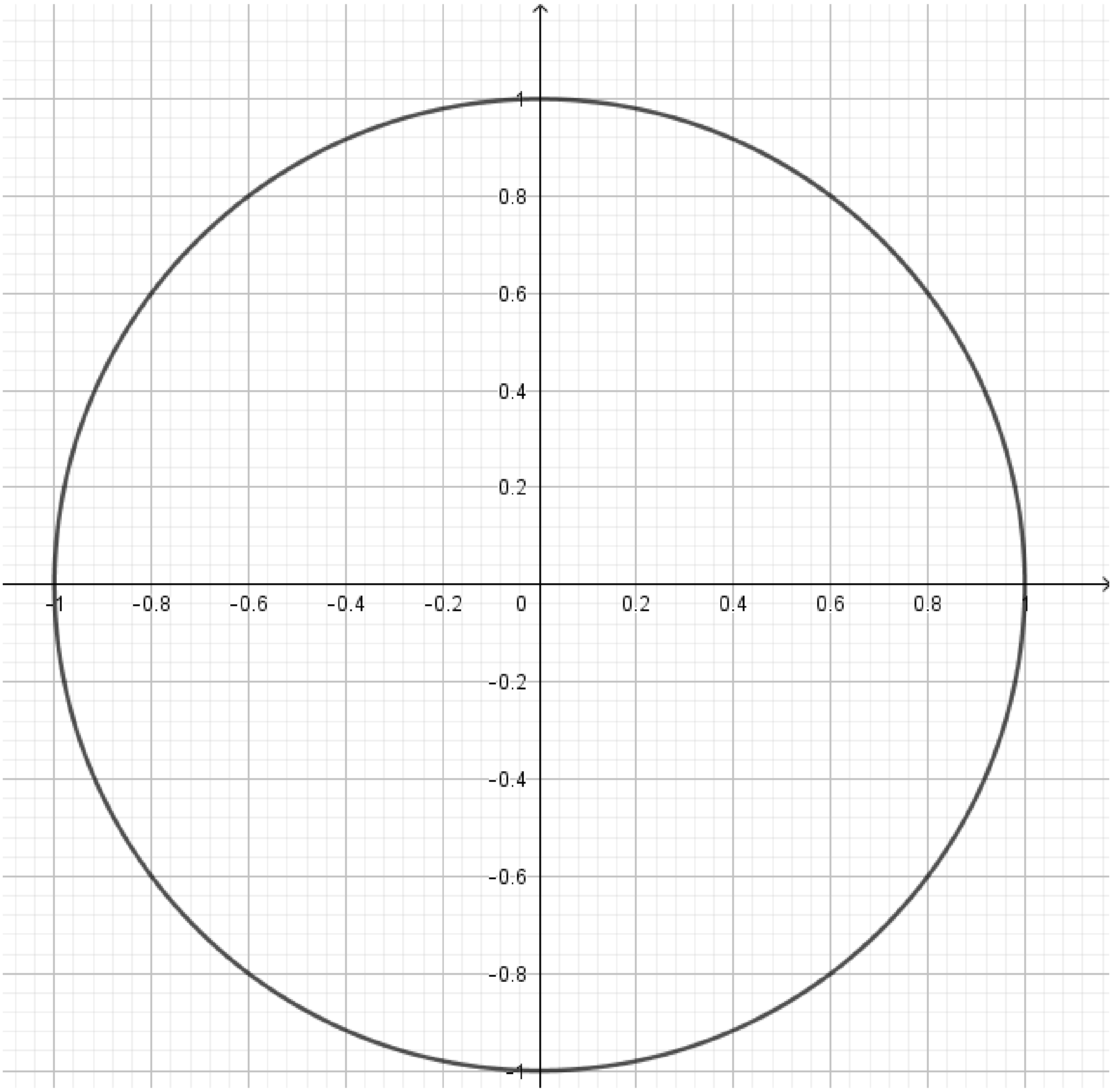
Conteúdos da aula 4

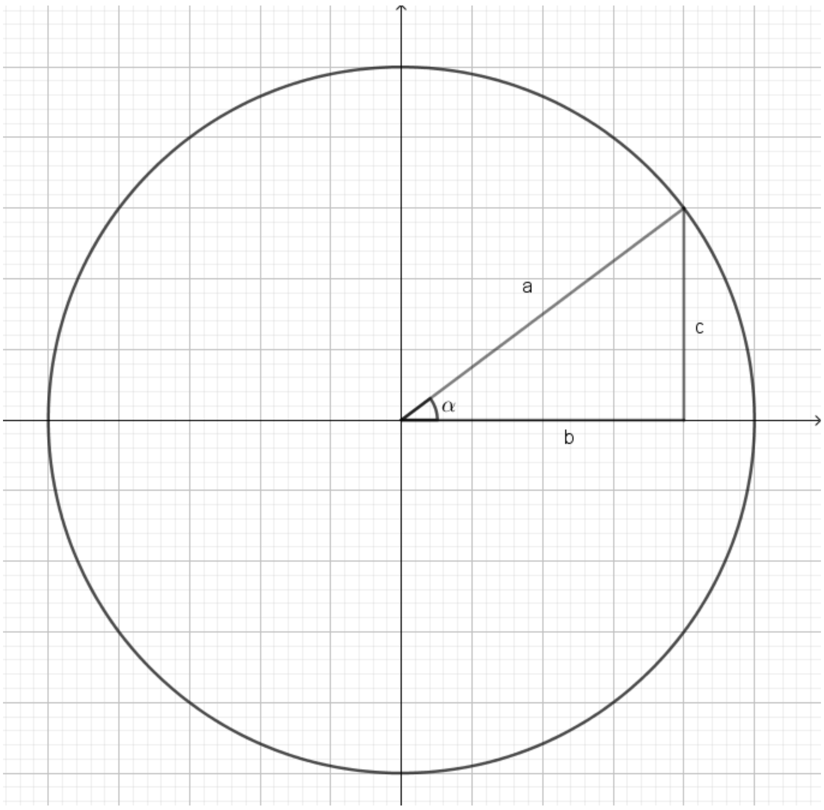
- Ângulos;
- Relações trigonométricas no triângulo retângulo;
- Seno e cosseno de arco duplo;
- Lei dos senos e dos cossenos.

Exemplos da aula 4

• **Ângulos:** Marque no círculo trigonométrico abaixo os seguintes ângulos: $0°, 90°, 180°, 270°, 360°, 30°, 60°, 45°, 150°, 225°, 300°, 400°, 480°, -120°, -180°$.



• **Relações trigonométricas no triângulo retângulo:**



$$sen(\alpha) = \frac{c}{a}, \qquad cos(\alpha) = \frac{b}{a}, \qquad tg(\alpha) = \frac{c}{b}$$

$$tg(\alpha) = \frac{sen(\alpha)}{cos(\alpha)}, \qquad sen^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$$

Exemplo: Exercício 1.
Exemplo: Calcule $sen(30°)$.

	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\boxed{\pi \text{ radianos} = 180 \text{ graus}}$$

secante	$sec(\alpha) = \frac{1}{cos(\alpha)}$
cossecante	$cossec(\alpha) = \frac{1}{sen(\alpha)}$
cotangente	$cotg(\alpha) = \frac{1}{tg(\alpha)}$

Exemplo: Determine:

a) $sen(150°)$;

b) $cos(315°)$;

c) $tg(240°)$;

d) $tg(270°)$;

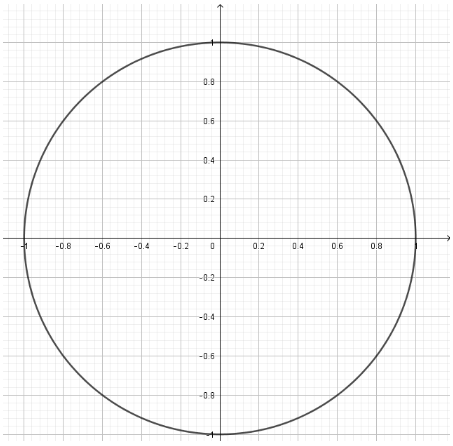
e) $sen(480°)$;

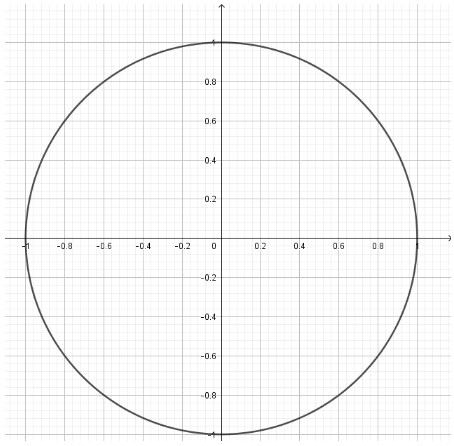
f) $cos(-30°)$;

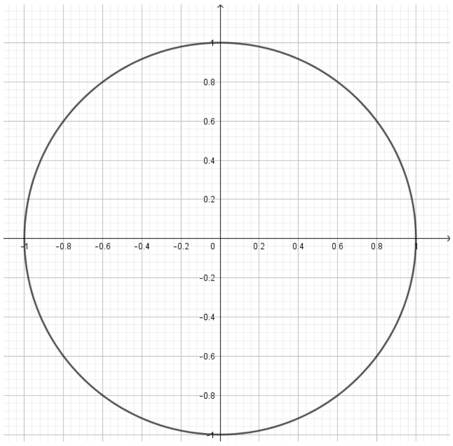
g) $sen(-210°)$;

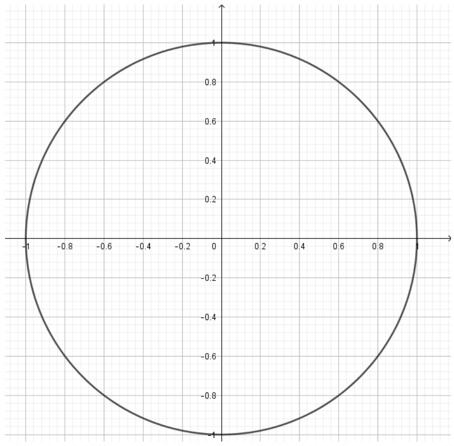
h) $sec(60°)$;

i) $cossec(120°)$;





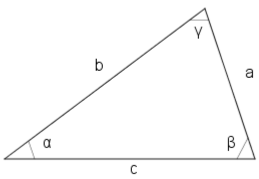




Seno e cosseno da soma (diferença) de dois ângulos:

$$
\begin{aligned}
sen(\alpha+\beta) &= sen(\alpha).cos(\beta) + sen(\beta).cos(\alpha) \\
sen(\alpha-\beta) &= sen(\alpha).cos(\beta) - sen(\beta).cos(\alpha) \\
cos(\alpha+\beta) &= cos(\alpha).cos(\beta) - sen(\alpha).sen(\beta) \\
cos(\alpha-\beta) &= cos(\alpha).cos(\beta) + sen(\alpha).sen(\beta)
\end{aligned}
$$

Considere o triângulo abaixo de lados a, b e c quaisquer. Então:



• **Lei dos Cossenos**

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos(\alpha),}$$

onde α denota o ângulo oposto ao lado a.

• **Lei dos Senos**

$$\boxed{\frac{a}{sen(\alpha)} = \frac{b}{sen(\beta)} = \frac{c}{sen(\gamma)},}$$

onde α, β e γ denota, os ângulos dos vértices opostos aos lados de comprimento a, b e c, respectivamente.

Exercícios da aula 4

Exercício 1. Determine:

a) $sen(0°)$;

b) $cos(0°)$;

c) $sen(90°)$;

d) $cos(90°)$;

e) $sen(180°)$;

f) $cos(180°)$;

g) $sen(270°)$;

h) $cos(270°)$;

i) $sen(60°)$;

Exercício 2. Determine:

a) $sen(120°)$;

b) $cos(150°)$;

c) $sen(210°)$;

d) $cos(225°)$;

e) $sen(315°)$;

f) $cos(330°)$;

g) $sen(360°)$;

h) $cos(390°)$;

i) $sen(480°)$;

j) $cos(-60°)$;

k) $sen(-90°)$;

l) $cos(-120°)$.

Exercício 3. Determine:

a) $tg(180°)$;

b) $tg(90°)$;

c) $tg(30°)$;

d) $tg(120°)$;

e) $tg(585°)$;

f) $tg(-210°)$;

Exercício 4. Calcule o perímetro de um triângulo retângulo, cuja hipotenusa mede $10cm$ e o cosseno de um de seus ângulos vale $\frac{3}{5}$.

Exercício 5. Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30° (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

Exercício 6. De um ponto A, um agrimensor enxerga o topo T de um morro, conforme um ângulo de 45°. Ao se aproximar 50 metros do morro, ele passa a ver o topo T conforme um ângulo de 60°. Determine a altura do morro.

Exercício 7. Simplifique $\dfrac{\tan(x)\cos^2(x)}{\text{cotan}(x)\,\text{sen}^2(x)}$.

Exercício 8. Transforme os ângulos abaixo de graus para radianos:

a) 75°;

b) 120°;

c) 30°;

d) 45°;

e) 210°

f) 300°;

g) 360°;

h) 570°;

i) 450°.

Exercício 9. Transforme os ângulos abaixo de radianos para graus:

a) $\frac{\pi}{12}$;

b) $\frac{7\pi}{36}$;

c) $\frac{2\pi}{3}$;

d) $\frac{18\pi}{5}$;

e) $\frac{\pi}{2}$;

f) $\frac{5\pi}{18}$;

g) $\frac{2\pi}{6}$;

h) $\frac{8\pi}{9}$.

Exercício 10. Determine:

a) $\sec(30°)$;

b) $\text{cossec}(60°)$;

c) $cotg(45°)$;

d) $\sec(120°)$;

e) $\text{cossec}(90°)$;

f) $cotg(0°)$;

Exercício 11. Calcule

a) $\text{sen}(30° + 45°)$;

b) $\text{sen}(60° - 45°)$;

c) $\cos(30° + 45°)$;

d) $\cos(15°)$;

e) $\cos(105°)$;

f) $\text{sen}(105°)$.

Exercício 12. Sabendo que $\cos(x) = \frac{3}{5}$, determine:

a) $\text{sen}(x)$;

b) $\text{sen}(2x)$;

c) $\cos(2x)$.

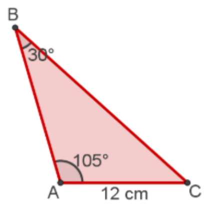
Exercício 13. Determine o valor de x, sabendo que $\text{sen}(x) = \frac{1}{2}$ para $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

Exercício 14. Determine o valor de x, sabendo que $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ para $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

Exercício 15. Determine o valor de x, sabendo que $\text{sen}(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ para $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Exercício 16. Determine o valor de x, sabendo que $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ para $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$.

Exercício 17. a) Três ilhas A, B e C aparecem num mapa em escala $1 : 10000$, como na figura. Determine a distância entre as ilhas A e B é:



b) Um terreno de forma triangular tem frente de $10m$ e $20m$, em ruas que formam, entre si, um ângulo de $120°$. A medida do terceiro lado do terreno, em metros, é:

c) Dois lados de um terreno de forma triangular medem $15m$ e $10m$, formando um ângulo de $60°$. Determine o comprimento do muro necessário para cercar o terreno.

Bibilografia

Doering, C.I; Nácul, L.B.C.; Doering, L. R.; (organizadores). Pré-Cálculo. Editora da UFRGS.