perfis gerados pelo fóton, próton e núcleo de Ferro com energia de 10^{14}eV sobre mesma escala.

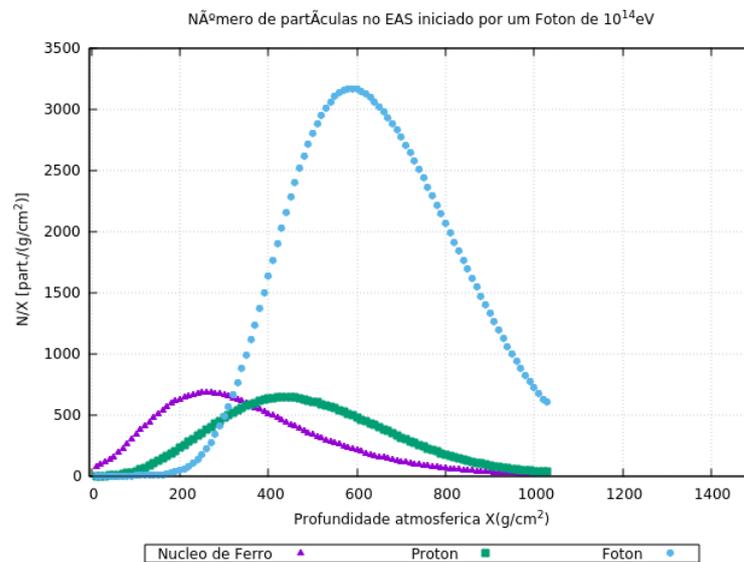


Figura 5.7: Gráfico representando o perfil longitudinal do chuviro extenso atmosférico iniciado por um fóton, próton e núcleo de Ferro, respectivamente, com energia de 10^{14}eV . *Fonte:* Próprio autor.

A partir dos dados obtidos ao se realizar o ajuste com a curva, (5.6), montamos a Tabela 4.2, podemos ver o valor do parâmetro de ajuste χ_{\max} para cada caso e como isso implica no N_{\max} .

Gerador do EAS	$\chi_{\max} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$	$N_{\max} \left[\frac{\text{part.}}{\text{g/cm}^2} \right]$
Fóton	598	3173
Próton	425,92	643,35
Núcleo de Ferro	249,29	67283

Tabela 5.2: Tabela contendo informações obtidas a partir das simulações realizadas com o CORSIKA.

Ao cruzarmos os dados da Tabela 4.2, com o que pode ser visto na Fig.5.7, podemos afirmar que o parâmetro χ_{\max} se ajusta com uma grande precisão e, ao compararmos o comportamento dos perfis de cada um dos três casos apresentados, é nítido que o EAS gerado pelo fóton tem uma maior distribuição, distribuição esta que se assemelha muito à uma gaussiana. Já os EAS gerados pelo próton ou pelo núcleo de Ferro têm um perfil longitudinal parecido em termos de distribuição, diferenciando-se o ponto χ_{\max} dos mesmos.

Dessa maneira, portanto, é que são feitos estudos sobre os raios cósmicos, comparando os dados das simulações com os observáveis. Somente o valor de χ_{\max} , a profundidade do máximo do chuveiro, não pode definir a composição do raio cósmico primário que compõem tal cascata, portanto, utilizamos as flutuações do máximo, para comparar com os dados detectados a partir de detectores de fluorescência.

5.3 Conclusão

Ao longo deste capítulo, abordamos como se proceder para realizar o estudo dos chuviros atmosféricos extensos de maneira numérica, como, por exemplo, a partir do CORSIKA, software que foi relativamente detalhado ao longo do capítulo.

Foi visto, também, o produto dessas simulações e uma análise possível a partir dos dados gerados pela simulação. Cruzamos os dados com uma curva de ajuste, (5.6), e obtivemos o valor de um dos parâmetros de ajuste, χ_{\max} . Como sequência ao apresentado nesse capítulo, pode-se expandir o ajuste, fixando o parâmetro de ajuste γ , pois o mesmo apresentou valores não tão precisos, e com isso verificar a precisão da curva para ajustar os dados gerados a partir da simulação.

Somente o valor de χ_{\max} , a profundidade do máximo do chuviro, não pode definir a composição do raio cósmico primário que gerou tal cascata, portanto, nos utilizamos das flutuações do mesmo para comparar com os dados detectados a partir de detectores de fluorescência.

Capítulo 6

Considerações Finais e Perspectivas

Nesse trabalho, tivemos como objetivo a criação de um material introdutório para os estudos sobre a física de raios cósmicos, com especial atenção na parte eletromagnética dos processos de propagação e aceleração.

Justificamos essa escolha por permitir apresentar conceitos mais próximos dos estudantes de graduação, tratados em disciplinas de Teoria Eletromagnética (ou mesmo Física III), o que possibilita um maior contato com a nomenclatura e com os processos aplicados, de forma a iniciar o estudante na Física dos Raios Cósmicos.

Para tanto, partimos de uma contextualização histórica, o que nos permitiu traçar paralelos com o desenvolvimento do Eletromagnetismo, e, na sequência passamos a apresentar uma compilação de fontes sobre produção, propagação e aceleração desses raios cósmicos. Justamente por ser um material introdutório, dedicamos menos atenção ao processo de detecção, ou então, à descrição detalhada de sua interação com a atmosfera, levando em conta também os demais processos hadrônicos. Buscamos encerrar apresentando alguns resultados de simulações a partir do CORSIKA, produzidas em nossos computadores, para aproximar o trabalho da área da pesquisa em astropartículas.

O material aqui apresentado, além de compor o trabalho de conclusão, será editado para ser apresentado à Revista Brasileira de Ensino de Física, sobretudo os cálculos explicando o corte GZK e o mecanismo de aceleração de Fermi, dois materiais necessários a serem estudados, mas nem sempre acessíveis aos estudantes que tem interesse em trabalhar na área.

Referências Bibliográficas

- [1] L. Arbeletche. Influência da física difrativa em chuveis atmosféricos extensos ultraenergéticos. Master's thesis, de Pelotas, Univesidade Federal.
- [2] P. Bhattacharjee and G. Sigl. Origin and propagation of extremely high-energy cosmic rays. *Physics Reports*, 327(3-4):109–247, 2000.
- [3] W. Bothe and W. Kollhörster. Die Natur der Höhenstrahlung. *Naturwissenschaften*, 17(17):271–273, 1929.
- [4] M. C. Bustamante. A descoberta dos raios cósmicos ou o problema da ionização do ar atmosférico. *Rev. Bras. Ens. Fis.*, 35(2):2603, 2013.
- [5] P. Carlson and A. De Angelis. Nationalism and internationalism in science: the case of the discovery of cosmic rays. *The European Physics Journal H*, 35:309, 2011.
- [6] I. Collaboration et al. Evidence for high-energy extraterrestrial neutrinos at the icecube detector. *Science*, 342(6161):1242856, 2013.
- [7] P. D. da Silva e Silva. Mecanismo de aceleração de Fermi modificado por termos de violação da simetria de Lorentz. Master's thesis, Universidade Federal do Maranhão, 2017.

- [8] A. De Angelis. Penetrating radiation at the surface of and in water. *arXiv preprint arXiv:1002.1810*, 2010.
- [9] A. De Angelis, P. Carlson, and N. Giglietto. Domenico Pacini and the discovery of cosmic rays. In *32nd International International Cosmic Ray Conference*, 2011.
- [10] R. de Cássia dos Anjos. Propagação de raios cósmicos extragaláticos. Master's thesis, Universidade de São Paulo, 2014.
- [11] A. de Oliveira, M. Rockenbach, and A. Pacini. Raios cósmicos e a heliosfera. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 36(2), 2014.
- [12] E. Fermi. On the origin of the cosmic radiation. *Physical Review*, 75(8):1169, 1949.
- [13] K. Greisen. End to the cosmic-ray spectrum? *Physical Review Letters*, 16(17):748, 1966.
- [14] C. Grupen. *Astroparticle physics*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [15] W. Heitler. *The quantum theory of radiation*. Courier Corporation, 1984.
- [16] V. F. Hess. Observations of the penetrating radiation on seven balloon flights. *Physik. Zeitschr*, 13:1084–1091, 1912.
- [17] J. Knapp and D. Heck. *Extensive Air Shower Simulation with CORSIKA: A User's Manual*. Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1993.
- [18] K. Kurz. The radioactive materials of the earth and air as the origin of the invasive radiation in the atmosphere. *Phys. Zeit*, 10:834–845, 1909.
- [19] A. Letessier-Selvon and T. Stanev. Ultrahigh energy cosmic rays. *Reviews of modern physics*, 83(3):907, 2011.
- [20] A. F. E. López. Metodo de thinning y dethinning para lluvias de primarios con alta energía. Master's thesis, University of Bucaramanga, 2015.

- [21] K. Mannheim and R. Schlickeiser. Interactions of cosmic ray nuclei. *Astronomy and Astrophysics*, 286(astro-ph/9402042):983–996, 1994.
- [22] J. Matthews. A Heitler model of extensive air showers. *Astroparticle Physics*, 22(5-6):387–397, 2005.
- [23] J. A. Ortiz et al. Parametrizações para a distribuição lateral de elétrons em chuviros atmosféricos extensos a energias $E \leq 10^{15}$ eV. Master’s thesis, Universidade Estadual de Campinas, 1998.
- [24] A. A. Pacini. Cosmic rays: bringing messages from the sky to the Earth’s surface. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 39(1), 2017.
- [25] D. Pacini. La radiazione penetrante alla superficie ed in seno alle acque. *Il Nuovo Cimento*, 3(1):93–100, 1912.
- [26] J. Pétri. Theory of pulsar magnetosphere and wind. *Journal of Plasma Physics*, 82(5), 2016.
- [27] P. Sokolsky. *Introduction to ultrahigh energy cosmic ray physics*. CRC Press, 2018.
- [28] T. Stanev. *High energy cosmic rays*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [29] G. T. Zatsepin and V. A. Kuzmin. Upper limit of the spectrum of cosmic rays. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters (JETP Letters)*, 4(3):78–80, 1966.

Apêndice A

Transformações de Lorentz para a Energia e o Momento Linear

A partir do intervalo invariante S ,

$$S^2 = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (\text{A.1})$$

Podemos escrever o quadrivetor (ct, \vec{r}) . Se formos analisar um deslocamento infinitesimal no espaço-tempo, ainda será possível escrever o quadrivetor, só que o mesmo será escrito em função de parâmetros infinitesimais $(cdt, d\vec{r})$. Se multiplicarmos tal quadrivetor por $\frac{m_0 c}{d\tau}$, onde m_0 é a massa de repouso e $d\tau$ é o diferencial do tempo no referencial próprio, estaremos construindo um novo quadrivetor

$$\left(m_0 c^2 \frac{dt}{d\tau}, cm_0 \frac{d\vec{r}}{d\tau} \right) \quad (\text{A.2})$$

Ao olharmos para (A.2), podemos definir as grandezas próprias: E , que representa a energia neste referencial, e \vec{p} , que representa o momento linear.

$$E = m_0 c^2 \frac{dt}{d\tau} \quad , \quad c\vec{p} = cm_0 \frac{d\vec{r}}{d\tau} \quad (\text{A.3})$$

Portanto, reescrevemos o quadrivetor (A.2)

$$(E, c\vec{p}) = \left(m_0 c^2 \frac{dt}{d\tau}, cm_0 \frac{d\vec{x}}{d\tau}, cm_0 \frac{d\vec{y}}{d\tau}, cm_0 \frac{d\vec{z}}{d\tau} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{cases} E &= m_0 c^2 \frac{dt}{d\tau} \\ p_x &= m_0 \frac{d\vec{x}}{d\tau} \\ p_y &= m_0 \frac{d\vec{y}}{d\tau} \\ p_z &= m_0 \frac{d\vec{z}}{d\tau} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Agora, vamos olhar para as transformações de Lorentz,

$$\begin{cases} dt' &= \gamma \left(dt - \frac{v}{c^2} dx \right) \\ dx' &= \gamma (dx - v dt) \\ dy' &= dy \\ dz' &= dz \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Se multiplicarmos a primeira linha de (A.6) por c e multiplicarmos o último termo da segunda linha de (A.6) por $\frac{c}{c}$, ficamos com

$$\begin{cases} cdt' &= \gamma \left(cdt - \frac{v}{c} dx \right) \\ dx' &= \gamma \left(dx - \frac{v}{c} cdt \right) \\ dy' &= dy \\ dz' &= dz \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Agora, ao multiplicarmos (A.7) por $\frac{m_0 c}{d\tau}$, temos

$$\begin{cases} \frac{m_0 c}{d\tau} c dt' = \gamma \left(\frac{m_0 c}{d\tau} c dt - \frac{m_0 c v}{d\tau c} dx \right) \\ \frac{m_0 c}{d\tau} dx' = \gamma \left(\frac{m_0 c}{d\tau} dx - \frac{m_0 c v}{d\tau c} c dt \right) \\ \frac{m_0 c}{d\tau} dy' = \frac{m_0 c}{d\tau} dy \\ \frac{m_0 c}{d\tau} dz' = \frac{m_0 c}{d\tau} dz \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Ao se comparar (A.8) com (A.5), resulta em

$$\begin{cases} E' = \gamma(E - vp_x) \\ p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{v}{c^2} E \right) \\ p'_y = p_y \\ p'_z = p_z \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Como podemos ver, (A.9) representa as transformações de Lorentz para a energia e o momento linear. Se reescrevermos (A.9) para E , p_x , p_y , p_z , teremos a transformação inversa. Sendo assim, partindo de (A.9) e colocando E , p_x , p_y , p_z , tem-se

$$\begin{cases} E = \frac{E'}{\gamma} + vp_x \\ p'_x = \gamma \left[p_x - \frac{v}{c^2} \left(\frac{E'}{\gamma} + vp_x \right) \right] \\ p_y = p'_y \\ p_z = p'_z \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Fazendo somente as manipulações algébricas da segunda linha de (A.10),

$$\frac{p'_x}{\gamma} = p_x \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{v}{c^2} \frac{E'}{\gamma} \quad (\text{A.11})$$

$$p_x = \frac{\frac{p'_x}{\gamma} + \frac{v}{c^2} \frac{E'}{\gamma}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \quad (\text{A.12})$$

$$(\text{A.13})$$

Sendo $\gamma^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$

$$p_x = \gamma \left(p'_x + \frac{v}{c^2} E' \right) \quad (\text{A.14})$$

retornando (A.14) para (A.10)

$$\begin{cases} E = \frac{E'}{\gamma} + v p_x \\ p_x = \gamma \left(p'_x + \frac{v}{c^2} E' \right) \\ p_y = p'_y \\ p_z = p'_z \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

Substituindo a segunda linha de (A.15) na primeira linha

$$E = \frac{E'}{\gamma} + v \left[\gamma \left(p'_x + \frac{v}{c^2} E' \right) \right] \quad (\text{A.16})$$

$$E = \frac{E'}{\gamma} + v \gamma p'_x + \gamma \frac{v^2}{c^2} E' \quad (\text{A.17})$$

$$E = E' \gamma \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{v^2}{c^2} \right) + \gamma v p'_x \quad (\text{A.18})$$

$$\text{Sendo } \gamma^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$E = E' \gamma \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2}\right) + \gamma v p_x \quad (\text{A.19})$$

$$E = \gamma(E' + v p'_x) \quad (\text{A.20})$$

Retornando (A.20) para (A.15),

$$\begin{cases} E = \gamma(E' + v p'_x) \\ p_x = \gamma\left(p'_x + \frac{v}{c^2} E'\right) \\ p_y = p'_y \\ p_z = p'_z \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

Assim, obtemos a transformação inversa da Energia e momento linear.

Apêndice B

Cinemática do Decaimento de dois corpos

Como visto ao longo do texto, certas partículas decaem em partículas de menor energia ou massa. Usando as relações relativísticas de energia e momento, veremos como determinar a energia das partículas geradas a partir do decaimento.

Considerando a partícula inicial em repouso, portanto, o seu quadrimomentun será

$$P^\mu = (M, \vec{0}) \tag{B.1}$$

onde $\vec{0}$ representa o fato de que a partícula está em repouso.

Após o decaimento, serão formadas duas partículas,

$$\begin{cases} P_1^\mu & = (E_1, \vec{p}_1) \\ \text{com, } E_1^2 & = m_1^2 + \vec{p}_1^2 \end{cases} \tag{B.2}$$

e

$$\begin{cases} P_2^\mu & = (E_2, \vec{p}_2) \\ \text{com, } E_2^2 & = m_2^2 + \vec{p}_2^2 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

A partir da conservação dos quadrimomentos, temos que

$$P^\mu = P_1^\mu + P_2^\mu \quad (\text{B.4})$$

Implementando essa condição para a parte espacial, temos que

$$\vec{0} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad (\text{B.5})$$

$$\vec{p}_2 = -\vec{p}_1 \quad (\text{B.6})$$

Agora, ao realizar para a componente temporal,

$$M = E_1 + E_2 \quad (\text{B.7})$$

$$m = \sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2} \quad (\text{B.8})$$

A partir de algumas transformações e substituindo a relação (B.6), ficamos com

$$\vec{p}_1^2 = \frac{M^2}{4} - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{(m_1^2 + m_2^2)^2}{2M} \quad (\text{B.9})$$

Portanto, conseguimos determinar \vec{p}_1^2 sem erros, então, a energia da partícula 1, E_1 , e da partícula 2, E_2 , será dada ao substituirmos a expressão (B.9) nas expressões (B.2) e (B.3), isto é,

$$E_1 = \frac{M}{2} + \frac{m_1^2 + m_2^2}{2M} \quad , \quad E_2 = \frac{M}{2} + \frac{m_2^2 - m_1^2}{2M} \quad (\text{B.10})$$